

ASTROPHYSIQUE

'Oumuamua

Vitesses cosmiques et trajectoires

Béatrice Sandré

Comment a-t-on pu savoir que l'astéroïde 'Oumuamua, découvert à l'automne dernier, venait de l'extérieur du Système solaire ? Une sonde peut-elle quitter ce même Système solaire ? Pour répondre à ces questions, Béatrice Sandré revient sur les notions d'énergie qui gouverne les mouvements.

Le 21 novembre 2017, Christian Lacher nous envoyait le message suivant :

«Tous les journaux en parlent et il est difficile de l'ignorer. Un astéroïde en forme de cigare d'environ 400 m de long pour environ 40 m de large est passé à 30 millions de km de la Terre à une vitesse estimée à 38 km/s soit environ 136 000 km/h. Cet objet fut d'abord pris pour une comète avant que l'on établisse qu'il s'agissait en fait d'un astéroïde venu d'un autre système planétaire que le nôtre. L'UAI l'a baptisé A/2017 U1.»



Fig.1. 'Oumuamua, vue d'artiste.

Nous allons tenter de montrer comment les résultats des observations prouvent que cet astéroïde n'appartient pas au Système solaire. Pour cela, nous rappellerons quelques lois de la mécanique auxquelles obéissent les mouvements des objets célestes. Nous les appliquerons dans un premier temps à un objet bien connu venant du Système solaire puisque envoyé depuis la Terre, la sonde Voyager 1. Nous étudierons ensuite le cas de l'astéroïde A/2017 U1.

Les lois de la mécanique appliquées aux objets célestes

En négligeant l'influence des planètes, selon les lois de Kepler, la trajectoire d'un objet se déplaçant dans le Système solaire est une conique dont le Soleil

est un foyer. Elle peut être soit une ellipse, soit une branche d'hyperbole entourant le Soleil, avec le cas limite intermédiaire de la parabole.

Dans le premier cas, l'objet est et reste lié au Soleil ; il appartient au Système solaire.

Dans le deuxième cas, l'objet passe dans le Système solaire ; il vient d'ailleurs et repartira ailleurs.

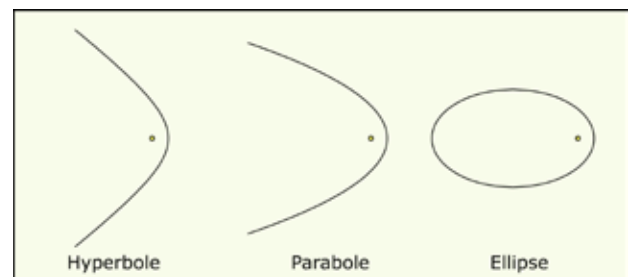


Fig. 2. Les trois types de trajectoire d'un objet dans le Système solaire.

Au cours de son mouvement dans le champ gravitationnel du Soleil, l'énergie mécanique de l'objet dans le référentiel héliocentrique R_s reste constante (voir encadré page suivante).

Son expression $E = \frac{1}{2}mV^2 - \frac{GmM_s}{r}$ montre que

l'objet ne peut être à une distance infinie du Soleil que si son énergie mécanique est **positive**. Sa trajectoire est alors **hyperbolique**.

Si l'énergie mécanique de l'objet est **négative**, il ne peut s'éloigner infiniment du Soleil. Sa trajectoire est **elliptique**.

Dans le cas limite d'une énergie mécanique **nulle**, la trajectoire est **parabolique**.

La vitesse d'un objet et sa position dans le référentiel héliocentrique fixent la nature de sa trajectoire.

Énergie mécanique

Un point matériel de masse m , situé à la distance r du Soleil, se déplace à la vitesse V dans le référentiel héliocentrique R_s

Son énergie cinétique est $K = \frac{1}{2} mV^2$

Son énergie potentielle est $U = -\frac{GmM_s}{r}$ en choisissant

l'origine pour r infini (voir encadré Énergie potentielle gravitationnelle).

Son énergie mécanique est $E = U + K$

E est une constante du mouvement si l'objet n'est soumis qu'à l'attraction gravitationnelle du Soleil.

M_s est la masse du Soleil ($M_s = 1,99 \cdot 10^{30}$ kg)

G est la constante universelle de gravitation ($G = 6,67 \cdot 10^{-11}$ u.S.I.)

Énergie potentielle gravitationnelle

Une force \vec{F} dérive d'une énergie potentielle U si son travail lors d'un déplacement d'un point P à un point Q est indépendant du chemin suivi pour aller de P à Q . La variation d'énergie potentielle $U_Q - U_P$ est par définition l'opposée du travail de la force se déplaçant de P à Q .

