

Un cadran solaire de berger avec du matériel de récupération

David Alberto, professeur au Havre

Une réalisation simple à mettre en œuvre avec des élèves. Même si avec certains les calculs ne sont pas abordés, la construction et l'utilisation sont très intéressantes.

Description du cadran de berger

Le cadran de berger se présente généralement sous la forme d'un cylindre vertical, surplombé d'un style horizontal.

Le style peut pivoter autour de l'axe du cylindre, afin de se positionner sur une échelle de dates horizontale située sur le bord supérieur ou inférieur du cylindre.

Des lignes horaires non rectilignes et marquées de l'heure solaire sont placées sur la face verticale du cylindre.

Une fois le style réglé à la verticale de la date, on maintient le cadran vertical (suspendu par un fil, ou posé sur une table), en orientant le style en direction du Soleil : l'extrémité de l'ombre verticale du style indique l'heure solaire.



Fig.1. Cadran de berger réalisé par l'association Méridienne de Nantes.

Un cadran « fait maison »

Un objet cylindrique pouvant tenir debout peut faire office de cadran de berger, si on place sur son pourtour une feuille rectangulaire garnie de lignes

horaires. Une tige horizontale en surplomb sert de style.

Si l'objet cylindrique n'a pas de « chapeau » ou de bouchon pouvant tourner, l'alternative est d'enrouler la feuille en la laissant libre de glisser autour du cylindre. L'utilisateur appuie sur le haut du cylindre, et fait glisser latéralement la feuille jusqu'à amener la date sous le style.

La feuille est enroulée sur le cylindre, avec ses bords opposés collés l'un sur l'autre, et non collés sur le cylindre lui-même.

Les lignes horaires doivent être tracées dans un repère orthogonal qui tient compte des dimensions du cylindre. Ces lignes dépendent de la latitude. Leur tracé fait l'objet de la suite de cet article. On en déduit la longueur du style.

On peut trouver différents formats de canettes de soda. Le format apparu ces toutes dernières années (58 mm × 145 mm) est plus étroit et plus haut que le format « classique » qui prévalait auparavant (66 mm × 115 mm). Il se trouve que les proportions de ce nouveau format sont plus proches de celles des cadrans de berger que l'on peut voir dans des musées. C'est donc un objet idéal pour servir de cadran de berger.

On peut remplir la canette vide de sable ou de petit gravier pour lester le cadran en cas de vent, pour un usage extérieur.

Un agitateur en bois ou en plastique, une pique de brochette, ou encore une paille, n'attendaient que cette occasion pour échapper à la poubelle et se recycler en styles pour cadran solaire.

De la pâte adhésive (Patafix, Blutack,...) permet de fixer le style sur la partie supérieure de la canette.

Le style doit être bien horizontal, et surplomber la feuille de lignes horaires de la longueur exacte prévue par les calculs du tracé.

Le fichier proposé en accompagnement de cet article fournit le tracé des lignes horaires pour différentes latitudes couvrant la France métropolitaine. Ainsi, il n'est pas nécessaire de savoir construire les lignes horaires pour confectionner ce cadran. Des personnes encadrant des enfants (école primaire, atelier astronomie) peuvent fournir le matériel et les instructions de montage.



Fig.2. Le cadran de berger finalisé.

Un cadran de hauteur

Ce cadran permet de déterminer l'heure solaire à partir de la hauteur du Soleil : c'est donc un cadran de hauteur.

Les paramètres astronomiques

La relation (1) entre la hauteur et l'angle horaire du Soleil est :

$$\sin(h) = \sin(\varphi) \cdot \sin(\delta) + \cos(\varphi) \cdot \cos(\delta) \cdot \cos(Ah) \quad (1)$$

où :

h est la hauteur du Soleil au-dessus de l'horizon

φ est la latitude du lieu

δ est la déclinaison du Soleil (dépend de la date)

Ah est l'angle horaire du Soleil (0° à midi, 15° pour 11 heures et 13 heures, 30° pour 10 heures et 14 heures...)

