RÉCONCILIER LES SEMAINES

Louis-Aimé de Fouquières

Cet article propose de trouver le jour de la semaine pour n'importe quelle date, que ce soit dans le calendrier julien ou le calendrier grégorien. il est basé sur des dates pivots, une par mois, et un jour clé par année, tous les calculs pouvant se faire de tête.

Pour exprimer une date pour un rendez-vous ou un événement, nous utilisons un numéro de jour (« quantième ») et un nom de mois en référence au calendrier grégorien : le 14 février, le 1er novembre etc. Mais, pour l'homme du 21e siècle, c'est la semaine qui donne la cadence des relations sociales et économiques. Tout récemment, la numérotation des semaines a fait l'objet d'une norme ISO, utilisée dans le monde entier[1]. Sans le dire explicitement, cette norme définit un nouveau calendrier. L'année y comprend 52 ou parfois 53 semaines de 7 jours. Désormais, plutôt que le saint de chaque jour, ce sont les numéros de semaines qui apparaissent sur les calendriers muraux de nos entreprises.
Or nous sommes souvent le plus souvent gênés de ne pouvoir connaître le jour de semaine correspondant à une date traditionnelle. Bien plus, un numéro de semaine ne nous évoque aucune date dans l'année.

Les méthodes mentales que je propose ici permettent de réconcilier de tête la semaine et les dates traditionnelles. Elles sont dues en grande partie au mathématicien américain d'origine britannique John Conway [1], décédé en 2020. Elles s'appuient sur notre capacité naturelle à faire des calculs de congruence (voir note 2).

Le calendrier grégorien moins irrégulier qu'il ne paraît

À la décharge des mathématiciens, le calendrier grégorien rebute par ses bizarreries, notamment son mois de février trop court. C'est Jules César qui fit démarrer le calendrier au 1er janvier alors que l'année traditionnelle romaine, avant l'instauration du calendrier julien, commençait en mars. L'on entend encore, dans les noms septembre à décembre, les numéros sept à dix des mois devenus neuvième à douzième. Dans notre calendrier actuel, en partant de mars, l'année comprend deux séries de cinq mois exactement semblables : mars à juillet, puis août à décembre (voir tableau 1).

Chaque série comprend 153 jours, répartis en cinq mois de 31 ou 30 jours régulièrement alternés. Janvier et février constituent le début d'une nouvelle série, qui s'interrompt le 28 février, les 365 jours de l'année étant atteints. Le jour intercalaire des années à 366 jours est très logiquement inséré à la fin du dernier cycle. Les programmes informatiques de conversion de calendriers utilisent ces propriétés. Ils décalent fictivement le début d'année au 1er mars pour faire les calculs.

Durée des mois	31	30	31	30	31
Cycle 1	mars	avril	mai	juin	juillet
Cycle 2	août	septembre	octobre	novembre	décembre
Cycle 3 interrompu	janvier	février (28 ou 29)			

Tableau 1. Les cycles de mois dans le calendrier julien.

Pour tirer le meilleur parti des régularités du calendrier grégorien, il faut se référer au 1er mars plutôt qu'au 1er janvier. On observe alors que presque tous les bimestres comptent 61 jours. En pratique, seule l'aspérité des mois de juillet et août doit être résolue.

Les calculs sur janvier et février peuvent être effectués à partir du mois de mars qui les suit. Or, si un bimestre comprend 61 jours, 9 semaines en comprennent 63, soit deux jours de plus. Nous allons y revenir.

1 Une semaine est définie du lundi au dimanche. La semaine n° 1 est celle qui contient le 4 janvier.

Exploiter une compétence partagée

La plupart d'entre nous sommes capables de faire des opérations de base en congruence de 7, ce qui nous permet de maîtriser les jours de semaine dans un même mois[2]. L'exemple le plus simple est celui du mois de mai : si nous connaissons le jour de semaine du 1er mai, nous savons que le 8 mai tombe le même jour. Mais cela fonctionne aussi en novembre : si le 1er novembre est lundi, le 11 novembre est jeudi, comme le 4 novembre. Point besoin d'almanach ni de machine pour faire cela.

John Conway s'appuie sur cette compétence de base et propose de repérer au moins une **date pivot**[3] chaque mois, dont le jour de semaine soit connu. Neuf semaines correspondent à un bimestre plus deux jours, et donc les 4/4, 6/6, 8/8, 10/10 et 12/12, tombent chaque année un même jour de semaine.