Pour un déplacement élémentaire, cette relation s'écrit :

$$\vec{F} \cdot d\vec{OP} = -dU$$

Dans le cas de la force gravitationnelle, $\vec{F} = -\frac{GMm}{r^2} \vec{e}_r$

$$d'où -dU = \frac{GMm}{r^2} dr, \quad \frac{dU}{dr} = \frac{GMm}{r^2} \text{ et } U = -\frac{GMm}{r} + U_0$$

Une énergie potentielle n'étant définie que par sa variation, elle ne peut être calculée qu'à une constante additive près. U_0 est une constante qui dépend de l'origine choisie. Le plus souvent, l'énergie potentielle gravitationnelle est choisie nulle lorsque les masses M et m sont infiniment éloignées d'où

$$U_0 = 0 \text{ et } U = -\frac{GMm}{r}$$

Dans le cas particulier de la gravitation terrestre, l'énergie potentielle à une altitude h faible devant le rayon R_T de la Terre s'écrit :

$$U = -\frac{GMm}{R_T + h} + U_0 = -\frac{GMm}{R_T} \left(1 + \frac{h}{R_T}\right)^{-1} + U_0$$

En négligeant les termes d'ordre 2 en $\frac{h}{R_T}$

$$U = -\frac{GMm}{R_T} \left(1 - \frac{h}{R_T}\right) + U_0$$

h étant supposé petit devant le rayon de la Terre, on ne peut plus choisir l'origine des énergies potentielles à l'infini. On la choisit cette fois à la surface de la Terre, pour $h = 0$,

$$\text{et on retrouve la formule } U = +\frac{GMmh}{R_T^2} = mgh$$

La sonde Voyager 1

La NASA fournit la courbe (figure 3) de la vitesse de la sonde Voyager 1 dans le référentiel du Soleil en fonction de sa distance au Soleil. Des courbes analogues peuvent être obtenues et étudiées pour bien d'autres sondes interplanétaires telles que Voyager 2 ou Cassini Huygens.

Lorsqu'une sonde est envoyée depuis la Terre vers d'autres planètes, elle doit dans un premier temps s'échapper de la gravitation terrestre. Dans le référentiel géocentrique R_T sa trajectoire doit être une branche d'hyperbole et son énergie mécanique positive.

Alors qu'elle se trouve à une distance du centre de la Terre égale à son rayon $R_T = 6400$ km

$$\text{sa vitesse } v_0 \text{ vérifie : } \frac{1}{2}mv_0^2 - \frac{GM_T}{R_T} > 0$$

où M_T est la masse de la Terre, de valeur $5,97 \cdot 10^{24}$ kg.

$$v_0 > v_c = \sqrt{\frac{2GM_T}{R_T}} = 11 \times 10^3 \text{ m/s}$$

v_c est la vitesse d'évasion du champ de gravitation terrestre. C'est la vitesse minimale à laquelle la sonde doit être lancée pour quitter la sphère d'influence de la Terre (voir encadré) et ne pas prendre une trajectoire elliptique dans R_T . Le rayon de la sphère d'influence de la Terre est d'environ 0,01 u.a.

Sphère d'influence

La sphère d'influence de la Terre est la région de l'espace l'entourant à l'intérieur de laquelle la mise sur orbite d'un satellite terrestre est possible. Au-delà de cette sphère, le satellite sera progressivement capturé par le Soleil.

La Lune est donc à l'intérieur de la sphère d'influence de la Terre.

Le satellite SoHO est juste à la limite.

On montre que le rayon de la sphère d'influence d'une planète de masse m située à la distance a du Soleil est

$$r = a \sqrt[3]{\frac{m}{3M}}$$

On trouve ainsi que le rayon de la sphère d'influence de la Terre est de 0,01 u.a. tandis que celui de Jupiter est de 0,34 u.a.

En première approximation, on peut considérer qu'à l'intérieur de la sphère d'influence d'une planète, la gravitation solaire est négligeable et le référentiel planétocentrique est galiléen. À l'extérieur, la gravitation exercée par la planète est négligeable devant celle exercée par le Soleil.

