

# SYZYGIES, CONJONCTIONS, PRÉCESSIONS

## RELATIONS ENTRE DIVERSES PÉRIODES EN ASTRONOMIE

Daniel Descout, Deuil-la-Barre

*Comment à partir de la lecture d'une bonne vieille horloge à aiguilles on peut retrouver les lois qui régissent le mouvement des astres Soleil, Terre, Lune, engendrant la grande horloge astronomique. Un retour aux sources du temps par excellence.*

Observée depuis la Terre, la Lune présente des phases qui se succèdent périodiquement (figure 1). L'intervalle de temps entre deux nouvelles Lunes consécutives varie de 29,28 jours à 29,82 jours environ et est nommé lunaison. La *lunaison moyenne*, valeur moyenne calculée sur plusieurs centaines de lunaisons, vaut plus précisément 29,530 589 jours (un jour, ou jour solaire moyen, vaut 86 400 secondes).



Fig.1. Les phases de la Lune (crédit IMCCE / P Rocher).

Cette succession des phases lunaires est directement liée à l'orientation de l'axe [Terre – Lune] par rapport à l'axe [Terre – Soleil], considéré comme axe fixe. Les Nouvelles Lunes surviennent lors d'une syzygie, ou alignement presque parfait du trio [Soleil – Lune – Terre]. La lunaison moyenne est aussi nommée *période synodique* lunaire (notée  $L_s$  par la suite).

Dans un référentiel géocentrique orienté par rapport aux étoiles dites lointaines, l'axe [Terre – Lune] effectue une rotation avec la *période sidérale* lunaire (notée  $L^*$ ). La valeur moyenne de  $L^*$  est 27,321 662 jours. Dans un tel référentiel, l'axe [Terre – Soleil] effectue une rotation avec la période dite *année sidérale* terrestre (notée  $T^*$  ensuite). Sa valeur moyenne est 365,256 363 jours.

Les trois périodes ( $L_s$ ,  $L^*$  et  $T^*$ ) sont liées. La relation entre elles s'exprime par une formule littérale applicable à de nombreux autres phénomènes périodiques en astronomie, comme les conjonctions planétaires, la précession des équinoxes ou la succession des éclipses.

Après avoir démontré cette formule en choisissant un exemple hors du domaine de l'astronomie (voir encadré), cet article se propose de montrer la généralité de ses applications en astronomie.

### Encadré

#### Coïncidence d'aiguilles

À l'école élémentaire, au fond de ma classe, à bonne hauteur, était installée la maîtresse du temps, une horloge à aiguilles. Lors de certains après-midis de juillet, quand la chaleur incitait à céder à une certaine torpeur, le dernier quart d'heure avant la sonnerie libératrice de 16 h 30 semblait s'allonger démesurément. Alors inattentif aux dernières recommandations du maître d'école, l'esprit s'évadait. Et si la sonnerie venait à retentir un peu plus tôt ! Par exemple, juste lorsque la grande aiguille coïncide avec la petite aiguille ! Avec combien de minutes d'avance serions-nous libérés ?



Fig.2. À midi, petite et grande aiguille sont superposées. Une autre superposition est représentée, aux environs de 4 h 22.

Une façon (parmi d'autres) de répondre à cette question consiste à chercher les instants de toutes les coïncidences entre la grande aiguille (celle qui donne la succession des minutes, en vert sur les figures 2, 3, 4 et 5) et la petite aiguille (celle qui donne la succession des heures, en rouge sur ces mêmes figures).

Les deux aiguilles tournent avec une vitesse angulaire constante, ce qui revient à mesurer le temps grâce à des mesures d'angles balayés par les aiguilles, toutes les deux articulées au même point, le centre de la pendule. Les périodes de rotation (P et G) de la petite et de la grande aiguille sont respectivement de douze heures et d'une heure. La vitesse angulaire de la petite aiguille ( $1/P$ ) est d'un tour en 12 heures ( $1/12$  avec l'unité tour par heure, ou tour/h) ; celle de la grande aiguille ( $1/G$ ) est d'un tour en 1 heure (1 tour/h).

