

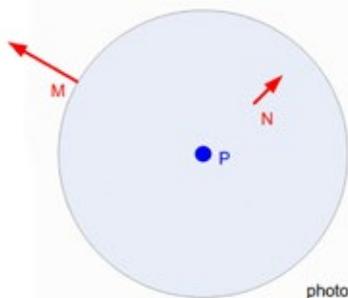
DISTANCE DE LA NÉBULEUSE DU CRABE

Olivier Gayard, Béatrice Sandré

Dans un article précédent (CC 186 été 2024) nous avons vu qu'il était possible, à partir de deux photographies de M1, de mesurer la parallaxe d'expansion, ce qui revient à trouver une vitesse angulaire. Nous allons à présent utiliser une méthode spectroscopique pour déterminer la vitesse linéaire le long de la ligne de visée de la nébuleuse. En combinant ces deux vitesses à un modèle cinématique simplifié d'expansion de la nébuleuse, nous pourrions calculer la distance qui nous sépare de cette nébuleuse.

Modèle simplifié de la nébuleuse du Crabe – Vitesse apparente d'expansion

Imaginons, ce qui est loin d'être le cas, que la nébuleuse du Crabe soit de forme sphérique et que sa vitesse linéaire d'expansion depuis son centre occupé par le pulsar soit isotrope. Alors, tous les points tels que M ont une vitesse dans le plan de la photo tandis que les points tels que N ont une vitesse colinéaire à PN qui ne se projette pas en vraie grandeur sur la photo et qui paraîtra donc plus faible.



Nous avons donc mesuré les vitesses apparentes de 30 détails de la nébuleuse. Les résultats sont donnés dans le tableau ci-contre.

Dans l'article précédent (CC 186 été 2024) nous avons montré que les deux photos, prises à 23 ans d'intervalle, n'avaient pas la même échelle : $\frac{d_{2023}}{d_{2020}} = 3,1863$

La vitesse mesurée en pixels (de la photo HST2000)/an est

$$\omega = \frac{\frac{d_{2023}}{3,1863} - d_{2000}}{23}$$

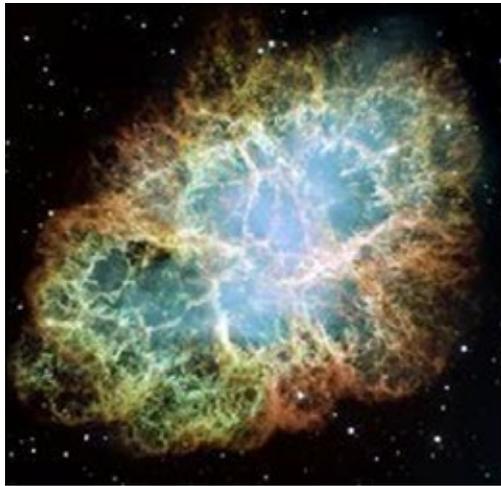
détail	X2000/px	Y2000/px	d2000/px	X2023/px	Y2023/px	d2023/px	ω px/an
pulsar	2012	1957		5520	4822		
2	936	1985	1076	2005	4764	3515	1,172
3	1124	1655	938	2669	3722	3056	0,918
4	1224	1210	1086	3045	2281	3547	1,194
5	1374	1355	877	3513	2772	2869	1,009
6	1799	1009	972	4953	1691	3182	1,174
7	2307	594	1395	6652	410	4555	1,520
8	2375	947	1073	6835	1571	3507	1,190
9	2584	1385	809	7454	3025	2640	0,853
10	2821	1559	902	8206	3621	2942	0,948
11	2953	1974	941	8594	5004	3079	1,100
12	3033	850	1506	8972	1324	4914	1,584
13	2970	2429	1068	8607	6482	3505	1,394
14	2676	2616	936	7612	7066	3068	1,188
15	2373	2762	882	6609	7504	2895	1,140

détail	X2000/px	Y2000/px	d2000/px	X2023/px	Y2023/px	d2023/px	ω px/an
16	1965	2697	741	5292	7239	2428	0,889
17	1470	2949	1130	3625	7987	3689	1,189
18	914	2679	1314	1864	7051	4282	1,293
19	731	2783	1524	1253	7374	4972	1,573
20	703	2234	1338	1215	5563	4368	1,434
21	733	2649	1454	1268	6930	4746	1,533
22	561	1932	1451	797	4546	4731	1,461
23	1498	855	1216	3988	1161	3969	1,285
24	661	2379	1415	1055	6036	4627	1,600
25	2241	772	1207	6420	979	3947	1,383
26	1143	1409	1027	2756	2924	3353	1,084
27	1262	2979	1268	2950	8068	4140	1,379
28	757	2039	1258	1417	4930	4104	1,325
29	801	1981	1211	1568	4744	3953	1,275
30	698	2058	1318	1216	4985	4307	1,473
						Moyenne	1,261