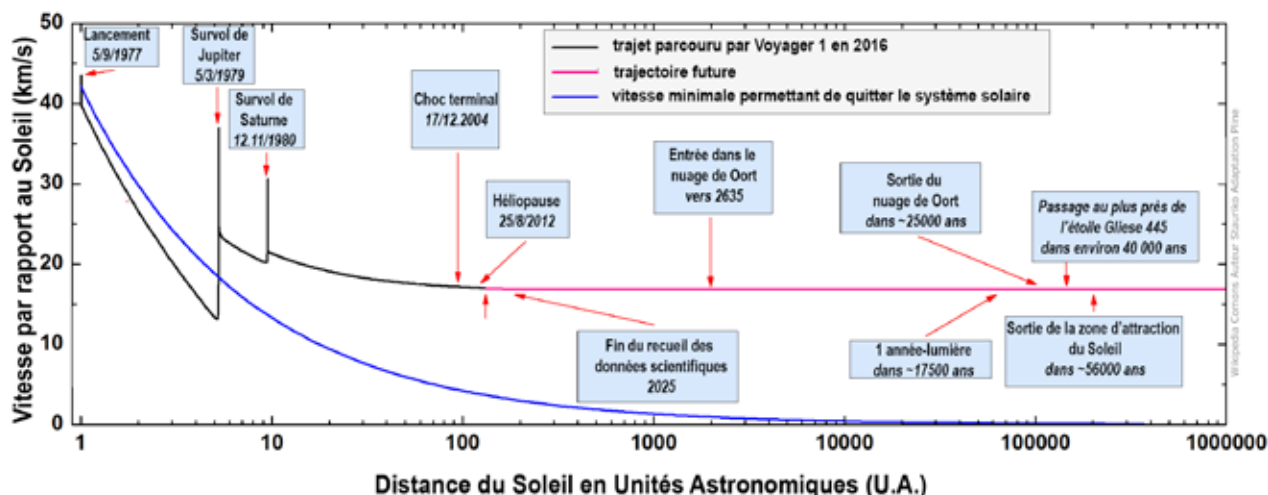


Fig.3. Vitesse de la sonde Voyager 1 dans le référentiel héliocentrique.

La sonde la quitte la sphère d'influence à une distance du Soleil très voisine de l'unité astronomique (entre 0,99 et 1,01 u.a.) avec une vitesse \vec{v}_o par rapport à R_T . Elle entre alors dans la zone d'influence du Soleil avec une vitesse, dans le référentiel héliocentrique

$$R_s : \vec{V} = \vec{v}_o + \vec{v}_T$$

\vec{v}_T est la vitesse de la Terre par rapport au Soleil de valeur 30 km/s.

Ces deux vitesses s'ajoutent vectoriellement mais, si le lancement a été fait dans la « bonne » direction elles peuvent s'ajouter arithmétiquement.

La courbe nous montre que la sonde Voyager 1 avait une vitesse initiale de 40 km/s par rapport au Soleil. Il suffisait pour cela qu'elle quitte la sphère d'influence de la Terre en ayant une vitesse de 10 km/s par rapport à R_T , tangente à son orbite et dans le bon sens.

À une distance de 1 u.a. du Soleil et avec une vitesse de 40 km/s, on vérifiera aisément que l'énergie mécanique de Voyager 1 est négative.

On peut aussi comparer la vitesse de la sonde dans R_s à la vitesse d'évasion du Système solaire à cette distance de 150 millions de km :

$$V_c = \sqrt{\frac{2GM_s}{r}} = 42 \times 10^3 \text{ m/s} > 40 \text{ km/s}$$

La vitesse de la sonde est inférieure à la vitesse d'évasion. La trajectoire de la sonde dans R_s est bien elliptique.

Sur la figure 3, la courbe bleue est celle de la vitesse d'évasion du Système solaire en fonction de la distance au Soleil. Initialement, le point figurant la vitesse de Voyager 1 en fonction de sa position (en noir) est bien en dessous de cette courbe bleue.

Sa vitesse diminue ensuite « naturellement » lorsque Voyager 1 s'éloigne du Soleil.

La figure 3 nous montre qu'en arrivant au voisinage des planètes Jupiter et Saturne, la vitesse de la sonde augmente brutalement. C'est le phénomène d'assistance gravitationnelle expliqué sur la figure 4.

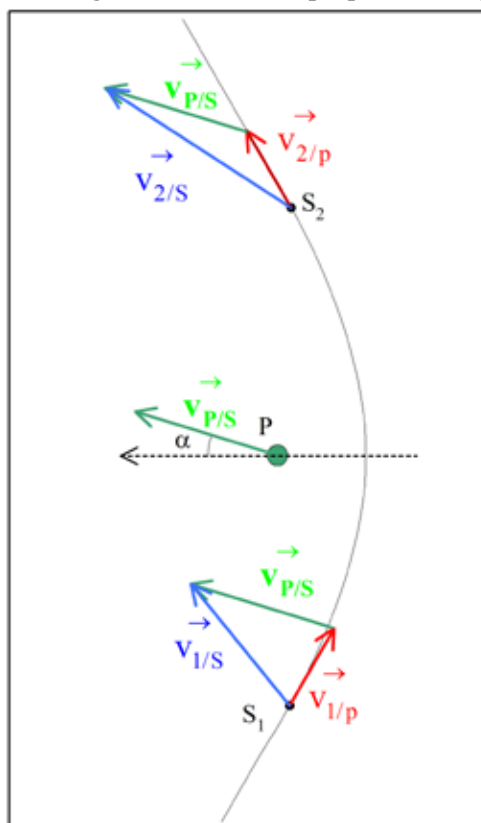


Fig.4. Trajectoire hyperbolique de la sonde dans le référentiel R_p de la planète.