Si l'on choisit comme origine des temps le midi de la pendule, on choisit de fait l'origine des angles comme la demi-droite matérialisée par les deux aiguilles en coïncidence devant le nombre « 12 » (coïncidence zéro par convention ; figure 3).



Fig.3. L'origine des angles est le haut de la pendule. Après un temps  $t$ , la petite aiguille a parcouru un angle  $\alpha(t)$ , représenté en rouge, et la grande aiguille un angle  $\beta(t)$ , en vert. Le chiffre 1 en bleu indique la première coïncidence après midi.

À un instant  $t$  ( $> 0$ , quelconque), la petite aiguille a tourné d'un angle  $\alpha(t) = t/P$ , et la grande aiguille a tourné d'un angle  $\beta(t) = t/G$  (figure 3). La première coïncidence après midi entre les deux aiguilles survient lorsque la grande aiguille, après avoir bouclé un tour, rattrape la petite aiguille. Soit  $c$  l'instant de cet événement. Pour cette coïncidence :  $\beta(c) = 1 + \alpha(c)$  (angles exprimés en tours).

Autrement écrit :  $c/G = 1 + c/P$  ;  
ou encore :  $c = 1/(1/G - 1/P)$ .

La deuxième coïncidence après midi survient (à l'instant noté  $c'$ ) lorsque la grande aiguille, après avoir bouclé deux tours, rattrape une deuxième fois la petite aiguille. Soit :  $\beta(c') = 2 + \alpha(c')$ .

Autrement écrit (en tours) :  $c'/G = 2 + c'/P$  ;  
ou encore :  $c' = 2/(1/G - 1/P) = 2c$ .

La succession des coïncidences est donc périodique et de période  $C = c$ , avec :

$$1/C = 1/G - 1/P \text{ (équation 1)}$$

Numériquement :  $C = 1/(1 - 1/12) = 12/11$  (heure), ou environ 1 h 05 min 27,3 s.

La quatrième coïncidence après midi survient à l'instant  $t = 4C = 48/11 \approx 4$  h 21 min 49,09 s.

Cette coïncidence survient donc 8 minutes et 10,91 s avant 16 h 30 min.

L'équation 1, entre les périodes P, G et C, est transposable en astronomie, et s'avère très utile. Nous serons amenés à l'adapter dans le cas d'aiguilles contrarotatives, ou en tenant compte d'anticoïncidences.

### Cas des anticoïncidences

Appelons « anticoïncidence » la configuration où les deux aiguilles sont dans le prolongement l'une de l'autre (figure 4).



Fig.4. Deux cas d'anticoïncidence des aiguilles : à 6 h et à environ 8 h 11.

Il est possible de montrer (par la même méthode que précédemment) que les anticoïncidences se succèdent périodiquement (avec une période notée A), et que  $A = C$ .

L'instant de l'anticoïncidence de référence est 6 h 00 (par choix de simplicité). Il est intercalé entre les instants de la cinquième coïncidence ( $5C = 60/11$  h) et de la sixième ( $6C = 72/11$  h). Et il partage l'intervalle entre ces deux coïncidences en deux intervalles égaux ; en effet :

$$(5C + 6C)/2 = 132/22 = 6,0 \text{ h.}$$

*Conséquence* : les anticoïncidences et les coïncidences se succèdent à intervalles réguliers, par alternance, avec une période  $C/2$ . Ce résultat est à reprendre utilement dans le cas des éclipses de Soleil et de Lune (voir la partie consacrée aux « saisons d'éclipses »).

## Relation entre les périodes sidérale et synodique lunaires moyennes

La transposition astronomique du schéma de la figure 3 consiste à placer la Terre au centre du cadran de la pendule. La sphère céleste est alors la sphère circonscrite à la pendule, et le cadran est assimilé au plan de l'écliptique. La petite aiguille représente l'axe [Terre → Soleil], et la grande aiguille représente l'axe [Terre → Lune]. Ce faisant, nous confondons le plan orbital lunaire et le plan de l'écliptique, ce qui équivaut à prendre comme nul un angle de 5 degrés environ.

Le mouvement de rotation régulier et périodique des aiguilles est associé aux mouvements apparents du Soleil et de la Lune vus de la Terre, mouvements de révolution qui se font dans le même sens, et mouvements dont on néglige les irrégularités pour ne considérer que les mouvements moyens.