John Conway nomme *doomsday* ce jour de semaine commun. Doomsday signifie le *jour du Jugement dernier*. Nous traduirons ce concept par *clavedi*, ou jour-clé. *Clavedi* doit être remplacé par lundi, ou mardi, etc., selon l'année.

En 2020, les 4/4, 6/6, 8/8, 10/10, 12/12 tombent un samedi. Le clavedi de 2020 est « samedi ».
En 2021, les 4/4, 6/6, 8/8, 10/10, 12/12 tombent un dimanche. Le clavedi de 2021 est « dimanche ».
En 2022, les 4/4, 6/6, 8/8, 10/10, 12/12 tombent un lundi. Le clavedi de 2022 est « lundi ».

Quid des autres mois ? En mars, clavedi tombe le 21 mars (4 avril moins 2 semaines), la date de référence pour le calcul de Pâques. Il tombe aussi le « 0 mars », la veille du 1er mars, c'est-à-dire le dernier jour de février, 28 ou 29. Et donc aussi 28 jours plus tôt, c'est-à-dire le 1er février des années bissextiles, et le « 0 février » c'est-à-dire le 31 janvier des années communes. On peut noter qu'en année bissextile, il tombe le 11/1 et le 22/2. Et un jour plus tôt en année commune, soit 10/1 et 21/2.

Il ne reste plus que quatre mois impairs, de numéros 5, 7, 9 et 11. Il faut se souvenir de cet ami qui travaillait « de 9 h à 5 h au Seven-Eleven » (Seven-Eleven est une chaîne de supérettes très populaire aux États-Unis). Les dernières dates pivots sont donc 9/5 et 5/9, et aussi 11/7 et 7/11. Ces dates pivots sont symétriques, on peut les employer dans toutes les cultures, aussi bien aux États-Unis où l'usage est d'énoncer le mois avant le quantième, qu'en Europe où même les Anglais placent le quantième avant le mois.

	jan	fév	mar	avr	mai	jun	jul	aoû	sep	oct	nov	déc
Mars : « 0 mars »			7 (21)									
Mois pairs :4/4, 6/6, 8/8, 10/10, 12/12				4		6		8		10		12
Mois impairs : « 9 h à 5 h au 7-11 »					9 (2)		11 (4)		5		7	
Année bissextile : 0/3, 22/2 et 11/1	11 (4)	29 22										
Année commune : 0/3, 21/2 et 10/1	10 (3)	28 21										

Tableau 2. **Les dates pivots.**
En 2021, toutes les dates citées dans le tableau ci-dessus étaient un dimanche, le clavedi de 2021.
En 2022, toutes les dates citées dans le tableau ci-dessus étaient un lundi, le clavedi de 2022.

La semaine en chiffres

En somme, le jour de semaine du dernier jour de février (le 0/3) est le *clavedi* de l'année. Et au moyen des dates pivots, on connaît un jour de chaque mois qui tombe ce jour-là. Reste à calculer le *clavedi* de l'année.

Le calcul implique des nombres, et il faut donc associer des nombres aux jours de semaine. On choisira 0 pour

2 Voici quelques exemples pour ceux qui seraient peu familiers avec la notion de congruence : 1, 8, 15, 22... sont « congrus à 1 modulo 7 » car ils ont même reste (ici 1) dans la division par 7. De même, 2, 9, 16, 23... sont congrus à 2 modulo 7.

3 On parle souvent de jour pivot à propos de cette méthode. L'expression date pivot me paraît plus appropriée.

dimanche, 1 pour lundi... 6 pour samedi[4]. Les nombres de 0 à 6 sont des restes d'une division par 7, ce qui permet d'utiliser la théorie des congruences.

En anglais, John Conway propose de rapprocher phonétiquement les noms de jours. Des rapprochements semblables peuvent être faits en français.

Numéro	0	1	2	3	4	5	6
Jour	Dimanche	Lundi	Mardi	Mercredi	Jeudi	Vendredi	Samedi
Anglais	Sans-day	One-day	Two's day		Four's day	F(ive)'s day	S(ix)' day
Français		l'un-di	m'a re-di		Semaine des 4 jeudis	V = 5 en romain	S(ix)

Tableau 3. Numérotation des jours de semaine.