Nous pouvons retenir comme valeur de la vitesse angulaire d'expansion, la valeur maximale (celle du détail 24) soit 1,600 px/an et qui serait celle d'un point tel que M. Mais, malgré le grand nombre de mesures faites, il est possible que nous soyons « passé à côté » du maximum et que la vraie valeur soit supérieure à 1,600.

Nous préférons utiliser le résultat mathématique suivant : pour une distribution homogène et isotrope d'un vecteur de norme constante V , la valeur moyenne de la norme de sa projection dans un plan est $V \frac{\pi}{4}$ (voir encadré à la fin de l'article).

Dans notre tableau nous calculons la valeur moyenne des 30 vitesses angulaires et obtenons 1,261 px/an.



Source extraction image (fullsize)
Log file tail [-]
(full)

```

B =          0          0  4.6154e-07
          0  1.8126e-07
          1.9358e-07
AP =    0.0015285  6.9294e-08 -4.5902e-07
          2.2251e-07 -2.4076e-07
          -2.6235e-07
BP =    0.0013522  1.0487e-07 -4.6306e-07
          1.4959e-07 -1.8245e-07
          -1.9411e-07
sqrt(det(CD))=0.0995537 [arcsec]

```

Le traitement de l'image du HST par astrometry.net nous a fourni des informations quant à l'échelle de cette photo : 0,0995337 arcseconde/pixel

Nous connaissons maintenant la vitesse apparente d'expansion de la nébuleuse :

$$\omega = 1,606 \times 0,0995337 = 0,1598 \text{ "/an}$$

Si le déplacement angulaire est exprimé en radians, la vitesse linéaire d'expansion de la nébuleuse est $v = \omega \times d$, où d est la distance de M1 à la Terre.

C'est par une méthode spectroscopique que nous allons déterminer la vitesse linéaire d'expansion et en déduire la distance de la nébuleuse du Crabe.

L'acquisition du spectre

Les spectres ont été acquis dans la nuit du 13 février 2024. Au milieu de la pose, soit à 20 h 59, le rémanent de la supernova, de luminosité de surface 11,90 mag/arcminute², était à une hauteur de 68° et un azimut de 183°. En début de nuit astronomique, (Soleil à 29° sous l'horizon), un léger croissant de Lune illuminé à 20 % était posé sur l'horizon ouest à une hauteur de 20°. La température était encore douce, 13 °C, et la brillance du fond du ciel mesurée par le sky quality meter de 20,85 mag/arcseconde². Les conditions étaient réunies pour faire le spectre de M1. Pour compenser la rotation de la Terre et garder la cible dans la fente du spectroscopie, une monture NEQ6 a été utilisée, (figure 1). Il faudra maintenir lors de poses de 10 minutes et dans une fente de 23 μm l'image de la nébuleuse, alors que le télescope de 8 pouces a une focale de 800 mm ! Il est alors nécessaire

La vitesse d'expansion est donc

$$\omega = \frac{1,261 \times 4}{\pi} = 1,606 \text{ px/an}$$

Ce résultat est légèrement supérieur au maximum supposé précédemment.