Pour une latitude et une date données, la hauteur h est nulle au lever du Soleil ; elle est maximale à midi (solaire), puis redevient nulle au coucher.

En un lieu donné, la hauteur du Soleil dépend de la date, c'est pourquoi l'utilisateur doit commencer par fixer la date du jour.

Dans le triangle formé par la pointe du style, son point de fixation et l'extrémité de son ombre dans un plan vertical, on a la relation (voir figure 3) :

$$\tan(h) = \frac{b}{l} \text{ soit } : b = l \cdot \tan(h) \quad (2)$$

où b est la longueur de l'ombre

et l la longueur du style

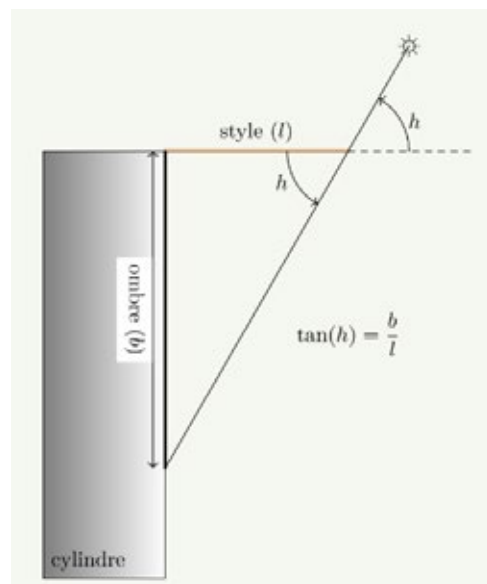


Fig.3. Relation trigonométrique entre la hauteur du Soleil et la longueur de l'ombre.

Choix de la longueur du style

L'ombre du style sera maximale à midi solaire, au solstice d'été. Par conséquent, la ligne horaire « midi » de ce jour a la plus grande amplitude et détermine l'échelle sur l'axe vertical sur le cylindre.

La hauteur méridienne du Soleil (h_m) s'exprime simplement en fonction de la latitude φ et de la déclinaison δ :

$$h_m = 90^\circ - \varphi + \delta$$

D'après la relation

$$b = l \cdot \tan(h) \quad (2)$$

on obtient une expression de la longueur maximale du style, en fonction de la hauteur du cylindre (en prenant $\delta = 23,45^\circ$):

$$l_{max} = \frac{\text{hauteur du cylindre}}{\tan(90^\circ - \varphi + \delta)}$$

$$l_{max} = \frac{\text{hauteur du cylindre}}{\tan(113,44^\circ - \varphi)}$$

Afin d'éviter que la feuille ne frotte sur le support, et de laisser une place pour le calendrier au pied du cadran, la hauteur utile de la canette a été prise ici à 135 mm sur les feuilles à imprimer.

Un style long a l'avantage de limiter le resserrement des lignes horaires en hiver.

Cependant, moins la latitude est grande, plus le Soleil est haut dans le ciel en été, et plus la longueur du style doit être petite (Tableau 1).

Latitude	longueur maximale du style (mm)
49°	65
47°	59
45°	53
43°	48
41°	43

Tableau.1. Longueur maximale du style, pour une canette de hauteur utile de 135 mm.

Dans le fichier qui accompagne cet article, les lignes horaires ont été tracées pour 10 latitudes, de 42° à 51° (fichier sur le site). La hauteur utile et la longueur du style ont été optimisées pour chaque latitude.

