

Introduction à la géodésie chronométrique

Meropi MORFOULI et Pacôme DELVA

du SYRTE, Observatoire de Paris, PSL Research University, CNRS, Sorbonne Universités, UPMC
Univ. Paris 06, LNE



© Illustration Joël Guenoun

La « figure » de la Terre est depuis longtemps une source d'interrogations, d'hypothèses et d'expérimentations. Dans la Grèce antique, les philosophes l'imaginaient sphérique, plate ou encore rectangulaire. Ératosthène établit un lien entre l'inclinaison des rayons solaires et la forme supposée sphérique de la Terre, ce qui lui permit de déduire sa circonférence. Or, le Soleil était aussi un moyen de mesurer le temps, à l'aide d'un gnomon par exemple. On voit déjà ici un lien entre un instrument de mesure du temps, le gnomon, et la figure de la Terre. Bien plus tard la connaissance de la forme de la Terre s'est étendue à celle de son champ de gravité, et a donné naissance à la géodésie physique. Dans cet article nous illustrons le lien entre les instruments de mesure du temps et la géodésie au travers de deux exemples : les horloges à pendules et les horloges atomiques. En particulier nous étudions comment la relation entre un modèle physique et des observations permettent d'aller au-delà de l'observation directe de la forme de la Terre.

La figure de la Terre et le pendule qui bat la seconde

Dans cette première partie nous étudions la relation entre le modèle théorique de la forme de la Terre de Newton, lié à la longueur du pendule qui bat la seconde, et l'observation. Newton, dans son ouvrage *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica* (1^{ère} édition 1686), soutient l'hypothèse que la Terre est un sphéroïde aplati aux pôles. L'auteur était déjà au courant de deux événements cruciaux :

- les observations de l'aplatissement de Jupiter par les astronomes J-D Cassini et J. Flamsteed ;
- et la découverte inattendue de l'expédition astronomique de Jean Richer à Cayenne (1672-1673).

Richer est parti à Cayenne afin de réaliser des observations astronomiques et de comparer ses résultats par la suite avec Cassini qui effectuait les mêmes observations au même moment à Paris.

Outre les instruments astronomiques, Richer avait à sa disposition pour la mesure du temps deux horloges à pendule¹, une qui battait la seconde et l'autre la demi-seconde, fabriquées par Isaac Thuret Horloger ordinaire du Roi, et un pendule à secondes (pendule simple qui battait la seconde) dont la longueur a été déterminée à Paris. Une des raisons intéressantes pour laquelle le pendule à secondes accompagnait les astronomes au cours de leurs voyages figure dans l'ouvrage de l'Abbé Picard *Mesure de la Terre* (1671)². Picard met en avant l'importance d'établir la toise de Paris comme étalon de mesure universel de distance. Une manière de le faire était d'attacher à cette mesure un phénomène naturel. La longueur du pendule à

¹Richer J. « Recueil d'Observations astronomiques et physiques faites en l'île de Cayenne, in Mémoires de l'Académie Royale des Sciences Tome VII partie I », Paris : Par la Compagnie des Libraires, 236.

²Picard J. (1671), *Mesure de la terre*, Paris : Imprimerie Royale, 3-4.

secondes, selon Picard, offrait cette possibilité, même si la différence de cette longueur aux différentes latitudes était déjà soupçonnée. Richer lors de son séjour à Cayenne a fait la découverte suivante :

« *L'une des plus considérables observations que j'ai faites, est celle de la longueur du pendule à secondes de temps, laquelle s'est trouvée plus courte en Caienne qu'à Paris: car la même mesure qui avoit été marquée en ce lieu-là sur une verge de fer, suivant la longueur qui s'étoit trouvée nécessaire pour faire un Pendule à secondes de temps, ayant apportée en France, & comparée avec celle de Paris, leur différence a été trouvée d'une ligne & un quart, dont celle de Caienne est moindre que celle de Paris, laquelle est de 3 pieds 8 lignes 3/5.(...) Les vibrations du Pendule simple dont on se servoit, (...) ont été comparées à celles d'une Horloge très-excellente, dont les vibrations marquoient les secondes de temps.* »³

« *Sachant que l'Horloge à secondes retardoit tous les jours de 4'10" de temps à l'égard du mouvement journalier des Fixes.* »⁴

Après 10 mois d'observations, Richer a constaté que le pendule à secondes effectuait des oscillations plus lentes à Cayenne que celles qu'il effectuait à Paris, il retardait d'environ 2 min 28 s par jour ; Richer a déduit de cette observation que la pesanteur diminue vers l'équateur « *puisque la seule pesanteur fait l'oscillation d'un pendule* » comme nous l'apprend Voltaire⁵.

