Projection pseudocylindrique de Mollweide
Calcul des coordonnées

Données

Coordonnées du point M sur la sphère de rayon 1 : (L, φ) projeté en un point de coordonnée (x, y).
L (longitude) de $-\pi$ à $+\pi$ et φ (latitude) de $-\pi/2$ à $+\pi/2$

→ Projection pseudocylindrique donc $x = L\times f(\varphi)$ et $y = g(\varphi)$ (1)

→ On veut une projection équivalente donc $\frac{1}{\cos\varphi}\times\left(\frac{dx}{dL}\times\frac{dy}{d\varphi}-\frac{dx}{d\varphi}\times\frac{dy}{dL}\right)=k$

ce qui devient, avec (1) : $\frac{1}{\cos\varphi}\times f(\varphi)\times g'(\varphi)=k$ (2)

→ On veut que la sphère projetée soit limitée par une ellipse de grand axe 4 et de petit axe 2

donc pour $L = \pi$ et $L = -\pi$, $\frac{x^2}{4}+y^2=1$ (3)

Calculs

(3) avec (1) devient : $\frac{\pi^2}{4}f^2(\varphi)+g^2(\varphi)=1$ soit $f(\varphi)=\frac{2}{\pi}\sqrt{1-g^2(\varphi)}$

En remplaçant dans (2) : $\frac{1}{\cos\varphi}\times\frac{2}{\pi}\times\sqrt{1-g^2(\varphi)}\times g'(\varphi)=k$

ou encore : $\sqrt{1-g^2(\varphi)}\times g'(\varphi)=k\times\frac{\pi}{2}\times\cos\varphi$ (4)

Pour résoudre cette équation différentielle, on effectue un changement de variable en posant $g(\varphi) = \sin\theta$
(on a $-1 < y < 1$ donc $-1 < g(\varphi) < 1$)

En remplaçant dans (4) : $\cos\theta\times\cos\theta\times\frac{d\theta}{d\varphi}=k\times\frac{\pi}{2}\times\cos\varphi$

soit $2\cos^2\theta\ d\theta=k\times\pi\times\cos\varphi\ d\varphi$ (5)

On sait que $2\cos^2\theta=1+\cos 2\theta$, ce qui permet d'intégrer chaque membre de (5)

$\theta+\frac{1}{2}\sin 2\theta=k\times\pi\times\sin\varphi$ ou $2\theta+\cos 2\theta=2k\pi\times\sin\varphi$ (6)

Calcul de k :
Pour $\varphi = \pi/2$, $y = 1$ donc $\sin\theta = 1$ et $\theta = \pi/2$
En remplaçant dans (6) : $\pi = 2k\pi$ donc $k = 1/2$

L'équation (6) devient donc $2\theta + \cos 2\theta = \pi\sin\varphi$
On peut résoudre cette équation par approximations successives, par dichotomie, par la tangente (méthode qui pose problème pour φ proche de π/2).
Une fois trouvé θ, on a $y = g(\varphi) = \sin\theta$
Pour x, on sait que $x = L\times f(\varphi)$ et $f(\varphi)=\frac{2}{\pi}\sqrt{1-g^2(\varphi)}=\frac{2}{\pi}\cos\theta$

Conclusion

Pour trouver le projeté de M : (L, φ)
1. On résout l'équation $2\theta + \cos 2\theta = \pi\sin\varphi$ par approximations successives.
2. On calcule x et y ainsi :

$x=\frac{2}{\pi}\times L\times\cos\theta$ et $y = \sin\theta$