Lorsque la sonde arrive en S_1 dans la sphère d'influence de la planète, sa vitesse dans le référentiel R_p lié à la planète P est

$$\vec{v}_{1/p} = \vec{v}_{1/s} - \vec{v}_{P/s}$$

où $\vec{v}_{1/S}$ est sa vitesse dans le référentiel R_s lié au Soleil et $\vec{v}_{P/S}$ la vitesse de la planète dans R_s . Elle décrit alors dans R_p une branche d'hyperbole entourant la planète. Sa vitesse dans R_p augmente fortement jusqu'au périhélie puis diminue jusqu'en S_2 où la sonde ressort de la zone d'influence de la planète. Entre S_1 et S_2 , la vitesse de la sonde dans R_p a changé de direction mais a repris la même valeur. En S_2 , la vitesse de la sonde par rapport au Soleil $\vec{v}_{2/S}$ est toujours la somme de sa vitesse $\vec{v}_{2/P}$ dans R_p et de la vitesse $\vec{v}_{P/S}$ de la planète dans R_s . Les directions relatives des deux vecteurs vitesse ne sont plus les mêmes et la vitesse de la sonde dans le référentiel du Soleil a changé de valeur. Si les directions sont bien choisies (l'angle α représenté sur la figure 4, entre l'axe de l'hyperbole et $\vec{v}_{P/S}$ doit être inférieur à 90°) la valeur de la vitesse peut augmenter ainsi que l'énergie mécanique de la sonde dans le référentiel R_s . On pourrait croire à une violation du principe de conservation de l'énergie mécanique. En réalité, l'énergie mécanique gagnée par la sonde lui vient de la planète mais la masse de la sonde étant négligeable devant celle de la planète, la perte d'énergie de cette dernière est indétectable.

C'est ainsi que la sonde Voyager 1 qui avait initialement une énergie mécanique négative dans R_s et ne devait donc pas quitter le Système solaire a pu accroître sa vitesse au passage de Jupiter puis de Saturne. La figure 3 montre qu'après le survol de Jupiter, la courbe noire de la vitesse de la sonde est passée au dessus de la courbe bleue. Son énergie mécanique est devenue positive et sa trajectoire dans R_s hyperbolique.

Voyager 1 est maintenant en route à 17 km/s soit 60 000 km/h vers les confins du Système solaire et s'en évadera dans quelque 50 000 ans.

L'astéroïde A/2017 U1

Il fut découvert le 19 octobre 2017 par le télescope automatique Pan-STARRS 1 situé sur le volcan Haleakalā à Hawaï. Il fut ensuite observé entre le 18 et le 29 octobre 2017.

Le message de Christian ne précisant pas la position de l'astéroïde par rapport au Soleil ni dans quel référentiel étaient mesurées les vitesses, nous prendrons les valeurs données dans l'article de Nature cité en référence.

Le 22 octobre par exemple, sa vitesse par rapport au Soleil était de 46,2 km/s alors qu'il en était à 1,22 u.a. Son énergie mécanique par unité de masse est :

$$\frac{E}{m} = +3,43 \times 10^8 \text{ J/kg}$$

Elle est positive. L'astéroïde a une trajectoire hyperbolique et quittera le Système solaire. Lorsqu'il sera infiniment éloigné du Soleil, sa vitesse sera :

$$V_\infty = \sqrt{\frac{2E}{m}} = 26,5 \times 10^3 \text{ m/s}$$

Avant d'affirmer qu'il ne vient pas du Système solaire, il faut cependant vérifier que l'astéroïde n'a pas subi, telle la sonde Voyager 1, d'accélération en passant dans la sphère d'influence d'une planète. La détermination complète des caractéristiques de sa trajectoire montre que les seules planètes dont il s'est un peu approché sont Jupiter et la Terre.

Il est passé à 4,82 u.a. de Jupiter alors que sa sphère d'influence a un rayon de 0,34 u.a. et à 0,16 u.a. de la Terre alors que sa sphère d'influence a un rayon de 0,01 u.a. Ni Jupiter ni même la Terre n'ont pu accélérer cet astéroïde de façon significative.

L'astéroïde vient bien d'ailleurs et l'équipe du programme Pan-STARRS qui l'a découvert l'a surnommé « 'Oumuamua » qui signifie en Hawaïen : « *messenger venu de loin et arrivé le premier* ».

Référence : Nature 21 décembre 2017 « A brief visit from a red and extremely elongated interstellar asteroid » par K. Meech et al.



Fig.5. L'une des deux sondes spatiales Voyager identiques. La grande antenne mesure 3,70 mètres de diamètre.