de compenser les erreurs de la monture. Pour cela, une caméra d'autoguidage installée au foyer d'une petite lunette de 162 mm de focale fait parfaitement l'affaire. L'erreur de suivi descend à 0,68 arcseconde. Le module de guidage permet à l'aide d'un miroir, (sur lequel est gravé la fente du spectroscopie), de renvoyer à 45° l'image du ciel délivrée par le télescope vers le capteur de la caméra de guidage. La fente du spectroscopie est ici bien visible dans l'image de cette caméra, (figure 2). Toute la lumière de la nébuleuse qui passera à travers cette fente rentrera dans l'élément disperser formé par un grism, (réseau gravé sur un prisme), et sera ainsi décomposée. Ce spectre sera récupéré à la sortie de l'Alpy 600 (le spectroscopie) par notre caméra principale, une Atik 414 EX. Pour compléter notre montage, est installé un module de calibration. Il permettra de produire les plages de lumière uniforme (flat) ainsi que l'étalonnage avec respectivement des lumières tungstène et néon/argon. Des images de dark et de signaux d'offset tirées d'une banque préalablement établie, terminent de compléter le jeu d'images nécessaires au traitement. Signalons enfin que pour corriger le spectre de la nébuleuse du Crabe de la pseudo réponse instrumentale (réponses de l'instrument et de l'atmosphère), le spectre d'une étoile voisine de M1 a été acquis. L'étoile de référence choisie est HD 35943 car son indice de couleur B-V est faible, (-0,04), qu'elle est proche de M1, 3,4° et son type spectral, B9V, nous permettra d'améliorer la précision de notre étalonnage en utilisant ses raies de la série de Balmer dans le bleu en plus des raies de la lampe néon/argon. Toutes images acquises, nous allons maintenant utiliser une routine pour les traiter avec le logiciel Isis⁽¹⁾ de Christian Buil. Les images sont

corrigées à partir d'images maîtres construites avec les offsets, dark et flat, puis corrigées de la pseudo réponse et enfin calibrées. Au final le RMS (Root Mean Square ou moyenne quadratique en français) mesurant la qualité du spectre est bien inférieur à 1 angström, (0,28 ici), ce qui est satisfaisant ; le pouvoir de résolution est calculé par le logiciel Isis à 443. La baisse de résolution est due au fait que pour augmenter la sensibilité de notre montage, les photosites de notre caméra principale ont été liés deux par deux, (binning de 2). Ce spectre sera transformé en un profil spectral avec le logiciel Visual Spec⁽²⁾ de Valérie Desnoux, qui en permettra aussi l'analyse (figure 4).

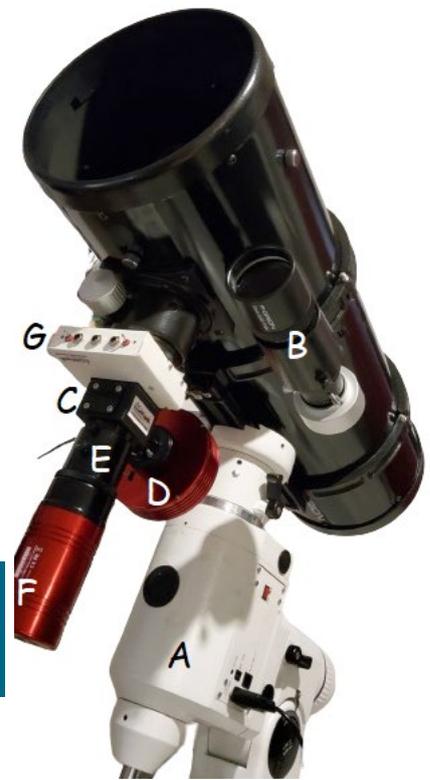


Fig.1. Le montage utilisé. A, la monture, B la lunette d'autoguidage, C le module de guidage, D la caméra de guidage, E le cœur de notre spectroscopie avec le grism, F la caméra principale, G le module d'éta-lonnage.