L'année terrestre sidérale moyenne ( $T^*$ ) est l'équivalent de la période  $P$  de la petite aiguille. La période sidérale lunaire moyenne ( $L^*$ ) est l'équivalent de la période  $G$  de la grande aiguille. Et la période synodique lunaire moyenne ( $L_s$ ) est l'équivalent de la période  $C$  des coïncidences d'aiguilles. Compte tenu de ces approximations et de ces correspondances, on écrit :

$$1/L_s \approx 1/L^* - 1/T^* \text{ (équation 2)}$$

Les périodes moyennes  $L_s$  et  $T^*$  sont connues par des mesures directes (valeurs respectives 29,531 et 365,256 jours), on en déduit la période  $L^* = 27,322$  jours, ce que l'on peut vérifier par l'observation de la Lune devant les étoiles.

## Relation entre les périodes terrestres : jour sidéral, jour solaire moyen et année sidérale

Dans un référentiel lié à la Terre (topocentrique), le jour sidéral (noté  $D^*$ ) est la durée qui sépare deux passages consécutifs d'une même étoile au méridien local. Cette période a une durée de 86 164,1 s, à quelques millisecondes près.

Le jour solaire moyen (que l'on notera  $D_{sm}$ ) diffère du jour sidéral ; c'est la moyenne annuelle du jour solaire vrai, qui est variable au cours de l'année. Le jour solaire moyen vaut 86 400 s. La différence entre ces deux valeurs est due au mouvement apparent du Soleil par rapport aux étoiles fixes, qui effectue un parcours complet de l'écliptique en une année sidérale (période notée  $T^*$ ). La durée moyenne de l'année sidérale est de 365,256 363 jours ( $D_{sm}$  de 86 400 s).

La relation existant entre ces trois périodes peut être déduite de l'équation 1 (encadré page précédente), au prix d'une transposition astronomique du dispositif de la pendule à aiguilles. La figure 5 illustre le principe de cette « horloge astronomique », imaginée sur une Terre dépouillée de son atmosphère, avec l'aide du logiciel

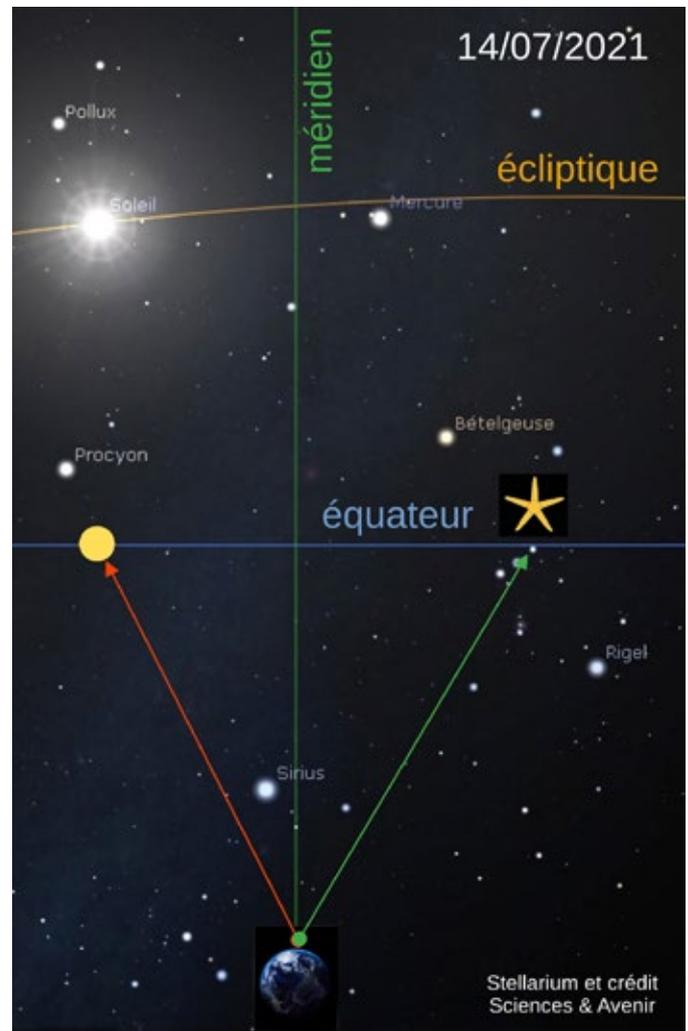


Fig.5. Une horloge astronomique. La Terre est considérée comme fixe, la grande aiguille est dirigée vers une étoile proche de l'équateur, la petite aiguille vers le Soleil moyen.

