

AVEC NOS ÉLÈVES

Les phases de la Lune avec GeoGebra

Michel Cauchois, Narbonne

GeoGebra est un logiciel de construction mathématique utilisé en collège et en lycée. Il existe de nombreuses applications en astronomie. En voici deux exemples.

Le logiciel GeoGebra est un logiciel de géométrie dynamique qui propose un module Graphique 3D. Voici deux constructions mettant en jeu le système Terre-Lune-Soleil dans des mouvements circulaires et uniformes.

La première construction est héliocentrique. Les trois objets sont toujours visibles ce qui impose de choisir des distances arbitraires entre eux ainsi que des rayons arbitraires pour ces objets ; notons qu'il est possible de respecter le rapport de taille entre la Terre et la Lune.

La durée d'une lunaison est bien définie, les phases sont bien repérables mais la perception des éclipses est rendue difficile par l'écart d'échelle distance/taille. Il faudrait, pour qu'elles apparaissent moins souvent, réduire fortement les tailles de la Lune et de la Terre.

La deuxième construction est géocentrique, les échelles de distance et de taille sont identiques, ce qui fait que le Soleil n'est pas visible, mais il est possible de visualiser éclipses ou occultations. Cette construction est plus complexe que la précédente.

Dans tout ce qui suit les notations utilisées sont celles de GeoGebra.

Le système TLS héliocentrique

(fichier de Raphaël Santacruz)¹

Le principe de la construction

Le plan xOy est celui de l'écliptique, le centre du Soleil est $S=(0,0,0)$.

Le curseur *jours* sera la base du mouvement de la Terre et du Soleil, la fluidité des mouvements est déterminée par son incrément et sa vitesse. Ce curseur sera bien évidemment animé.

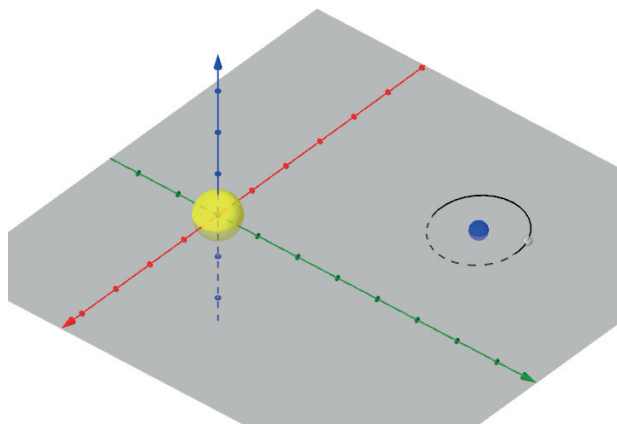
On placera un point T_i , le centre initial de la Terre sur l'axe des abscisses $T_i=(5,0,0)$, c'est la rotation de ce point autour de l'axe (Oz) d'angle $\text{angle } T=(360 / 365.23 \text{ jours})^\circ$ qui définira le mouvement du centre de la Terre soit $T=\text{Rotation}[T_i, \text{angle } T, \text{axe } Z]$. Le rayon arbitraire de l'orbite terrestre est donc 5.

Pour construire l'orbite de la Lune, il faut d'abord en

construire l'axe. On construit d'abord : $b=\text{Perpendiculaire}[T, \text{Plan } xOy]$ qui est la perpendiculaire en T à l'écliptique puis l'axe de l'orbite de la Lune $b'=\text{Rotation}[b, 5.09^\circ, \text{axe } Y]$. On note ainsi que la ligne des nœuds est toujours parallèle à l'axe des abscisses.

L'orbite de la Lune sera donc le cercle d'axe b' et de rayon arbitraire 1 soit $\text{orbLune}=\text{Cercle}[T, 1, b']$.

On placera ensuite un point initial L_i sur cette orbite, le centre de la Lune est alors construit comme l'image de L_i par la rotation de ce point autour de l'axe b' et d'angle $\text{angle } L=(360/27.3 \text{ jours})^\circ$ soit $L=\text{Rotation}[L_i, \text{angle } L, b']$.



On construit les sphères, de rayons arbitraires, Soleil=Sphère[S, 0.5], Terre=Sphère[T, 0.2] et Lune=Sphère[L, 0.1].

En cachant les objets inutiles on rendra cette construction plus lisible. Celle-ci est faisable par des élèves en combinant saisie des codes donnés et utilisation des outils de GeoGebra.

Quelques questions qui peuvent être posées à l'issue de la construction

- En modifiant le curseur jours, trouvez une position du système durant laquelle se produit une pleine Lune.
- En modifiant le curseur jours, trouvez une position du système durant laquelle se produit une nouvelle Lune.
- Utiliser la construction pour comprendre les notions de « lune croissante » et de « lune décroissante ».

¹ Cette activité fait suite à la construction en 2D de l'orbite de la Lune par les élèves sur GeoGebra. Le trop grand nombre d'éclipses motive alors le passage à la 3D.

- Utiliser la construction pour déterminer la durée d'une lunaison. Cette durée est-elle la même que la période de révolution de la Lune autour de la Terre ? Sur le fichier que vous trouverez en ligne on notera quelques ajouts : les nœuds de l'orbite de la Lune, un test montrant les phases de nouvelle Lune et pleine Lune auquel il est possible d'en ajouter d'autres.

