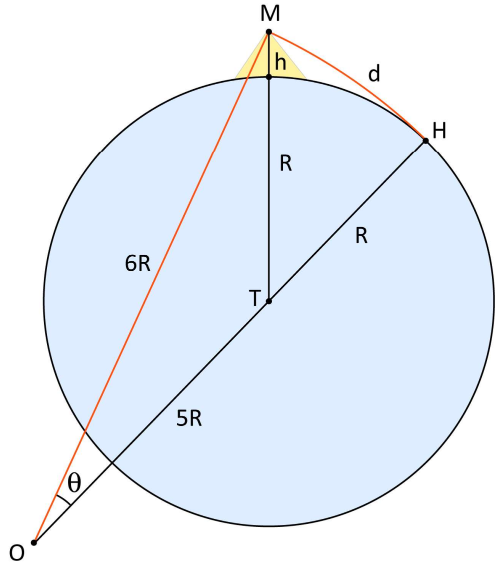
Distance de l'horizon

le problème de la réfraction

Un observateur est situé en M, à une altitude h. Il voit l'horizon jusqu'en H.
Le trajet du rayon lumineux de H à M suit une trajectoire courbe à cause de la réfraction atmosphérique.
Une bonne modélisation de cette trajectoire est un arc de cercle dont le rayon vaut 6 fois le rayon terrestre (Jean Terrien *Optique théorique*). Cette proportion n'est pas respectée sur la figure ci-dessous pour des raisons de lisibilité.
On peut aussi donner le rapport de la courbure du rayon lumineux à celle de la Terre, qui vaut 0,16 (André Danjon, *Astronomie Générale*). Comme la courbure est l'inverse du rayon, cela revient à dire que le rayon de l'arc de cercle $\overset{\frown}{MH}$ vaut 6,25 fois le rayon de la Terre (1/0,16), une valeur très proche.



R est le rayon de la Terre.
Le rayon de courbure du rayon lumineux vaut 6R.
OM = OH = 6R ;
OT = OH – TH = 5R

On connaît les trois côtés du triangle OTM. On peut donc utiliser le théorème d'al Kashi pour calculer l'angle θ ($\widehat{MOT}$).

$$TM^2 = OM^2 + OT^2 - 2 \times OM \times OT \times \cos\theta$$

$$\cos\theta = \frac{OM^2 + OT^2 - TM^2}{2 \times OM \times OT} = \frac{25R^2 + 36R^2 - (R+h)^2}{2 \times 6R \times 5R}$$
$$= \frac{60R^2 - 2Rh - h^2}{60R^2} = 1 - \frac{2Rh + h^2}{60R^2}$$

Connaissant θ en radians, on peut alors calculer la longueur de l'arc $\overset{\frown}{MH}$, qui est à peu de chose près la longueur MH, donc la distance de l'horizon : $\overset{\frown}{MH} = \theta \times 6R$ ou $6R\theta$

Approximations possibles pour un calcul plus rapide

h est petit devant R donc $\cos\theta \approx 1 - \frac{2Rh}{60R^2}$ ou $1 - \frac{h}{30R}$

Une approximation de $\cos\varepsilon$ est $1 - \frac{\varepsilon^2}{2}$ pour ε petit

donc $\frac{h}{30R} \approx \frac{\theta^2}{2}$ et $\theta \approx \sqrt{\frac{h}{15R}}$. Comme $\overset{\frown}{MH} = 6R\theta$; $\overset{\frown}{MH} \approx 6R \times \sqrt{\frac{h}{15R}}$ ou $\sqrt{2{,}4\,hR}$;

ce que l'on peut encore écrire, en remplaçant R par 6370, $\overset{\frown}{MH} \approx 124\sqrt{h}$ si h est en km.

Exemples

Voici quelques résultats calculés avec ou sans l'approximation (la différence entre les valeurs obtenues par les deux méthodes est minime, bien inférieure à 1 %).

h (en km)	0,01	0,1	0,5	1	2	3
$\overset{\frown}{MH}$ (en km)	12,4	39	87	124	175	214

Comparaison avec la distance de l'horizon sans réfraction

Sans réfraction, on avait trouvé $113\sqrt{h}$, avec réfraction, on a $124\sqrt{h}$: l'augmentation est de 11/113, soit près de 10 %.
Il faut rappeler que tous ces résultats sont approximatifs, la réfraction étant variable en fonction des propriétés de l'atmosphère.