Stellarium. L'équateur est assimilé au cadran de la pendule, et son intersection avec le demi-plan méridien local définit l'axe qui sert d'origine pour la mesure des angles (dans le plan équatorial).

Une étoile qui se trouve proche de l'équateur (étoile de déclinaison quasi nulle, comme Mintaka,  $\delta$  Ori, de la constellation d'Orion) parcourt l'équateur, entraînée par le mouvement apparent céleste, et effectue exactement un tour pendant sa période  $D^*$ . Pour la repérer et la suivre, nous lui affectons la grande aiguille de la pendule (la plus rapide, verte), ainsi que le symbole et la période  $G$ .

Un Soleil fictif, parcourant l'équateur à vitesse angulaire constante, bouclera un tour en un jour solaire moyen. Il prendra, jour après jour et régulièrement, du retard par rapport à l'étoile que nous suivons. Nous lui affectons la petite aiguille de la pendule (la plus lente, rouge), ainsi que la période  $P$ . Sur la figure 5, les situations du Soleil vrai et de la constellation d'Orion sont représentées à la date du 14/07/2021. Le Soleil fictif est représenté par un disque jaune.

Le mouvement diurne entraîne les astres d'est en ouest (de gauche à droite sur la figure 5).

Si nous choisissons l'origine des temps ( $t = 0$ ) lorsque le Soleil fictif et l'étoile Mintaka sont superposés (même ascension droite ; en 2021, cet événement s'est produit le 14 juin), les deux aiguilles de repérage sont alors en coïncidence. La coïncidence suivante se produira quand le Soleil fictif retrouvera la même ascension droite que celle de Mintaka, soit au bout d'une année sidérale, analogue de la période C des coïncidences. L'équation 1 transposée d'écrit donc :

$$1/T^* = 1/D^* - 1/D_{sm} \text{ (équation 3)}$$

Pour l'application numérique, nous choisissons comme unité de temps le jour (de 86 400 s), donc  $D_{sm}$  est égal à l'unité, exactement. Avec  $T^* = 365,256$  j, et  $D^* = 0,997\,270$  j, nous vérifions la relation :  $1/D^* - 1/T^* = 1$  (aux erreurs d'arrondi près).

Le jour solaire moyen a servi, jusqu'en 1960, de support pour la définition de l'unité de temps du Système international, la seconde, avant l'avènement des horloges atomiques.

### Relation entre les périodes sidérale et synodique des planètes

La transposition astronomique du schéma de la figure 3 consiste à considérer que le cadran de la pendule est l'analogie du plan de l'écliptique. Les graduations (fixes) du cadran sont les analogues des étoiles fixes permettant de définir le référentiel héliocentrique. Le centre du cadran est la place du Soleil.

Nous faisons l'approximation selon laquelle les 8 planètes du Système solaire ont des orbites circulaires coplanaires centrées sur le Soleil, et décrites à vitesse constante (système simplifié de Copernic). Nous considérons le cas du couple [Terre - Vénus] (figure 6).

La direction [Soleil → Terre]