Calculer le jour clé

Le clavedi de proche en proche

Avant de calculer le clavedi pour n'importe quelle année, apprenons à l'évaluer d'une année à l'autre. Le calcul est extrêmement simple :

- D'une année à l'année commune suivante, le clavedi augmente d'un jour.
- Si en revanche l'année suivante est bissextile, le clavedi augmente de deux jours.

Ainsi, le clavedi est jeudi (4) en 2019. Il passe à samedi (6) en 2020, année bissextile. Et s'établit à dimanche (7 donc 0) en 2021.

Même sans maîtriser le calcul du clavedi de chaque année, chacun peut désormais s'exercer à calculer les jours de semaine pour l'année en cours et des années voisines.

Soit à trouver le jour de semaine du 11 novembre 2021 : année de clavedi dimanche.

Le 7 novembre, date pivot, est un dimanche, et le 11, 4 jours plus tard, est un jeudi.

… puis de siècle en siècle

L'exercice devient intéressant quand il s'agit de trouver le clavedi de n'importe quelle année, et qui plus est dans le calendrier julien ou grégorien. Rappelons que le calendrier julien, initialement promulgué par Jules César, a commencé en 45 av. J.-C., soit en l'an -44 des astronomes. Les années bissextiles sont toutes les années multiples de 4. Le calendrier grégorien n'est qu'un réglage du calendrier julien, qui s'est imposé progressivement en Europe et dans le monde à partir de 1582. Certaines années multiples de quatre ne sont pas bissextiles : les exceptions sont les années multiples de 100, qui ne sont pas multiples de 400. Ainsi, 1700, 1800 et 1900 ne furent pas bissextiles, mais 1600 et 2000 le furent.

C'est pourquoi, pour trouver le clavedi d'une année, il faut d'abord la décomposer en partie séculaire et partie infraséculaire. Cela ressemble à la décomposition d'un nombre en milliers, centaines, dizaines et unités. Par exemple 1935 a pour partie séculaire 19, et pour partie infraséculaire 35. Le clavedi de l'année recherchée sera celui de la partie séculaire, appelé balise de siècle, augmenté d'un écart qui ne dépend que de la partie infraséculaire. Pour 1935 par exemple, on calcule donc la *balise de siècle*, le clavedi de l'année de siècle, ici 1900, puis l'écart dû à la partie infraséculaire de 35 ans.

Calculer la balise d'un siècle

Dans le calendrier julien, le cycle des dates et jours de semaines se reproduit exactement à l'identique tous les 7 siècles. Un siècle compte 36 525 jours. Ce nombre est congru à 6 modulo 7. La balise de siècle régresse d'une unité chaque siècle. Elle vaut 0 pour l'année 0, ce qui est bien commode à mémoriser. **La balise d'un siècle du calendrier julien est l'opposé modulo 7 du rang de ce siècle.** Par exemple -1 (donc 6 ou samedi) pour l'année 100 comme pour l'année 800, -2 (donc 5 ou vendredi) pour l'année 200, -3 (donc 4 ou jeudi) pour l'année 300....

4 La norme ISO associe 1 à lundi, 2 à mardi... 7 à dimanche. C'est la même convention ici mais avec 0 pour dimanche au lieu de 7.

Année	0	100	200	300	400	500	600	700
Balise	0	-1 ou 6	-2 ou 5	-3 ou 4	-4 ou 3	-5 ou 2	-6 ou 1	-7 ou 0
Clavedi	Dimanche	Samedi	Vendredi	Jeudi	Mercredi	Mardi	Lundi	Dimanche
Année	**800**	**900**	**1000**	**1100**	**1200**	**1300**	**1400**	**1500**
Balise	-8 ou 6	-9 ou 5	-10 ou 4	-11 ou 3	-12 ou 2	-13 ou 1	-14 ou 0	-15 ou 6
Clavedi	Samedi	Vendredi	Jeudi	Mercredi	Mardi	Lundi	Dimanche	Samedi

Tableau 4. Balises de siècle dans le calendrier julien.