La figure de la Terre telle que Newton l'a imaginée était le résultat de l'action de deux forces : la force centrifuge et la force gravitationnelle. Newton fait l'hypothèse que la Terre est une sphère parfaite et immobile (avant d'acquérir son mouvement rotatif autour de son axe), un corps fluide en équilibre de matière homogène⁶. Ainsi l'aplatissement de la Terre trouve sa cause chez Newton dans la combinaison des effets de deux forces. Si l'on suit l'hypothèse newtonienne d'une Terre initialement fluide, sa convexité serait due aux effets de la force

centrifuge, qui « *tend à éloigner les molécules fluides de l'axe autour duquel s'effectue la rotation diurne* », en combinant ses effets avec la force gravitationnelle, une force centripète « *exercée sur chacune des molécules par la masse entière* »⁷. Newton élabore ce problème dans son ouvrage *Principes mathématiques de la philosophie naturelle*, et plus précisément aux propositions XIX et XX du Livre III. Lors de ces propositions, son objectif est de définir dans un premier temps « *la proportion des axes d'une planète* » (Prop. XIX) et « *les poids des corps dans les diverses régions de la terre* » (Prop. XX).

Dans la proposition XIX il trouve que la distance « *centre de la Terre – surface de la Terre à l'équateur* » est plus grande que la distance « *centre de la Terre – surface de la Terre au Pôle* » de 1/229 partie de cette dernière.

Christiaan Huygens dans son ouvrage *L'Horloge à pendule (Horologium Oscillatorium 1673)*, Proposition XXVI, p. 354-58 détermine la distance parcourue par un corps lors de sa chute partant du repos dans une seconde de temps effectuant son lien mathématique avec la longueur du pendule à secondes à une certaine latitude :

« *Déterminer l'espace que les corps graves parcourent en tombant durant certain temps.*

Tous ceux qui ont cherché jusqu'ici à mesurer cet espace ont jugé nécessaire d'en venir aux expériences, par lesquelles, de la manière qu'elles ont été instituées jusqu'à ce jour, on n'arrive pas aisément, à cause de la grande vitesse finale des corps tombants, à une détermination exacte.(...) nous pouvons, lorsque la longueur du pendule correspondant aux secondes est connue atteindre le but proposé sans expérience(...) on trouvera ainsi la longueur de 14 pieds, 9 pouces, 6 lignes pour l'espace parcouru en tombant en une seconde. Mais attendu que le pied horaire⁸ est au pied parisien comme 881 est à 864, la même hauteur, réduite à cette mesure, sera à peu près de 15 pieds et un pouce. »

Dans la Prop. XX. Newton utilise le résultat trouvé par Huygens pour la latitude de Paris (48° 50'). Un corps en chute libre parcourt ainsi une distance de 2 173 lignes 7/9 dans une seconde de temps. Prenant en compte la résistance de l'air, il dit que le corps tombant dans le vide parcourrait 2 174 lignes.

³Richer J. « Recueil d'Observations astronomiques et physiques faites en l'île de Cayenne », in Mémoires de l'Académie Royale des Sciences Tome VII partie I », Paris : Par la Compagnie des Libraires, 320.

⁴Ibid. 291.

⁵Voltaire (1877-1885), Œuvres complètes de Voltaire. 19,3, Paris : Garnier frères, 127.

⁶Proposition XX livre III: "...si la Terre devait être imaginée plus dense en son centre qu'à la périphérie, il y aurait lieu de modifier le calcul théorique qui donnerait alors un aplatissement deux fois plus grand que celui primitivement proposé dans l'hypothèse d'une Terre homogène." (Costabel 1988).

⁷Arago F. (1857), *Astronomie Populaire*, Paris : Gide et J. Baudry, Tome IV, 80-81.