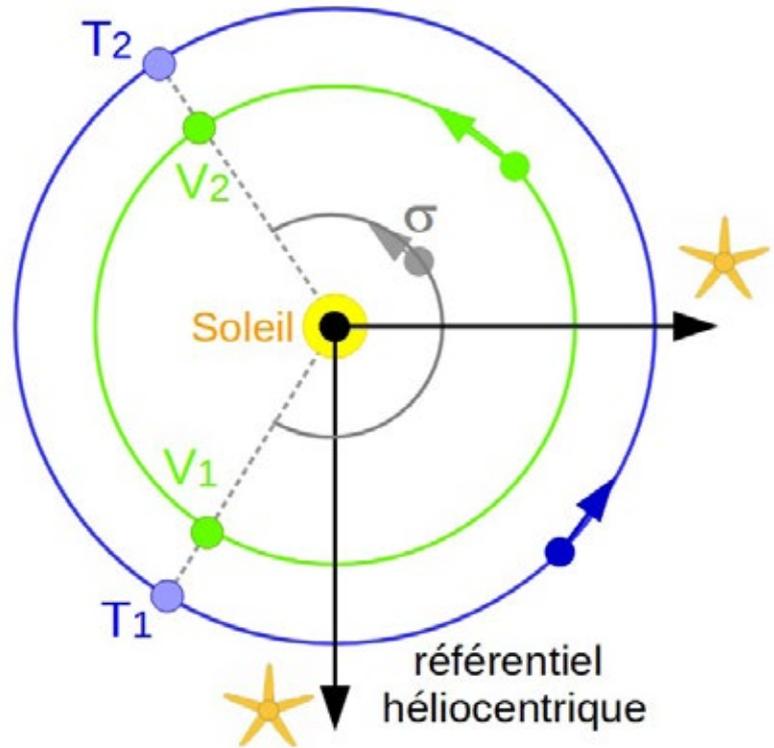


Fig.6. Deux conjonctions inférieures de Vénus (alignements Terre Vénus Soleil dans cet ordre).

est l'équivalent de la petite aiguille de la pendule (celle qui tourne le plus lentement). On remplacera P par la période orbitale  $T^*$ , année sidérale terrestre, dans l'équation 1.

La figure 6 représente deux conjonctions inférieures de la planète Vénus vue de la Terre. Une conjonction inférieure est l'équivalent d'une coïncidence d'aiguilles.

La durée qui sépare les alignements  $[T_1 \rightarrow V_1 \rightarrow \text{Soleil}]$  et  $[T_2 \rightarrow V_2 \rightarrow \text{Soleil}]$  est la période synodique de Vénus (notée  $V_s$ ) qui remplacera C dans l'équation 1.

Ce qui donne la relation :

$$1/V_s = 1/V^* - 1/T^* \text{ (équation 4)}$$

Numériquement :  $T^* = 365,256$  jours ;  $V^* = 224,701$  jours ; ce qui donne par l'équation 2 :  $V_s \approx 583,92$  jours.

Cela signifie que tous les 584 jours environ, nous voyons Vénus dans la même disposition par rapport à la Terre et au Soleil<sup>1</sup>.

La formule relative aux planètes extérieures à l'orbite terrestre est obtenue en inversant le rôle des aiguilles (la grande aiguille sera attribuée à la Terre). Ce qui donne par exemple avec la période sidérale  $J^*$  et la période synodique  $J_s$  de Jupiter :

$$1/J_s = 1/T^* - 1/J^* \text{ (équation 4 bis)}$$

Numériquement : avec  $J^* = 4\,332,59$  jours, on en déduit  $J_s \approx 398,88$  jours.

Jupiter était à l'opposition le 20 août 2021, elle repassera à l'opposition le 26 septembre 2022,402 jours plus tard.

<sup>1</sup> Par exemple, Vénus était élongation maximale Est le 29 octobre dernier (visible le soir). La prochaine aura lieu le 4 juin 2023,583 jours plus tard.

À l'époque de Copernic, les périodes connues étaient l'année sidérale  $T^*$  et les périodes synodiques des planètes ( $V_s$  et  $J_s$ ), toutes mesurables. Les équations (4) et (4bis) permirent alors de calculer les périodes sidérales des planètes,  $V^*$  et  $J^*$ , inconnues car non directement mesurables.

### Période moyenne de succession des éclipses : la saison d'éclipse

Si les plans orbitaux de la Lune et du Soleil vus de la Terre étaient confondus, il se produirait, au cours de chaque lunaison, une éclipse de Lune (par l'ombre de la Terre, à la Pleine Lune) et une occultation du Soleil (par la Lune formant écran, lors de la Nouvelle Lune). Comme le plan orbital de la Lune est incliné par rapport au plan de l'écliptique (figure 7), les éclipses de Lune et les occultations du Soleil (englobées sous le terme générique « éclipses ») ne surviennent que lorsque la Lune passe aux nœuds de son orbite, ou en est à proximité.

