

# KEPLER CONFINÉ

Myriam Bergon, professeure de physique au Lycée Rosa Parks, Montgeron  
Myriam-Karine.Bergon@ac-versailles.fr

Jean Guérard, membre de la SAF, dirige l'observatoire Camille Flammarion à Juvisy-sur-Orge  
jean.guerard@saf-astronomie.fr

*Une expérience pour explorer la première loi de Kepler par l'observation de la Lune et la mesure de son diamètre apparent, révélant son orbite elliptique autour de la Terre. Des élèves de Terminale S ont réalisé une série de clichés et traité les images sur ordinateur. La précision des mesures atteint 0,1 % sur le diamètre apparent, ce qui permet de restituer fidèlement l'excentricité connue de l'orbite. Ce projet a gardé la motivation des élèves grâce à une activité concrète et des séances hebdomadaires en visio.*

## Introduction

Johannes Kepler (1571 – 1630), a établi ses lois sur le mouvement des corps célestes par l'analyse des abondantes et minutieuses observations collectées par son prédécesseur, l'astronome danois Tycho Brahe (1546 - 1601). Kepler énonce ainsi une nouvelle propriété en 1609 :

*Les planètes décrivent des orbites en forme d'ellipses dont le Soleil occupe un des foyers.*



C'est une idée révolutionnaire pour l'époque ! Elle rompt avec le dogme des orbites circulaires et explique avec une meilleure précision les écarts aux cercles que Ptolémée s'appliquait à modéliser dans son Almageste, combinant péniblement déférents et épicycles.

Cette loi est aussi valable pour le couple Terre-Lune. En parcourant une ellipse dont l'un des foyers est la Terre, sa distance doit donc varier. Mais de combien ? Est-ce perceptible ? Une mesure est-elle réalisable ? Avec quel matériel ?

Tel est le point de départ de la campagne de mesure effectuée au printemps 2020 par des élèves de Terminale

du Lycée Rosa Parks à Montgeron dans l'Essonne.

Bien sûr, on connaît aujourd'hui l'orbite de la Lune bien plus précisément qu'à l'époque de Kepler et on sait depuis Newton que les lois de Kepler ne sont que les conséquences d'une loi plus fondamentale : celle de la gravitation universelle. La mesure n'apportera pas de connaissance astronomique supplémentaire, mais la Lune, qui boucle son tour de Terre en un petit mois, avec une excentricité notable de 5%, offre l'occasion aux élèves de s'attaquer à la mécanique céleste et d'obtenir un résultat convaincant dans un temps compatible avec leur scolarité.

De plus, les lois de Kepler sont toujours au programme du nouveau bac de Spécialité en Physique Chimie qui fait une focale également sur la lunette astronomique de Galilée.

## Diamètre apparent

La variation de distance de la Terre à la Lune, du fait de cette orbite elliptique, se traduit par une variation de son diamètre apparent, qui doit être mesurable. Le diamètre apparent s'exprime comme un angle : celui sous lequel l'observateur voit l'objet. Il s'agit donc de mesurer jour après jour le diamètre apparent de la Lune, et de le tracer en fonction du temps pour révéler cette variation.

Mais la Lune n'est pas si grosse que ça : pour un diamètre réel de 3 500 km, vu à 384 000 km, elle occupe un angle de  $0,52^\circ$ , soit 31 minutes d'arc. Prise directement par un smartphone ou un petit appareil photo, l'image rendra un objet de quelques dizaines de pixels seulement (figure 1a), et certainement surexposé, dont il sera difficile d'extraire le diamètre avec précision.

Toutefois, un bon appareil photo muni d'un objectif, ou un véritable instrument astronomique (lunette ou télescope), fourniront une image exploitable en centaines de pixels (figure 1b, 1c, ci-après).