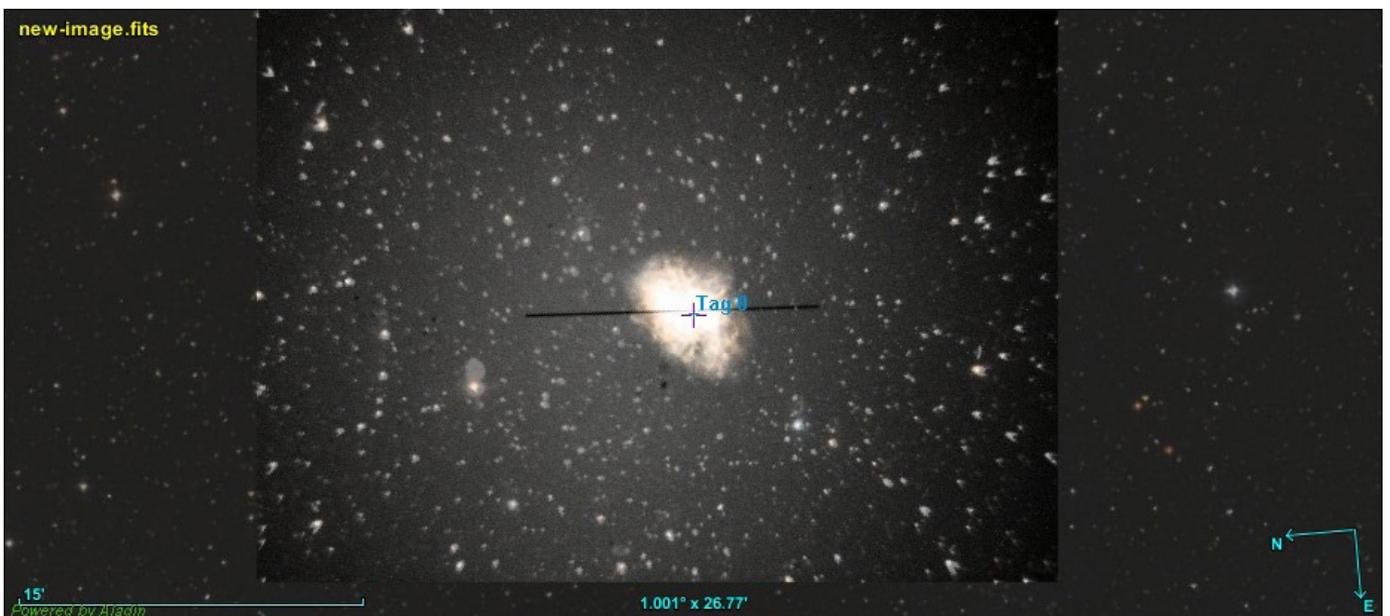


Fig.2. Image de la caméra de guidage (10 minutes de pose), superposée à une image du DSS d'Aladin. La fente du spectroscopie est bien visible, elle est orientée nord sud. L'étiquette Tag 0 correspond à la position du pulsar.

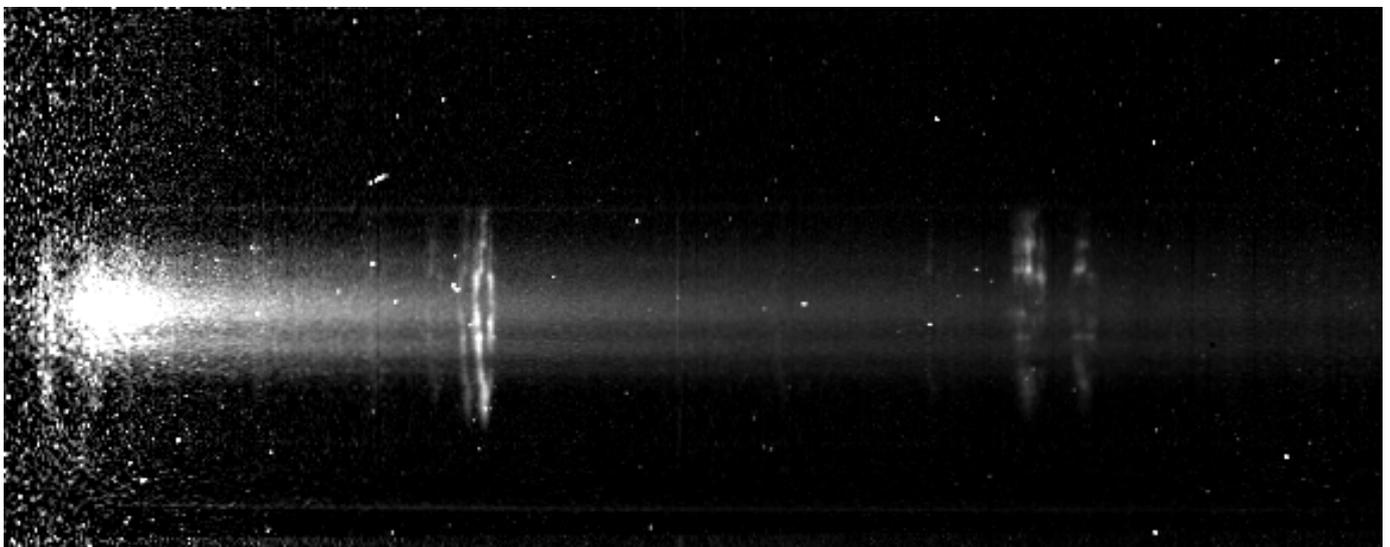


Fig.3. Spectre traité de M1 avec le logiciel Isis, 4 poses de 10 minutes. Bien visibles, de gauche à droite, les raies de l'O[III], de H α et N [II], puis S[II].