⁸Selon le rapport donné par Huygens un Pied Horaire est égal à 333,25 mm, (3 pieds horaires = 999,75 mm)

Effectuons un calcul (avec nos moyens d'aujourd'hui) en utilisant les données que Newton avait à sa disposition. Étant donné $t = 1$ seconde et $h = 2\,174$ lignes on trouve l'accélération de la gravité (g) :

$$g = \frac{2h}{t^2} = 4\,348 \text{ lignes/s}^2.$$

Une fois g trouvé on peut calculer la longueur du pendule pour la latitude de Paris :

$$T = 2 \text{ s suivant la formule : } T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

$$l = \frac{gT^2}{4\pi^2} = 440.5445060 \text{ lignes (} l = 440,5555555 \text{ lignes utilisée par Newton)}$$

Vers la fin de cette proposition Newton dresse un tableau qui représente les différentes longueurs du Pendule qui bat la seconde à des latitudes différentes :

Latitude du lieu. Degrés.	Longueur du Pen- dule. Pieds, Lignes.
0	3 7, 468
5	3 7, 482
10	3 7, 526
15	3 7, 596
20	3 7, 692
25	3 7, 812
30	3 7, 948
35	3 8, 099
40	3 8, 261
45	3 8, 294
1	3 8, 327
2	3 8, 361
3	3 8, 394
4	3 8, 428
5	3 8, 461
6	3 8, 494
7	3 8, 528
8	3 8, 561
9	3 8, 594
50	3 8, 756
55	3 8, 907
60	3 9, 044
65	3 9, 162
70	3 9, 258
75	3 9, 329
80	3 9, 372
85	3 9, 387
90	3 9, 387

Tableau tiré de :
Newton I. (1756), Principes
Mathématiques de la
Philosophie Naturelle, par
feu Madame la Marquise
du Chastelet, Tome II, Livre
III, 41.

Dans la colonne de gauche, il note les différents degrés de latitude, et dans celle de droite les différentes longueurs du pendule (en pieds de Paris) selon la latitude. Pour réaliser ce tableau, ayant trouvé g (l'accélération de la gravité) et l (la longueur du Pendule qui bat la seconde) à Paris il lui reste à calculer la variation de l'accélération de la gravité dans des latitudes différentes.

Il écrit : « ...l'augmentation du poids, en allant de l'équateur vers les pôles, doit être à peu près comme le sinus verse du double de la latitude, ou, ce qui est la même chose, comme le carré du sinus droit de la latitude. Les arcs des degrés de latitude augmentent à peu près dans la même raison dans le méridien. »

Ceci est le résultat du modèle théorique de Newton de la figure de la Terre tout en sachant que, pour la construction de son hypothèse, Newton s'est servi de plusieurs mesures et observations faites par les astronomes de son époque. Il prend en compte tout résultat nouveau et il met à jour chaque nouvelle édition de son ouvrage.

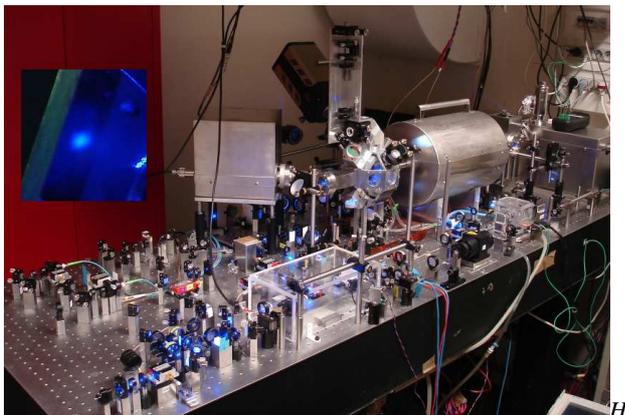
Comparons ces résultats « théoriques » avec les observations faites ultérieurement par des astronomes afin de confirmer sa théorie. Nous allons prendre l'exemple des observations de l'expédition des astronomes de l'Observatoire de Paris en Laponie en 1738. Maupertuis et son équipe ont trouvé que l'augmentation de la pesanteur aux pôles était plus grande que celle calculée par Newton et suppose une Terre plus aplatie que celle de Newton. Il trouve que la longueur du pendule à Pello est 441,17 lignes alors que celle du pendule à Paris est 440,57 lignes (résultat des nombreuses expériences de M. de Mairan). Il est important de mentionner ici certains éléments afin de comprendre à quel point nous pouvons comparer le calcul de longueurs du pendule réalisé par Newton et les résultats d'observation de Maupertuis.

Premièrement la référence de la longueur du pendule utilisée par les deux savants est celle trouvée à la latitude de Paris. Dans le cas de Newton, c'est celle établie par Huygens en prenant en compte la résistance de l'air, soit une longueur de 3 pieds 8 pouces et 5/9 lignes (ou 440,55555 lignes). Dans le cas de Maupertuis, c'est celle définie par M. de Mairan (440,57 lignes).