**Fig.1a.** Lune prise directement par un smartphone (non exploitable).



**Fig.1b.** Lune prise par un smartphone derrière l'oculaire d'une lunette astronomique 80/1200, exploitable.

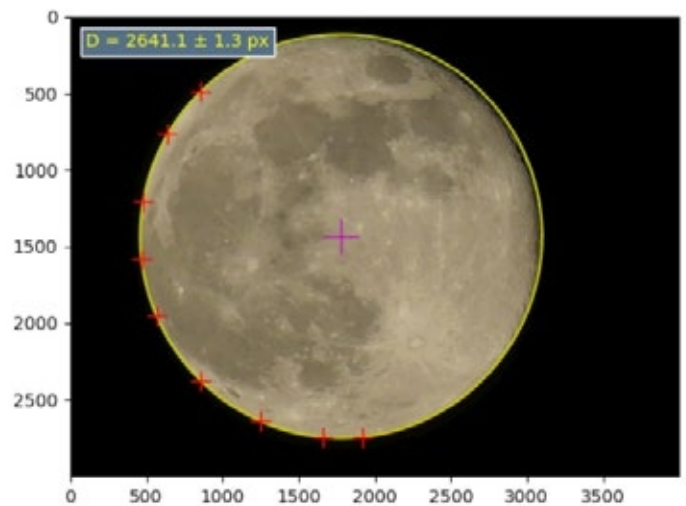


**Fig.1c.** Lune prise par un appareil numérique au téléobjectif 600 mm (équivalent).

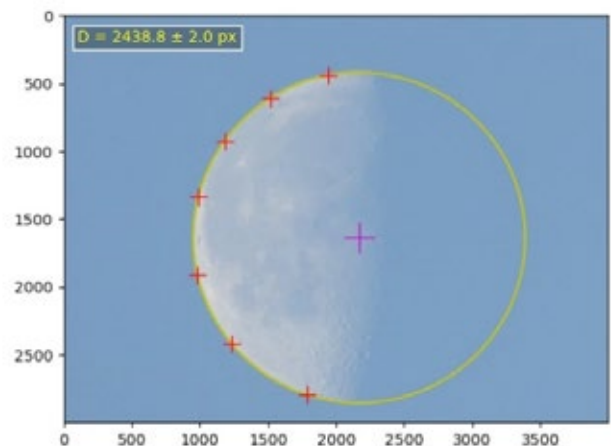
Durant les nouvelles Lunes (autour du 23 avril et du 22 mai 2020) les photos n'ont pas pu être réalisées en raison de la finesse du croissant et de la proximité de la Lune avec le Soleil, ce qui la rendait invisible. D'autre part, certaines dates sont manquantes en raison du mauvais temps.

Un programme de traitement d'image écrit en langage Python nous a permis d'extraire le diamètre apparent (voir encadré). Le programme est capable de réaliser cette mesure quelle que soit la phase de la Lune : croissant, pleine ou gibbeuse. C'est en fait le contour net, sur le fond du ciel, qui est exploité, et qui n'occupe jamais que la moitié du disque lunaire. En effet, même sur une Lune gibbeuse presque pleine, comme sur la figure 2a, le terminateur qui marque la limite de l'ombre ne doit pas être compté dans le contour.

Cependant, dans un compromis d'efficacité et de simplicité de programmation, l'algorithme n'est pas totalement automatique et une opération manuelle de placement des points de contour est requise avant le calcul du diamètre.



**Fig.2a.** Lune du 08/04/2020 ; diamètre apparent : 2641,1 pixels.



**Fig.2b.** Lune du 14/04/2020 ; diamètre apparent : 2438,8 pixels.

## Campagne de prises de vue

C'est ainsi que plusieurs séries d'images de la Lune ont été prises par différents appareils personnels durant les belles soirées et matinées du printemps 2020. Nous présentons ici le dépouillement d'une série particulièrement fournie, presque quotidienne, réalisée à l'aide d'un simple appareil photo, un bridge disposant d'un zoom numérique. Il est en effet plus pratique d'alimenter la banque d'images avec le même appareil, réglé sur les mêmes conditions de prise de vue à chaque fois pour ne traiter qu'une seule conversion d'échelle sur tout le lot. Sinon, chaque appareil doit être étalonné pour garantir une banque homogène.

Les points expérimentaux (les diamètres) sont alors reportés sur une courbe en fonction du temps. La conversion en minutes d'arc est obtenue par un étalonnage de l'appareil en prenant par exemple la photo d'un objet représentatif à une distance dûment mesurée (35 cm vus à 38 m pour être à l'échelle). L'amas des Pléiades est aussi un bon étalon astronomique.

Comme à notre époque moderne les éphémérides lunaires sont bien connues (la distance Terre-Lune est mesurée aujourd'hui au centimètre près par des tirs laser), le diamètre apparent théorique obtenu par exemple par le logiciel Stellarium est discrètement superposé aux mesures pour en apprécier la précision.