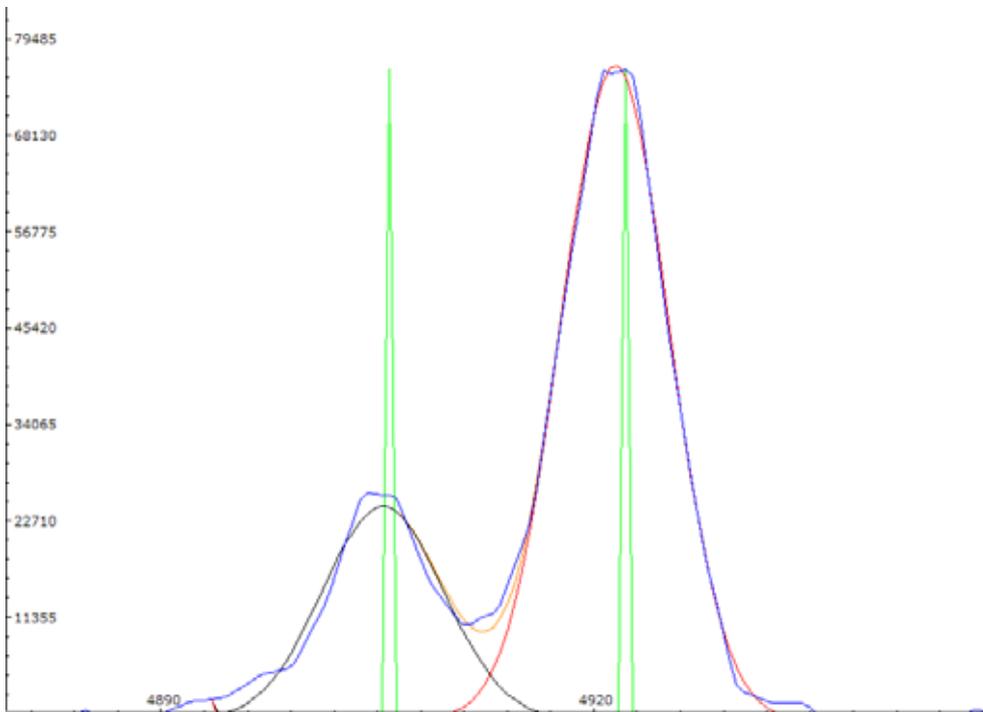


Fig.4. Profil spectral obtenu avec le logiciel Visual Spec. En vert les raies interdites de l'oxygène deux fois ionisé, [OIII], à 4958,92 Å et 5006,85 Å. En bleu le profil spectral de M1 pour la position de la fente telle que sur la figure 2. Le signal est intégré sur 12 pixels de hauteur autour de la position Y = 148, soit en bas du spectre de la figure 3. Nous pouvons vérifier sur ce profil spectral qu'aucun effet notable Doppler Fizeau ne modifie la position de ces raies ; en d'autres termes, sur cette partie du spectre la vitesse radiale est nulle. Les courbes noire et rouge sont les profils gaussiens de l'assistant d'analyse de raie.

Interprétation du spectre de la nébuleuse du Crabe

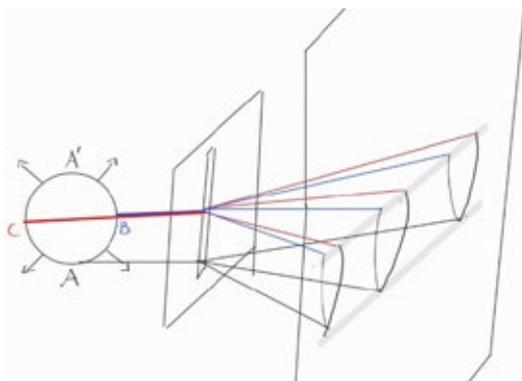


Fig.5. Modèle cinématique simplifié d'expansion de la nébuleuse et explication du dédoublement des raies.