L'observation des dates des éclipses montre qu'elles sont groupées généralement par deux (une éclipse de Soleil et une de Lune, séparées par une demi-lunaison), rarement par trois (triplet formé d'une éclipse de Soleil encadrée par deux éclipses de Lune (LSL), ou l'inverse (SLS), réparties sur une durée d'une lunaison).

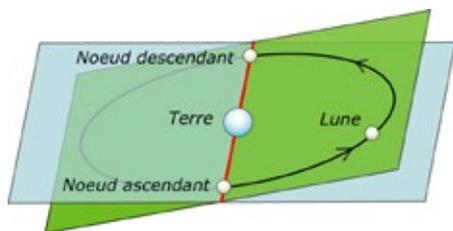


Fig.7. Le plan de l'orbite terrestre (en bleu) et le plan de l'orbite de la Lune (en vert) se coupent suivant la ligne des nœuds (en rouge).

Les groupes de 2 ou 3 éclipses sont séparés par des intervalles sans éclipses d'une durée proche de 5 lunaisons.

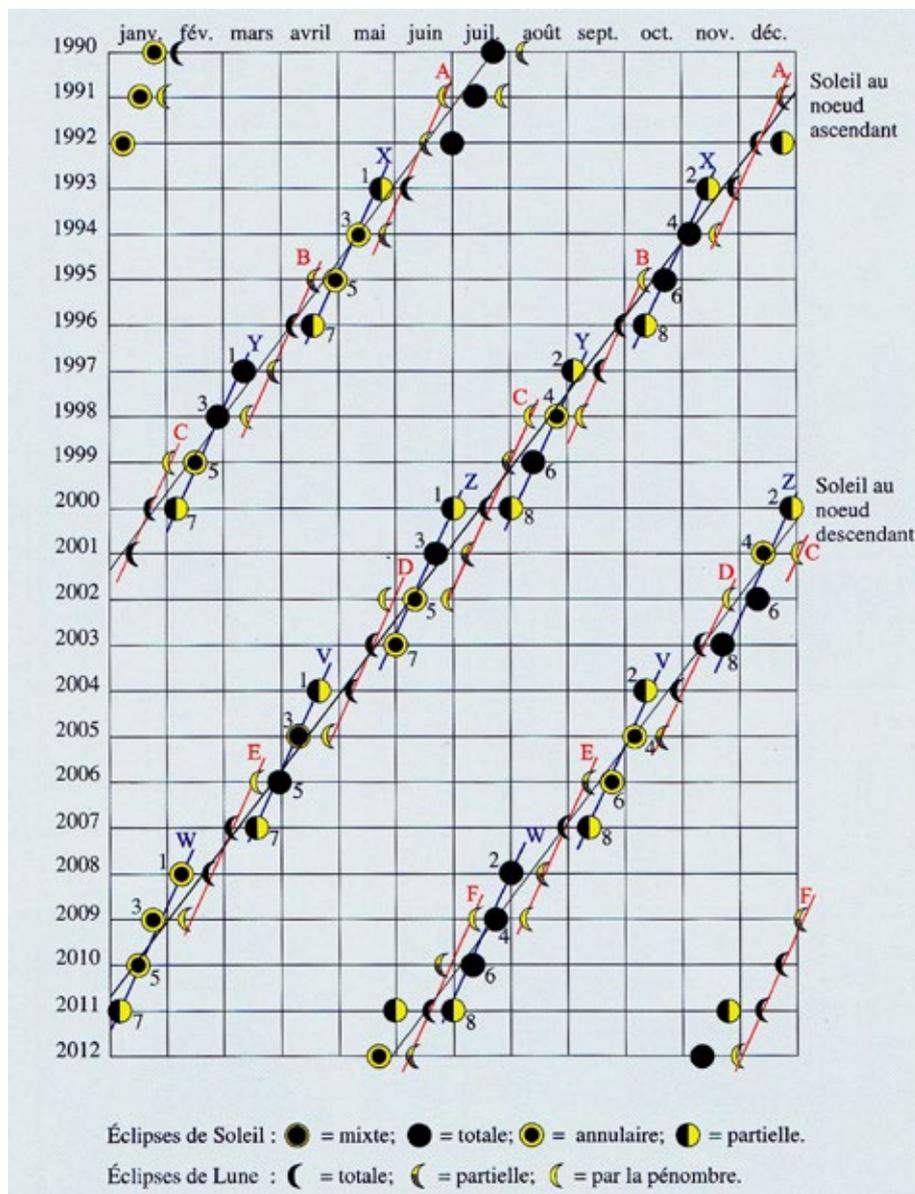


Fig.8. Tableau récapitulatif de toutes les éclipses de Soleil et de Lune de 1990 à 2012 (p 33 du livre de l'IMCCE *Les éclipses de Soleil* éditions EDP Sciences) crédit P.Rocher.

Les époques propices à ces éclipses groupées sont séparées par une durée moyenne nommée « saison d'éclipses » (notée E par la suite). **La saison d'éclipses correspond au temps mis par le Soleil, vu de la Terre, pour passer (en alignement) d'un nœud de l'orbite lunaire à l'autre**, soit un peu moins d'une demi-année.

La durée qui sépare deux passages consécutifs de la Lune au même nœud (ascendant ou descendant) est nommée **période draconitique** (notée  $L_d$ ). Sa valeur moyenne est  $L_d = 27,212\ 221$  jours. L'ordre de grandeur attendu pour la période moyenne E est donc celui de  $6 L_d$  (= 163 j) ou de  $6 L_s$  (= 177 j).

La droite qui joint les deux nœuds

de l'orbite lunaire (ou « **ligne des nœuds** ») possède un mouvement de rotation dans le sens rétrograde par rapport aux étoiles lointaines (on parle de précession nodale), de période moyenne 18,600  $T^*$  (période notée  $L_n$  par la suite).

### Le Soleil sur la ligne des nœuds

La transposition astronomique du schéma de la figure 3 s'appuie sur le schéma de la figure 9.