Le système TLS géocentrique

(fichier Michel Cauchois, modifications Philippe Merlin)

Cette construction a été faite avec des jeunes particulièrement motivés, âgés de 10 à 14 ans, dans le cadre de l'activité jeunesse de l'association narbonnaise d'astronomie populaire (ANAP). La fiche d'accompagnement est en ligne et vous pouvez l'utiliser et la modifier comme bon vous semble. Elle peut servir à ceux qui n'auraient jamais utilisé GeoGebra comme outil d'initiation au logiciel.

La description qui suit est celle de la construction initiale améliorée par Philippe Merlin. Elle diffère du fichier initial par une construction de la Lune plus efficace (mais assez difficilement explicable pour des jeunes, quoique...) et par l'ajout d'un test permettant de repérer les éclipses.

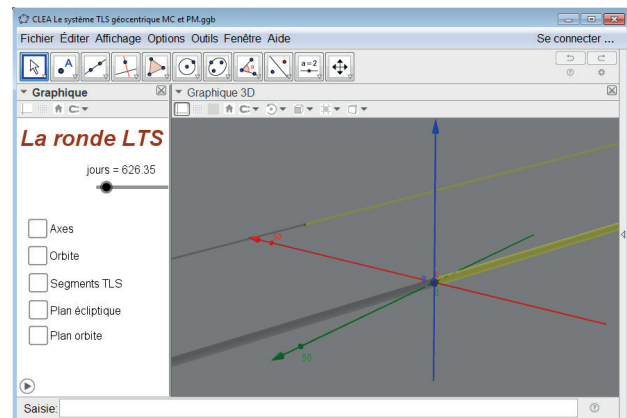
Comme la construction précédente le plan xOy est celui de l'écliptique mais c'est la Terre qui est au centre de la construction $T=(0,0,0)$. Le rayon terrestre est l'unité de toutes les mesures, qui sont arrondies pour plus de lisibilité pour les jeunes, mais rien n'empêche de changer toutes les mesures en les remplaçant par leur valeur en kilomètres divisée par 6 371 km. d_{TS} et d_{TL} sont les distances Terre-Soleil et Terre-Lune et R_T et R_L les rayons des deux astres.

Par exemple le centre du Soleil sera donné par $S=(d_{TS}; (360 / 365.23 \text{ jours})^\circ)$, ce code donne S en coordonnées polaires.

La construction de la Lune se fait en deux étapes, dans un premier temps un centre d'une Lune fictive dans le plan de l'écliptique $L_b=(d_{TL}; (360 / 27.3 \text{ jours})^\circ)$ et, dans un deuxième temps, l'image de L_b par la rotation autour de l'axe des abscisses (ligne des nœuds) d'angle $5,09^\circ$, inclinaison du plan de l'orbite lunaire par rapport à l'écliptique soit $L=Rotation[L_b, i^\circ, \text{axeX}]$; ce que l'on peut faire en une écriture $L=Rotation[(d_{TL}; (360 / 27.3 \text{ j})^\circ), i^\circ, \text{axeX}]$.

On construit la Terre=Sphère[T, 1] et la Lune=Sphère[L, 0.27]. Il n'est pas utile de construire le Soleil qu'on ne voit pas sinon à travers son éclairage de la Lune et de la Terre. Les faisceaux lumineux sont des cylindres (les cônes de lumière sont, a priori, très complexes voire impossibles à construire dans notre cas) venant de S et de rayons ceux de la Lune et de la Terre, soient $EclairerLune=Cylindre[L, S, 0.27]$ et $EclairerTerre=Cylindre[T, S, 1]$; leurs

symétriques respectivement par rapport à L et T donnant OmbreLune et OmbreTerre.



En jouant sur le zoom et sur l'orientation de la vue 3D on peut alors visualiser les différentes phases, s'il y a éclipses/occultation ou non (par exemple en voyant que l'ombre de la Lune intercepte ou non la Terre). Il est évidemment impossible d'être visuellement plus précis. Enfin, et c'est ce qui apparaît sur la construction donnée en ligne, un test permet de repérer les éclipses/occultation, en voici sa description.

On peut facilement tester, lors de l'alignement TLS, s'il y a éclipse ou non. On calcule la distance de L à la droite TS. Si cette distance est plus petite que rayon Terre+rayonLune, il y a éclipse. Pour lever l'ambiguïté Soleil ou Lune, on teste les grandeurs des segments TS et LS. Ce qui suit est à saisir en ligne de saisie.

$$d_{LT} = \text{Distance}[L, \text{Droite}[T, S]]$$

feclipse=dLT <(R_T+R_L) quand ce drapeau vaut 1 il y a éclipse ;

fdist=sTL>sLS quand ce drapeau vaut 1 il y a éclipse de Soleil ;

Si[feclipse, Si[fdist, «Eclipse Soleil», «Eclipse Lune»], «Pas d'éclipse»].

Pour aller plus loin

GeoGebra est un logiciel de géométrie dynamique 2D et 3D très intuitif, il comporte aussi des modules tableur, calcul de probabilités et calcul formel. Il permet de modéliser des situations astronomiques diverses.

Vous trouverez de nombreux exemples d'activités développées par Philippe Merlin à cette adresse <https://cral.univ-lyon1.fr/labo/fc/astrogebra/astrogebra.htm>

Sur le même sujet, les phases de la Lune, vous trouverez sur le site du CLEA une animation développée sur GeoGebra par Sylvie Thiault, permettant de visualiser les phases de la Lune sur le disque lunaire. ■

Les fichiers d'accompagnement de ces activités sur les phases de la Lune se trouvent sur le site du CLEA <http://clea-astro.eu> (LUNAP, phases, activités).