Reprenons notre modèle simplifié (sphérique et isotrope) de la nébuleuse du Crabe. Depuis les zones A et A', l'expansion est perpendiculaire à notre ligne de visée, et par conséquent aucun décalage des raies par effet Doppler Fizeau n'est produit, puisque ces zones ne se rapprochent ni s'éloignent de nous. Notons λ la longueur d'onde particulière d'une de ces raies bien identifiée. En revanche, la lumière produite par les zones B et C est issue respectivement de zones se rapprochant et s'éloignant de nous. La raie précédente notée λ subit alors deux décalages spectraux, le premier inférieur à λ , $(\lambda - \Delta\lambda)$ le second supérieur à λ , $(\lambda + \Delta\lambda)$. Remarquons que la nébuleuse est creuse puisqu'aucune lumière n'apparaît dans l'intervalle $[\lambda - \Delta\lambda ; \lambda + \Delta\lambda]$. Entre ces deux spectres « élémentaires » produits par les zones A/A' et B/C, les composantes tangentielle de la lumière complètent le spectre total et ainsi la forme particulière en lentille et le dédoublement des raies d'émission trouvent leurs explications.

D'après les spectres obtenus à la figure 6 :

$$\Delta\lambda = \frac{502,32217 - 498,06631}{2} = 2,13 \text{ nm}$$

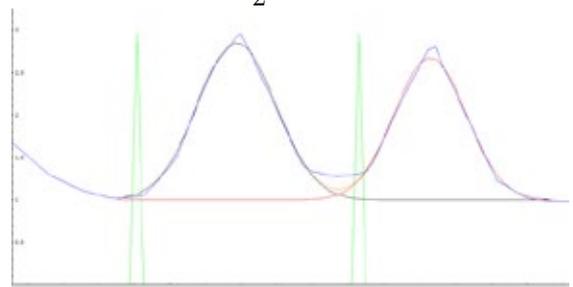


Fig.6. On retrouve en vert les raies interdites de l'[OIII], en bleu le profil spectral de M1 pour la position de la fente telle que sur la figure 2. Le signal est intégré sur 12 pixels de hauteur autour de la position Y = 197, soit vers le milieu du spectre de la figure 3. Nous vérifions cette fois-ci sur ce profil spectral qu'il existe bien un double effet Doppler Fizeau (un vers le rouge et un autre vers le bleu). Les courbes noire et rouge autour de la valeur 5006,85 Å, (pic de droite), sont les profils gaussiens de l'assistant d'analyse de raie. Les valeurs renvoyées sont égales à 4980,6631 Å et 5023,2217 Å.

Calcul de la distance de la nébuleuse du Crabe

Les lois de l'effet Doppler permettent de calculer la vitesse d'expansion :

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{v}{c}$$

c étant la vitesse de la lumière. Commençons par calculer cette vitesse .

$$v = \frac{\Delta\lambda \times c}{2 \times \lambda}$$

$$v = \frac{(5023,22 - 4980,66) \times 300000}{2 \times 5006,85} = 1275 \text{ km/s}$$

La valeur admise est de l'ordre de 1 500 km/s, soit une erreur relative sur l'estimation de cette vitesse de 15 %,

La vitesse linéaire et la vitesse angulaire (exprimée en rad/unité de temps) sont liées par la relation $v = \omega \times d$: .
Après avoir converti la vitesse angulaire en rad/an :

$$\omega = \frac{0,1604 \times \pi}{180 \times 3600} \text{ rad/an}$$

On en déduit

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \omega \frac{d}{c}$$

$$\frac{d}{c} = \frac{\Delta\lambda}{\lambda \times \omega} = \frac{2,13 \times 180 \times 3600}{500,6 \times 0,1598 \times \pi} = 5492 \text{ an}$$

La nébuleuse du Crabe serait à 5 492 années-lumière de nous.