Calcul des lignes horaires

Les lignes tracées sur le cadran doivent donner la valeur de la longueur b de l'ombre du style en fonction de la date (plus précisément de la déclinaison du Soleil calculée à partir du quantième du jour de l'année J , de 1 à 365) (Relation 3).

$$\delta = 23,45^\circ \cdot \sin\left(\frac{360}{365} \cdot (284 + J)\right) \quad (3)$$

La figure 4 représente la variation de la déclinaison du Soleil au cours de l'année, selon la modélisation :

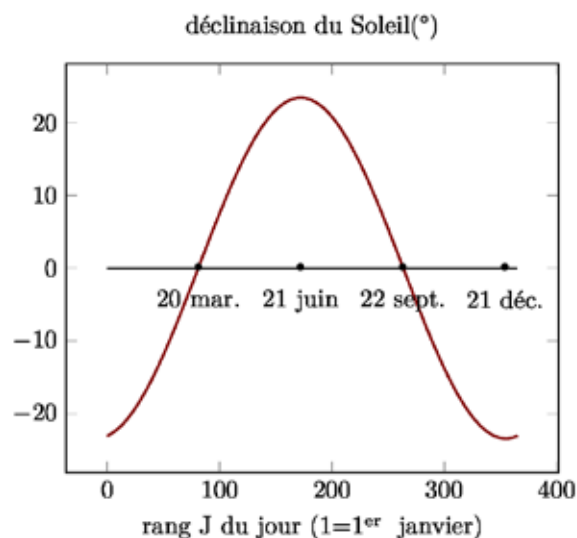


Fig.4. Variation de la déclinaison au cours de l'année.

La Fig.5 représente la variation de la longueur de l'ombre du style au cours de l'année. Ce sont les lignes horaires qui doivent figurer sur le cylindre du cadran de berger.

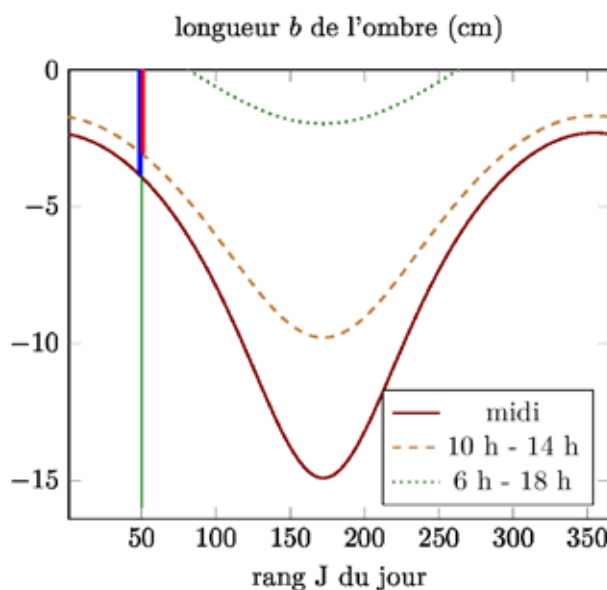


Fig.5. Quelques lignes horaires du cadran de berger (latitude 47°, style de 6,5 cm).

À Nantes (latitude : 47°) le 50^e jour de l'année, soit le 19 février, l'ombre du style est sur le trait vertical vert.

Cette ombre est le trait bleu à midi ou le trait rouge à 10 heures du matin ou 14 heures de l'après-midi.

Ce jour-là, l'ombre ne peut pas atteindre la ligne de 6 h – 18h, car le Soleil n'est pas levé à 6 heures du matin et est déjà couché à 18 heures.

Pour obtenir ces lignes, on doit combiner les trois égalités évoquées plus haut, pour exprimer la longueur b de l'ombre en fonction du rang J du jour dans l'année :

$$h = \arcsin[\sin(\varphi) \cdot \sin(\delta) + \cos(\varphi) \cdot \cos(\delta) \cdot \cos(Ah)] \quad (1)$$

$$b = l \cdot \tan(h) \quad (2)$$

$$\delta = 23,45^\circ \cdot \sin\left(\frac{360}{365} \cdot (284 + J)\right) \quad (3)$$

Pour une latitude donnée, la ligne horaire $L12$, est la courbe de b en fonction de J , pour $Ah = 0^\circ$ en prenant comme longueur l du style une longueur inférieure ou égale à l_{\max}

On obtient de même $L11-13$, la ligne horaire pour $Ah = 15^\circ$, et ainsi de suite...