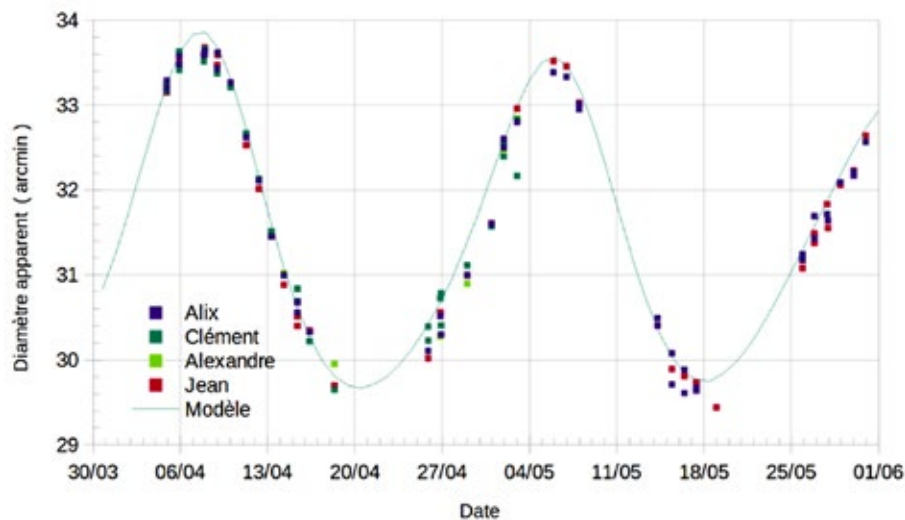


Fig.3. Résultats des observations.

## Discussion

Ainsi un diamètre apparent plus grand correspond à une Lune plus proche (au périhélie), alors qu'un diamètre apparent plus petit correspond à une Lune plus éloignée (à l'apogée). On observe donc une variation périodique de la distance Terre-Lune, révélatrice de son orbite elliptique. L'amplitude de ces variations est de 12 % de la distance Terre-Lune moyenne ; on a bien affaire à une excentricité notable, plutôt grande par rapport aux planètes du Système solaire. On en déduit le rapport entre apogée et périhélie (relevés sur la figre) :

$$r = \frac{\text{Apogée}}{\text{Périhélie}} = \frac{33,7}{29,6} = 1,1385 \pm 0,0036$$

Le passage de la Lune au périhélie a eu lieu en même temps que la Pleine Lune (à un jour près) ; nous étions justement dans les conditions d'une "Super Lune".

L'incertitude est l'écart-type des mesures. L'excentricité de l'orbite est alors donnée par la propriété des coniques :

$$e = \frac{r-1}{r+1} = 0,0648 \pm 0,0016$$

La valeur précise de l'excentricité pour le mois d'avril 2020 est de 0,0658 (prévision Stellarium). La présente mesure est donc en accord avec les paramètres de l'orbite lunaire aujourd'hui bien connus, et constitue une vérification de la première Loi de Kepler, avec une précision intéressante par rapport à d'autres publications sur le sujet [2].

On note que la précision sur  $r$  est de 0,3 %, alors qu'elle n'est plus que de 2 % sur  $e$ , d'où la nécessité de faire des mesures assez précises. La validation des résultats par le calcul d'incertitudes est une compétence essentielle de physique chimie à travailler pour les élèves.

**Remarque :** les mesures de diamètre ne démontrent pas complètement l'ellipse. Pour cela, il faudrait disposer de mesures d'ascension droite, par exemple le passage au méridien tous les jours. On tracerait alors l'orbite en coordonnées polaires avec cet angle et la distance. Mais le problème est effectivement difficile. Par exemple le relevé d'ascension droite est pris à la surface de la Terre, et non au centre ; la Lune n'étant qu'à 60 rayons terrestres, ce n'est pas négligeable. Et au final, il sera encore difficile de discerner une ellipse d'un simple cercle décentré avec le point équant comme l'ont proposé les modèles géocentriques. Ce type de géométrie paraît difficilement accessible, même en Terminale.

## Conclusion

La variation du diamètre apparent, inversement proportionnelle à la variation de la distance Terre-Lune, est donc accessible avec des moyens courants : un appareil photo avec un téléobjectif moyen (focale effective de 108 mm, combiné au zoom numérique pour donner une focale équivalente sur un appareil 24/36 de 600 mm), mais aussi un smartphone à l'oculaire d'une lunette astronomique.

Le programme en langage Python est assez simple et extrait le diamètre au pixel près ; son exécution a été vérifiée sur les distributions principales du langage : Anaconda et EduPython.