Dans le calendrier grégorien, le même cycle se reproduit tous les 400 ans. Cette remarquable propriété se démontre facilement en considérant un cycle commençant le 1er mars d'une année multiple de 400, par exemple le 1er mars 1600. Chacun des trois premiers siècles compte 36 524 jours, soit 5 modulo 7. Le quatrième en compte 36 525, puisque par exception l'an 2000 comprend un 29 février. Le nombre total de jours est congru à 5 + 5 + 5 + 6 = 21 soit 0 modulo 7. Il suffit donc de retenir les clavedis de 4 années de siècles successives, et c'est la formule **2 0 5 3**. Ainsi le clavedi de l'an 1600 comme de l'an 2000 est 2, celui de 1700 est 0, celui de 1800 est 5, celui de 1900 est 3. Pour les dates du 16e siècle, postérieures au passage au grégorien dans les pays européens catholiques (1582 à 1585 selon les pays), la balise est 3 comme pour 1900 et 2300.

Année	1600	1700	1800	1900	2000	2100	2200	2300
Balise	2	0	5	3	2	0	5	3
Clavedi	Mardi	Dimanche	Vendredi	Mercredi	Mardi	Dimanche	Vendredi	Mercredi

Tableau 5. Balises de siècle dans le calendrier grégorien.

Calculer rapidement la partie infraséculaire

Comme indiqué plus haut, le clavedi croît de 1 chaque année commune, et de 2 chaque année bissextile. Si l'on considère un nombre positif inférieur à 100, l'écart de clavedi est donc, modulo 7, ce nombre (écart de 1 jour par année) augmenté du quotient entier de la division par 4 (1 jour supplémentaire par année bissextile). Pour 1879 par exemple, on note que la balise de 1800 est 5 et on calcule l'écart dû à 79, la partie infraséculaire (les résultats de chaque étape sont en gras) :

1800 → **5**

79 + E(79 / 4) → 79 + 19 → 98 = **0** mod 7

Clavedi → 5 + 0 = **5** mod 7

Ce calcul apparemment simple est toutefois un peu périlleux pour des valeurs élevées de la part infraséculaire. John Conway propose de diviser la part infraséculaire par 12, car tous les 12 ans, le clavedi augmente de 1. On note mentalement le quotient sur son deuxième doigt (car on a noté la balise de siècle sur le premier), on note le reste sur le troisième, enfin on note le quotient par 4 de ce dernier reste sur le quatrième doigt. Puis on ajoute les contenus des doigts.

Ainsi, pour 1879 :

1800 → **5**

79 = 12 * **6** + **7**

7 / 4 = **1**

Clavedi → 5 + 6 + 7 + 1 = **5** mod 7

Il y a une étape de plus que précédemment, mais les éléments sont plus simples à calculer. Toutefois, les ingénieurs Fong et Walters ont trouvé en 2011 une méthode radicalement plus simple, qui utilise très efficacement les propriétés de congruence [2]. Cette méthode, « 11 sur impair », s'applique toujours à la partie infraséculaire A, la voici :

À partir de la partie infraséculaire A :

si A est impair, ajouter 11, sinon garder A ;

diviser par 2 (notez que le résultat est toujours entier) ;

si le résultat est impair, ajouter 11 ;

l'opposé du résultat final modulo 7 est l'écart de clavedi qu'il faut ajouter à la balise de siècle.

Par exemple, toujours avec 1879 :

1800 a pour balise de siècle 5

79 est impair donc → **90**

90 / 2 → **45**

45 est impair donc → **56**

Résultat → (-56) → 0 modulo 7

Clavedi = 5 + 0 → 5

Cette méthode est très rapide et très fiable, car elle ne requiert pas de retenir des chiffres intermédiaires. Le seul danger est qu'il faut prendre l'opposé du résultat des deux calculs en cascade. À l'usage, c'est la méthode que nous recommandons.
Il peut être intéressant de démontrer cet algorithme. Cela se fait en décomposant de manière adéquate la partie infraséculaire x, et en calculant la somme du clavedi de x et du résultat du calcul « 11 sur impair ». Une démonstration est proposée sur le site.