Deuxièmement, les résultats du calcul newtonien sont basés sur l'hypothèse d'une Terre de matière homogène alors qu'en réalité elle ne l'est pas. Newton connaît les limites de son hypothèse et il écrit dans la Proposition XX du livre III : « ...si la Terre devait être imaginée plus dense en son centre qu'à la périphérie, il y aurait lieu de modifier le calcul théorique qui donnerait alors un aplatissement deux fois plus grand que celui primitivement proposé dans l'hypothèse d'une Terre homogène. »

Finalement, on voit dans cet exemple le lien étroit entre théorie et observations, qui n'est pas aussi simple que l'on peut le penser naïvement : les observations nous guident dans la construction d'un modèle théorique simplifié, qui est ensuite confronté aux observations, qui peuvent nous conduire à réviser notre modèle. Et ainsi de suite... C'est un processus de construction – de compréhension du monde – itératif, qui évolue de concert avec l'évolution technique des instruments de mesures.

La figure de la Terre et les horloges atomiques



Horloge optique du laboratoire LNE-SYRTE utilisant des atomes de Strontium ©Jérôme Lodewyck.

L'augmentation de la stabilité et de l'exactitude des horloges a nécessité d'en comprendre leur fonctionnement intime. Nous avons vu comment en étudiant les systématismes associés au pendule qui bat la seconde, celui-ci a permis d'établir et de vérifier des hypothèses importantes concernant la figure de la Terre. L'usage de l'horloge a été détourné pour devenir un instrument de mesure de la pesanteur. Plus précisément, une synergie s'est établie entre l'amélioration d'une application pratique, la mesure du temps, et la connaissance scientifique des phénomènes qui régissent celle-ci. La qualité et la nature des meilleures horloges ont beaucoup évolué depuis les horloges à pendule : nous utilisons aujourd'hui des horloges atomiques. Nos moyens d'étudier la figure de la Terre ont aussi beaucoup évolué, et notamment ont connu une révolution avec l'avènement des satellites géodésiques comme GRACE et GOCE. Cependant, nous allons voir comment nous envisageons de nouveau d'utiliser les horloges pour améliorer notre connaissance de la Terre et de son champ gravitationnel.

Une horloge atomique délivre un signal périodique dont la fréquence est stable et universelle. En effet, cette fréquence est liée à une transition atomique spécifique entre deux niveaux d'énergie quantifiés. Cet écart d'énergie reste le même quel que soit l'atome de même nature que l'on utilise. Sa valeur dépend des constantes fondamentales de la Nature qui lui confèrent un caractère universel. La qualité de cet étalon de fréquence dépend alors de notre capacité à mesurer précisément la valeur de cette transition atomique. L'outil d'interrogation des atomes est une onde électromagnétique de fréquence connue qui permet d'opérer la transition atomique.

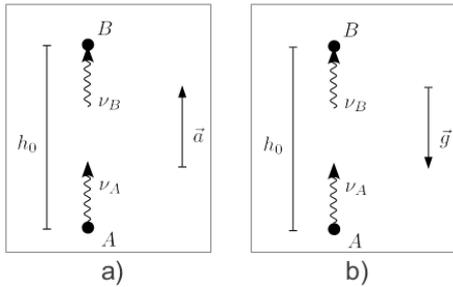
En comptant le nombre d'atomes qui ont changé d'état on sait si notre outil d'interrogation est bien accordé sur la transition dont on recherche la fréquence.

Les horloges atomiques, dès leur première génération dans les années 50, ont révolutionné le domaine de la mesure du temps. À tel point qu'il a vite été décidé, en 1967, de redéfinir l'unité de la seconde d'une référence astronomique à une référence atomique en fixant la fréquence d'une transition atomique de l'atome de Césium. Depuis les années 50, l'exactitude des horloges atomiques basées sur le césium – les fontaines atomiques – a gagné un ordre de grandeur tous les dix ans ! Cependant, elles ont récemment été supplantées par une nouvelle génération d'horloges atomiques : les horloges optiques. La stabilité et l'exactitude dépend en partie de la finesse de la transition atomique utilisée pour interroger l'atome. On utilise pour les horloges optiques une transition dans le domaine des fréquences optiques plutôt que micro-ondes, comme pour les fontaines atomiques.