Cette étude a été réalisée par les élèves de l'atelier d'astronomie de la Terminale S T14 du lycée Rosa Parks à Montgeron dans l'Essonne, en classe virtuelle.

Élèves : Alix Bottione, Clément Friedberger, Valentin Gibert, Alexandre Pinheiro, aujourd'hui bacheliers.

## Références

[1] déférents et épicycles :

<https://fr.wikipedia.org/wiki/%C3%89picycle>.

[2] Cahier pédagogique "Astro à l'École" de l'opération "Sciences à l'École", 2017.

[3] I.D. Coope, Circle fitting by linear and non linear least squares, Journal of Optimization Theory and Applications, 1993.



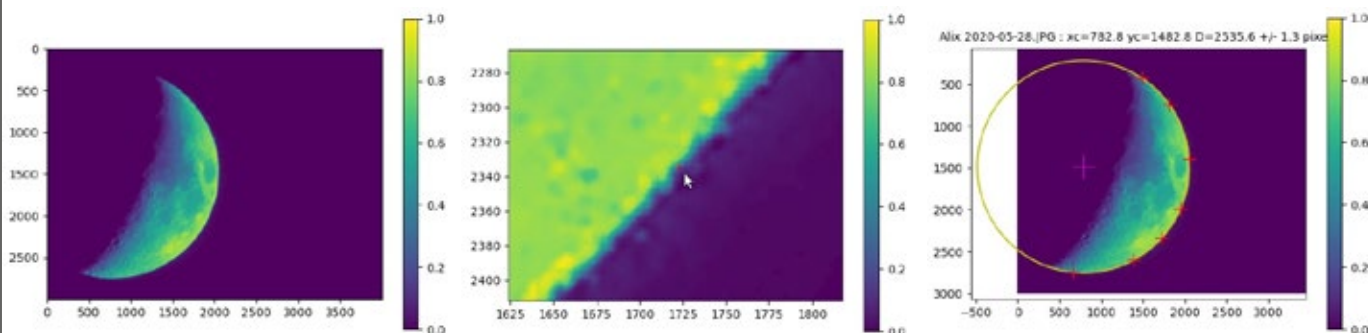
## Identification d'un cercle

La Lune est un objet sphérique, comme tous les corps de plus de 1 000 km de diamètre, dominés par la gravité. La différence entre rayon polaire et rayon équatorial n'est que d'un millième, ce qui est plus petit que la précision photographique recherchée.

Le problème est donc relativement bien conditionné : à partir d'un lot de points du contour circulaire fournis (couples de coordonnées x, y), un algorithme doit être capable d'extraire le diamètre du cercle sur ce contour même incomplet, comme un croissant fin, un quartier, ou une lune gibbeuse. Dans ce dernier cas, même proche de la pleine Lune, le contour utile ne fait que la moitié du cercle, l'autre moitié s'appuyant sur le terminateur (la limite de l'ombre) et non sur le vrai contour.

Le programme consiste donc dans un premier temps à sélectionner manuellement des points du contour par une interaction ergonomique à la souris : zoom molette pour repérer le contour au pixel près, clic gauche pour ajouter un point, clic droit pour le retirer en cas d'erreur, RETURN pour terminer et calculer le cercle. On ajoute autant de points que désiré, répartis sur le contour utile, une petite dizaine étant suffisante.

Théoriquement, 3 points suffisent pour résoudre un cercle, mais l'algorithme de Coope à l'œuvre dans le programme résout le cercle par moindres carrés [3]. Le détail du calcul de la régression circulaire est expliqué dans l'article.



De gauche à droite : image originale contrastée en fausses couleurs; zoom molette et positionnement d'un point (clic gauche); cercle restitué après positionnement de plusieurs points de contour, ici 7.

Le programme est disponible à l'adresse suivante : <https://github.com/jeanguerard/MoonCircle>

Il a été testé sur les principales distributions Python : Anaconda et EduPython. Volontairement simplifié, il tient en un seul code source, et n'utilise que quelques modules standards.

Différentes options sont possibles pour l'améliorer dans le sens de l'automatisation, avec plus d'intelligence pour la localisation automatique de la Lune sur l'image, mais l'algorithme butera sur un point dur : faire la différence entre contour utile et terminateur (limite de l'ombre). Nous avons jugé comme bon compromis le positionnement manuel des points de contour à la souris.