Ce résultat est correct en apparence puisque la valeur qui fait consensus est autour de 6 300 al. Avec 13 % d'erreur sur la distance, l'ordre de grandeur est le bon. Mais il est entaché de grosses incertitudes que nous n'avons pas réussi à évaluer. L'une de nos erreurs est d'avoir supposé l'expansion homogène et isotrope, et les photographies nous montrent que c'est faux. Aussi, nous avons calculé une distance en usant de valeurs de deux vitesses mesurées en des lieux différents de la nébuleuse et qui ne sont peut-être pas égales ! De plus comme le montre le profil spectral de la figure 7, il est difficile à la résolution

de notre spectroscopie, de mesurer un décalage par effet Doppler-Fizeau. Le dédoublement de raies trop proches fait qu'elles se chevauchent, rendant difficile l'analyse.

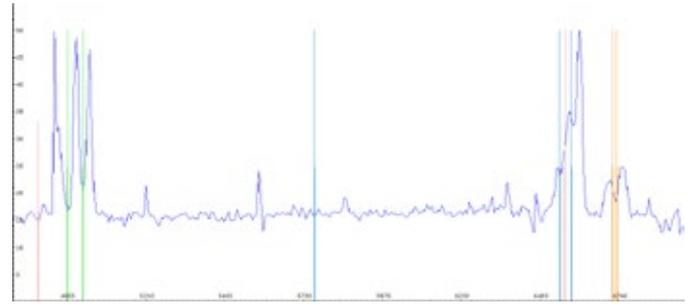


Fig.7. Respectivement de gauche à droite, en rose, H β à 4 861 Å, en vert le doublet de [OIII] à 4 959 Å et 5 007 Å, en bleu, [NII] à 5 755 Å, puis le doublet à 6 548 Å et 6 583 Å, entre ce doublet en rose H α à 6 563 Å et en orange le doublet de [SII] à 6 717 Å et 6 731 Å ; valeurs fournies par l'assistant d'éléments. Le signal est intégré sur 12 pixels de hauteur autour de la position Y = 197. Plusieurs raies se confondent.

(1) <http://www.astrosurf.com/buil/index.html>

(2) <http://www.astrosurf.com/vdesnoux/download.html>

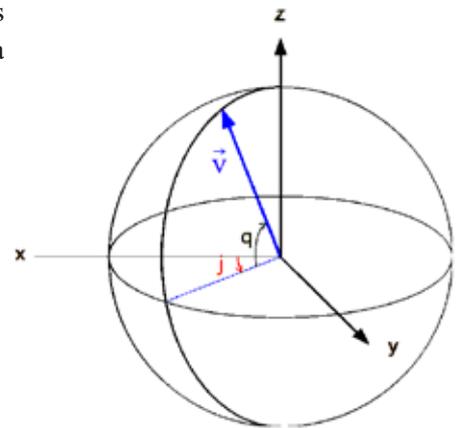
Encadré

Un champ de vecteur \vec{V} de norme constante est uniformément réparti dans toutes les directions de l'espace. On recherche la valeur moyenne de sa projection sur un plan xOy.

La projection de \vec{V} sur le plan xOy est

$$V_{xy} = V \cos \theta$$

L'angle solide élémentaire autour de \vec{V} est $d^2\omega = d\varphi \times \cos\theta \, d\theta$



Et la valeur moyenne de V_{xy} :

$$\begin{aligned} \overline{V_{xy}} &= \frac{\iiint V \cos \theta \, d^2\omega}{\iiint d^2\omega} = \frac{\int_0^{2\pi} d\varphi \int_{-\pi/2}^{+\pi/2} V \cos^2 \theta \, d\theta}{\int_0^{2\pi} d\varphi \int_{-\pi/2}^{+\pi/2} \cos \theta \, d\theta} = V \frac{\int_{-\pi/2}^{+\pi/2} \cos^2 \theta \, d\theta}{\int_{-\pi/2}^{+\pi/2} \cos \theta \, d\theta} = \frac{V}{2} \frac{\int_{-\pi/2}^{+\pi/2} (\cos 2\theta + 1) \, d\theta}{\int_{-\pi/2}^{+\pi/2} \cos \theta \, d\theta} \\ &= \frac{V}{2} \times \frac{\left[\frac{\sin 2\theta}{2} + \theta \right]_{-\pi/2}^{+\pi/2}}{[\sin \theta]_{-\pi/2}^{+\pi/2}} = \frac{V}{2} \times \frac{\pi}{2} = V \times \frac{\pi}{4} \end{aligned}$$