La Terre est au centre du cadran. Les nœuds ascendants sont notés  $N_1$  et  $N_2$ , les nœuds descendants  $N'_1$  et  $N'_2$ . Le schéma représente deux coïncidences de l'axe [Terre – Soleil] avec la ligne des nœuds :  $TS_1N_1$  et  $TS_2N_2$ . La grande aiguille

de la pendule, de période la plus courte, doit être associée à l'axe [Terre → Soleil] : on remplacera G par T\* dans l'équation 1.

La petite aiguille de la pendule, de période la plus longue, doit être associée à la ligne des nœuds : on devrait remplacer P par L<sub>n</sub>. Mais le sens rétrograde de la précession impose de récrire l'équation 1 avec des aiguilles contrarotatives (tournant en sens inverse l'une par rapport à l'autre).

On démontre alors que :

$$1/C = 1/G + 1/P \text{ (équation 1 bis)}$$

Après remplacement de P par L<sub>n</sub> dans l'équation 1 bis, la formule des coïncidences C devient :

$$1/C = 1/T^* + 1/L_n$$

La période E est la durée qui sépare un alignement [Terre→Lune→Soleil] (analogue d'une coïncidence) et l'alignement suivant [Lune←Terre→Soleil] (analogue d'une anticoïncidence).

Il s'ensuit (voir encadré) que E = C/2. Finalement :

$$1/2E = 1/T^* + 1/L_n \text{ (équation 5)}$$

Numériquement, avec

$$L_n = 18,600 T^* :$$

$$E = (9,3/19,6)T^* = 173,31 \text{ jours.}$$

### La Lune sur la ligne des nœuds

En reprenant l'analyse précédente (et sa figure 9), et en remplaçant le Soleil par la Lune, dans l'équation 1 bis, la période T\* est remplacée par la période L\*, la période L<sub>n</sub> est conservée, et la période des coïncidences devient la période draconitique L<sub>d</sub>. Donc :

$$1/L_d = 1/L^* + 1/L_n \text{ (équation 6)}$$

### La saison d'éclipses en fonction des périodes lunaires

La combinaison des équations 2, 5 et 6 permet d'éliminer les périodes T\*, L\* et L<sub>n</sub>.