Quelques exercices

1. Trouvez le jour de semaine des jours fériés fixes de cette année et des années proches (solutions ci-dessous pour le 1/05/2022 et le 15/08/2022).
2. Trouvez le jour de semaine et le numéro de semaine d'événements récents : date de mariage, date de naissance de vos proches etc.
3. Trouvez le jour et le numéro de semaine de dates de l'histoire récente : 14 juillet 1789 (solution ci-dessous), 2 décembre 1804, 14 mars 1879, 11 novembre 1918, 1er septembre 1939, 25 août 1944, 8 mai 1945, 11 septembre 2001…
4. Le calendrier grégorien commence le 15 octobre 1582 à Rome et en Espagne, cette date faisant suite au 4 octobre 1582 du calendrier julien. Quels étaient les jours de semaine de ces deux dates ? (solution ci-dessous)
5. Comparez le jour de semaine du 23 avril 1616 (grégorien), jour du décès de Cervantes, à celui du 23 avril 1616 (julien), jour de décès de Shakespeare (solution ci-dessous).
6. Une lettre attribuée à Madame de Sévigné est datée de jeudi 30 avril 1687. Démontrez que la date est fausse.
7. Quel jour de semaine le couronnement de Charlemagne a-t-il eu lieu, ce jour étant le jour de Noël de l'an 800 ?
8. John Conway, né le 26 décembre 1937, est décédé le 11 avril 2020, veille de Pâques. Quel est le point commun de ces deux dates ?

Avec une partie des solutions

1 Pour l'année 2022, le clavedi est lundi. Donc le 9 mai (date pivot de mai) est un lundi, comme le 2. Le 1er mai est alors un dimanche, pas de chance...
Si le clavedi est lundi, le 8/8 (date pivot d'août) est un lundi, donc le 15/08 aussi. Un beau week-end allongé...
3. Pour le 14 juillet 1789 :
Balise de 1700 : 0 (le 0 de 2-0-5-3)
Deux méthodes pour 89 :
89 → 89 + E(89/4) = 89 + 22 = 111 → 6
ou 89 → 100 → 50 → -50 → 6
Clavedi de 1789 : 0 + 6 = 6 donc samedi
Donc le 11/7 (date pivot de juillet) est un samedi, le 14/7/1789 est un mardi.

4. Pour le 4 octobre 1582
Balise de 1500 : -15 donc 6
Pour 82 : 82 + E(82/4) = 82 + 20 = 102 → 4
Clavedi de 1582 : 6 + 4 = 10 → 3 donc mercredi
Donc le 10/10 (date pivot d'octobre) est un mercredi comme le 3/10.
Le 4/10/1582 du calendrier julien est un jeudi.
Le lendemain, le 15 octobre du calendrier grégorien est alors un vendredi.

5. En calendrier grégorien
Clavedi de 1616 : 2 (pour 1600) + 16 + E(16/4) = 22 soit 1 modulo 7 (lundi).
Le 4/4 (date pivot d'avril) est un lundi, comme le 25/4 donc le 23/04 est un samedi.
En calendrier julien
Clavedi de 1616 : -16 (pour 1600) + 16 + E(16/4) = 4 (jeudi).
Le 4/4 (date pivot d'avril) est un jeudi, comme le 25/4 donc le 23/04 est un mardi.

6. 30 avril 1687 en calendrier grégorien
Clavedi de 1687 : 2 (pour 1600) + 87 + E(87/4) = 110 soit 5 modulo 7 (vendredi).
Le 4/4 (date pivot d'avril) est un vendredi, comme le 25/4 donc le 30/04 est un mercredi (et non un jeudi).

7. 25/12/800 du calendrier julien
Balise de 800 : -8 soit 6 (samedi).
Le 12/12 (date pivot de décembre) est un samedi comme le 26/12.
Le 25/12/800 est un vendredi.

8. Clavedi de 1937 : 3 + 37 + E(37/4) = 49 soit 0 modulo 7 (dimanche).
Le 12/12 (date pivot de décembre) est un dimanche, comme le 26.
Clavedi de 2020 : 2 + 20 + E(20/4) = 27 soit 6 modulo 7 (samedi).
Le 4/4 (date pivot d'avril) est un samedi comme le 11/04. « John Conway est né et mort un clavedi, jour qu'il avait lui-même défini. »

Références
[1] John Horton Conway, Tomorrow is the Day After Doomsday, Eureka, vol. 36, octobre 1973, p. 28-31.
[2] Chamberlain Fong, Michael K. Walters, Methods for Accelerating Conway's Doomsday Algorithm (part 2), 7th International Congress of Industrial and Applied Mathematics (2011), 8 août 2011.

■