Le progrès de ces nouvelles horloges a été encore plus fulgurant que celui des fontaines atomiques : leur exactitude a été améliorée de plus de 5 ordres de grandeur en l'espace d'une vingtaine d'années ! Aujourd'hui la meilleure horloge optique dérive d'une seconde en environ 30 milliards d'années, un temps supérieur à l'âge de l'Univers ! Ces horloges sont basées sur des atomes différents de l'atome de césium : strontium, mercure, aluminium, ... Une réflexion a été engagée quant à une possible redéfinition de l'unité de la seconde, le césium ne permettant plus la meilleure réalisation d'un étalon de fréquence.

L'extrême exactitude des horloges optiques s'est accompagnée, comme pour le pendule qui bat la seconde, d'une connaissance fine de leurs systématismes et donc de leur modélisation physique. La description locale d'une telle horloge fait appel à nos connaissances de la théorie quantique, alors que la description de la comparaison à distance des horloges fait appel à la théorie de la relativité générale. C'est ce deuxième aspect qui va nous intéresser pour la suite de l'article, et en particulier ce que l'on nomme l'*effet Einstein*, ou *décalage gravitationnel vers le rouge*.

Cet effet est une conséquence directe du principe d'équivalence d'Einstein, un des piliers de toute la physique moderne. Considérons un photon émit depuis un point A dans un système de référence accéléré vers un point B qui est en direction de l'accélération (voir figure a ci-dessous).



Nous supposons que les points A et B sont fixes et séparés par une distance h_0 dans le référentiel accéléré. Le temps de vol du photon est alors $\Delta t = h_0/c$, où c est la vitesse de la lumière dans le vide. Pendant ce temps Δt , la vitesse du référentiel augmente d'une quantité $\Delta v = a \times \Delta t = a \times h_0/c$, où a est la norme de l'accélération \vec{a} du référentiel. L'effet Doppler prédit alors un décalage en fréquence entre la fréquence de réception du signal au point B (au temps de réception), ν_B , et la fréquence d'émission au point A (au temps d'émission), ν_A , d'une quantité :

$$\nu_B/\nu_A = 1 - \Delta v/c = 1 - a \times h_0/c^2.$$

Or, le principe d'équivalence d'Einstein postule l'équivalence entre un champ de pesanteur \vec{g} et un champ d'accélération \vec{a} , tel que : $\vec{a} = -\vec{g}$. Nous déduisons que dans un référentiel non accéléré en présence d'un champ de pesanteur \vec{g} :

$$\frac{\nu_B}{\nu_A} = 1 - g \times h_0 / c^2, \text{ où } g \text{ est la norme du vecteur } \vec{g}.$$

ν_A est la fréquence du photon à l'émission (fort potentiel gravitationnel) et ν_B est la fréquence du photon à la réception (faible potentiel gravitationnel). En effet, ici le champ de pesanteur est le gradient du potentiel gravitationnel, qui diminue donc entre le point A et le point B. Comme $\nu_B < \nu_A$, on dit généralement que la fréquence du signal à la réception est *décalée vers le rouge*. On peut aussi considérer cet effet en termes de conservation de l'énergie. Intuitivement, le photon qui se déplace du point A au point B doit *travailler* afin de s'échapper de l'attraction due au potentiel gravitationnel. Il perd alors de l'énergie et sa fréquence décroît en vertu de l'équivalence entre énergie et fréquence.

Ainsi, si deux horloges (parfaites) sont placées en A et en B et que l'horloge en A (potentiel gravitationnel fort) est utilisée pour générer le signal

de fréquence ν_A , alors le signal reçu en B (potentiel gravitationnel faible) aura une fréquence inférieure à celle d'un signal localement généré par l'horloge en B. La différence de fréquence mesurée entre le signal généré localement et le signal reçu nous renseigne alors sur la distance h_0 entre les deux horloges et le champ de pesanteur \vec{g} .

Une formule plus générale, valide pour un champ de pesanteur non uniforme et appliquée à deux horloges fixes à la surface de la Terre nous dit que cette différence de fréquence est proportionnelle à la différence des potentiels de pesanteur entre les deux horloges :

$$\nu_B/\nu_A = 1 - (W_A - W_B)/c^2 \quad (1)$$

Le potentiel de pesanteur W est la somme du potentiel gravitationnel U et de l'énergie cinétique par unité de masse : $W = U + v^2/2$, où v est la vitesse de l'horloge dans un référentiel inertiel fixe par rapport aux étoiles lointaines et centré sur le centre de masse de la Terre (système de référence céleste géocentrique ou GCRS)¹⁰.

