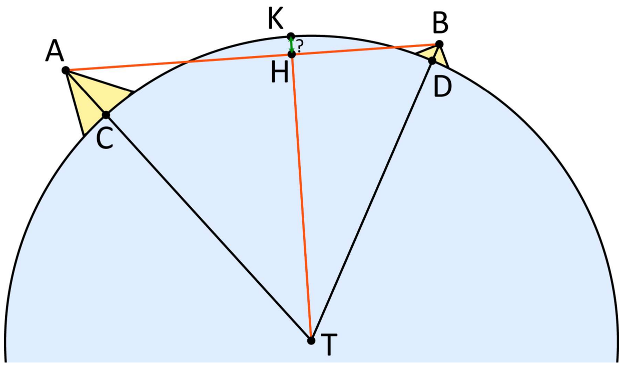
Passage « sous l'horizon »

Lorsqu'on ne peut pas voir un objet A depuis un point B, c'est qu'un obstacle arrête la lumière.
Nous supposerons ici :
- que A est à une altitude h_1 et B à une altitude h_2 ;
- que la mer sépare A et B (on a donc une surface sphérique entre les deux) ;
- que la lumière se propage en ligne droite dans l'air. Nous ne tenons donc pas compte ici de la réfraction atmosphérique.

Dans ces conditions, un observateur en B ne pourra pas voir un objet en A (figure de droite). Nous allons calculer à quelle distance sous la surface terrestre passe le segment [AB], c'est à dire la longueur KH.



On appelle d la longueur de l'arc de cercle $\overset{\frown}{CD}$, la distance calculée à la surface de la Terre sphérique entre l'observateur et l'objet observé.

Voici une des méthodes de calcul possibles :

1. On calcule $\widehat{ATB}$; Comme $\overset{\frown}{CD} = d$, $\widehat{ATB} = \dfrac{d}{R}$ (en radians, où R est le rayon de la Terre).

2. Dans le triangle ATB, on connaît TA ($R+h_1$), TB ($R+h_2$) et $\widehat{ATB}$ (d/R). On peut calculer AB avec le théorème d'al Kashi : $AB^2 = TA^2 + TB^2 - 2\times TA\times TB\times\cos\widehat{ATB}$.

3. On utilise l'aire du triangle ATB.
Une des méthodes de calcul de cette aire est $TA\times TB\times\sin(\widehat{ATB})/2$.
Un autre méthode est $AB\times TH/2$.
On a donc $TA\times TB\times\sin(\widehat{ATB}) = AB\times TH$ et $TH = TA\times TB\times\sin(\widehat{ATB})/AB$ puis $KH = R - TH$

Exemple :
h_1 = 60 m (phare de Cordouan) ; h_2 = 5 m (personne sur le pont d'un navire) ;
d = 50 km.
On obtient : 1. $\widehat{ATB} = 0{,}00785$; 2. AB = 50,000157 ; 3. TH = 6369,98 donc KH = 0,02.
Un rayon lumineux rectiligne de A à B devrait passer 20 m sous le niveau de la mer.
Avec h = 0, on obtient 24 m.
Et non 85 m comme on le trouve sur certains sites platistes.

Mais nous n'avons pas tenu compte ici de la réfraction atmosphérique.
Nous avons vu, page 36 du HS13, la formule donnant la portée d d'un phare tenant compte de la réfraction atmosphérique moyenne : $d = 124\times(\sqrt{h_1}+\sqrt{h_2})$ si d, h_1 et h_2 sont en km.
Avec h_1 = 60 m et h_2 = 5 m, on obtient $d \approx 39{,}1$ km.
La portée géographique du phare de Cordouan est donc d'une quarantaine de km. C'est également sa portée optique dans le blanc (on donne 22 milles), c'est moins dans le rouge et le vert (18 milles).