Les caractéristiques d'un cadran de hauteur

Une même ligne horaire correspond à deux heures différentes, également espacées par rapport au midi solaire. En effet, excepté à midi, il existe deux moments dans la journée où le Soleil atteint la même hauteur au-dessus de l'horizon.

Ceci est une caractéristique inhérente à tous les cadrans de hauteur. La conséquence la plus importante est que l'utilisateur souhaitant lire l'heure doit déjà savoir si midi solaire est déjà passé ou non¹.

Un autre inconvénient des cadrans solaires de hauteur est leur imprécision notable autour de midi solaire. En effet, à midi, la courbe de hauteur présente un maximum très arrondi : la hauteur varie très peu pendant un intervalle de temps assez long. L'utilisateur est donc invité à la plus grande clémence pour la détermination de l'heure entre 11 h et 13 h (heure solaire).

Une dernière caractéristique des cadrans de hauteur : on y lit directement les heures de lever et de coucher du Soleil pour une date donnée. En effet, à ces instants, la hauteur du Soleil étant nulle, l'ombre n'a pas de longueur ; la ligne horaire arrivant au sommet du tracé (sous le style) à une date donnée indique donc ces heures de lever et de coucher.

¹ Ce qui peut amener quelques confusions, si le midi selon l'heure légale est déjà passé, mais pas le midi solaire.

Tracé du calendrier

Dans le cadran proposé ici, le calendrier a été placé sur le bord inférieur de la feuille.

Pour pouvoir aligner facilement le style sur la date voulue, des lignes verticales graduent de bas en haut le calendrier (1^{er} jour du mois, ainsi que les 11^e et 21^e jours).

Le calendrier couvre la quasi-totalité du périmètre du cylindre. Pour un diamètre de 58 mm, on obtient un périmètre proche de 180 mm, soit 15 mm par mois, ou 1 mm pour 2 jours, ce qui donne une estimation de la limite de précision sur la date.

Exploitation avec des élèves

La réalisation de ce cadran peut constituer une activité au sein d'un atelier astronomie. Si les élèves testent jour après jour le fonctionnement de ce cadran, ils assimilent plus concrètement les variations journalières et annuelles de la hauteur du Soleil.

À l'occasion de la fête de la science 2019, des élèves de Première STL du lycée Françoise de Grâce, au Havre, proposaient au public visitant leur stand de confectionner sur place un cadran de berger, en fournissant les feuilles de lignes horaires, les canettes et les agitateurs en plastiques (récupérés après une campagne de collecte au sein du lycée).

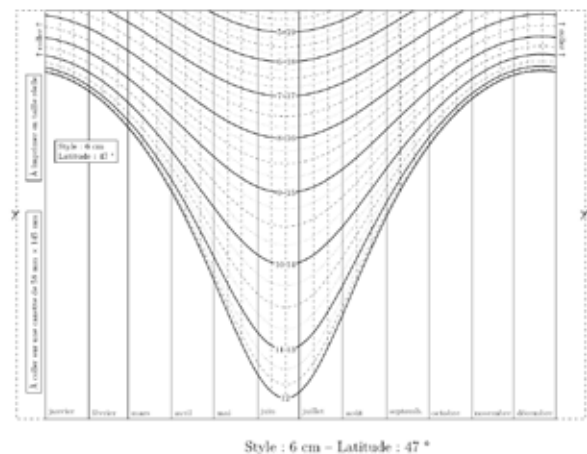


Fig.6. Le tracé complet, à imprimer en taille réelle et à découper.

Vous trouverez sur le site du CLEA dans les compléments au CC173 les tracés d'un cadran pour plusieurs latitudes.