Finalement, on démontre que :

$$1/2E = 1/L_d - 1/L_s \text{ (équation 7)}$$

Numériquement : avec L<sub>d</sub> = 27,212 2

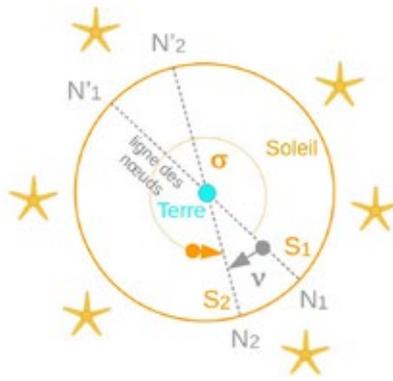


Fig.9. Le Soleil sur la ligne des nœuds.

jours et L<sub>s</sub> = 29,530 6 jours, on retrouve : E = 173,31 jours.

### Périodicités multiples de E et saros

L'examen détaillé du tableau des éclipses (figure 8) permet d'identifier plusieurs périodes d'éclipses de durées proches d'un multiple de la saison d'éclipses E.

En particulier, en 1991 et en 2009 se sont produits des triplets d'éclipses de type [LSL], avec une éclipse totale de Soleil encadrée par deux éclipses de Lune. Les maximums des éclipses de Soleil ont eu lieu le 11 juillet 1991 à 19 h 06 min 04 s (UTC) et le 22 juillet 2009 à 02 h 35 min 21 s, soit un intervalle de 6 585,31 jours (environ 18,03 T\*). Cette durée est égale à 37,997 E, très proche de 38 E.

### Cette période est nommée « saros ».

Elle correspond à la durée commune de 223 périodes synodiques et de 242 périodes draconitiques lunaires (qui ne diffèrent entre elles que de 52 minutes).

L'étude du saros dépasse le cadre de cet article.

### Année sidérale, année tropique et précession des équinoxes

L'année tropique terrestre (T<sub>t</sub>), définie dans un référentiel géocentrique, est la durée qui sépare deux passages consécutifs du centre du Soleil au point vernal de l'écliptique. Sa valeur moyenne est : T<sub>t</sub> = 365,242 190 jours (de 86 400 s). Elle diffère de l'année sidérale (T\*) à cause de la précession de la ligne des équinoxes. L'année tropique est plus courte que l'année sidérale d'environ

une vingtaine de minutes (20,4 minutes). La ligne des équinoxes (intersection du plan équatorial céleste avec le plan de l'écliptique) dérive dans le sens rétrograde dans le référentiel des étoiles fixes (en sens inverse du mouvement apparent annuel du Soleil sur l'écliptique).

Le schéma de la transposition astronomique de la pendule de l'encadré est de nouveau la figure 9, sur laquelle la ligne des nœuds lunaires est remplacée par la ligne des équinoxes. La grande aiguille pointe vers le Soleil ; la période G est remplacée par T\*. La petite aiguille pointe vers le point vernal ; la période P est remplacée par l'inconnue à déterminer, la période de précession (T<sub>p</sub>).

La période des coïncidences C est l'année tropique T<sub>t</sub>. Par application de l'équation 1 bis :

$$1/C = 1/G + 1/P \text{ devient :}$$

$$1/T_t = 1/T^* + 1/T_p \text{ (équation 8)}$$

Numériquement :

$$T_p = 9\,412\,759 \text{ jours ;}$$

$$\text{ou } T_p \approx 25\,770 T^*.$$

La précession des équinoxes, mesurée pour la première fois par l'astronome grec Hipparque (– II<sup>e</sup> siècle) est directement corrélée à la lente dérive du pôle nord céleste par rapport aux étoiles fixes, phénomène remarqué par les astronomes chinois au cours des III<sup>e</sup> et II<sup>e</sup> millénaires avant notre ère. Depuis ces premières observations et mesures, il ne s'est écoulé qu'environ 46 siècles, soit moins d'un cinquième de la période de précession T<sub>p</sub>. Néanmoins, la mécanique céleste, développée à partir du XVII<sup>e</sup> siècle (I. Newton, P. S. de Laplace), permet de prévoir que la précession des équinoxes et la dérive des pôles célestes sont des mouvements quasi réguliers et périodiques à une échelle de temps de plusieurs fois T<sub>p</sub>.