La formule (1) lie l'effet Einstein à une différence de potentiel de gravité ΔW et donc à une différence d'altitude Δh . On peut en déduire les ordres de grandeurs équivalents suivants :

$$\Delta v/v \sim 10^{-18} \leftrightarrow \Delta W \sim 0.1 \text{ m}^2/\text{s}^2 \leftrightarrow \Delta h \sim 1 \text{ cm}.$$

Autrement dit, on peut potentiellement détecter une différence d'altitude de 1 cm en comparant deux horloges ayant une exactitude en fréquence relative de 10^{-18} . C'est la *géodésie chronométrique*. Cela a été démontré expérimentalement pour la première fois en septembre 2010 par l'équipe du *National Institute of Standards and Technology* (NIST) : l'équipe a comparé localement deux horloges optiques basées sur l'atome d'aluminium, puis a soulevé une des deux horloges de 33 cm. Ils ont alors observé un décalage en fréquence relative de $(4.1 \pm 1.6) \times 10^{-17}$.

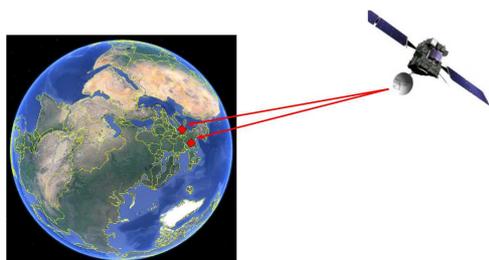
Mesurer l'aplatissement de la Terre avec deux fontaines atomiques

Les fontaines atomiques sont fréquemment comparées afin d'établir l'unité du Temps Atomique International (TAI) : la seconde. Nous allons utiliser la comparaison de deux fontaines atomiques afin de tenter, comme Newton et ses contemporains l'ont fait par le passé avec le pendule qui bat la seconde, de déterminer l'aplatissement de la Terre. Nous précisons que c'est la première fois que cette

⁹Cette démonstration, similaire à celle faite par Einstein, fait appel à la cinématique des référentiels accélérés. Une démonstration rigoureuse pourra être lue dans *Relativité restreinte : Des particules à l'astrophysique*, E.ourgoulhon, EDP Science (2010), section 22.2.2.

¹⁰Pour plus de précisions sur les champ et potentiel de pesanteur lire *Le champ de pesanteur en quelques mots*, F. Duquenne, Revue XYZ, 139 (2014).

expérience est interprétée de la sorte. Utilisons les données de la comparaison entre la fontaine à césium CsF1 de l'*Istituto Nazionale di Ricerca Metrologica* (INRIM) à Turin et de la fontaine à césium FO2 du laboratoire *Systèmes de Référence Temps-Espace* (SYRTE) à Paris¹¹. Le décalage en fréquence trouvé entre ces deux fontaines est le résultat de 17 comparaisons directes pendant la période 2006-2012 :
 $\Delta\nu/\nu = 18.99 \times 10^{-15}$.



La comparaison en fréquence de deux fontaines atomiques à Paris et à Turin (grâce au GPS) ainsi que la connaissance de leurs positions permet de déduire l'aplatissement de la Terre.

Nous avons besoin d'un modèle simple du potentiel de pesanteur prenant en compte l'aplatissement de la Terre, généralement mesuré par le paramètre sans dimension J_2 (voir encadré 1). Nous supposons la masse de la Terre, son rayon et sa vitesse de rotation connus. En utilisant ce modèle simple dans la formule (1) nous obtenons une équation avec une inconnue, J_2 , que l'on résout facilement. Nous trouvons alors :

$$J_2 = (1,097 \pm 0,016) \times 10^{-3}.$$

Ce résultat est conforme avec 1,4% d'erreur à la meilleure détermination de J_2 faite grâce à des satellites géodésiques. Ce résultat est déjà très bon. Cependant on ne pourra pas faire mieux car les horloges étant à la surface terrestre, elles sont beaucoup plus sensibles aux variations rapides du potentiel – les harmoniques plus élevées que nous avons négligées dans notre modèle simple – que les satellites géodésiques.

Plusieurs projets explorent les possibilités nouvelles offertes par la géodésie chronométrique. ACES/PHARAO est une fontaine atomique qui sera placée en 2017 sur la Station Spatiale Internationale (ISS). Elle permettra de comparer les altitudes d'horloges distantes sur différents continents avec une exactitude d'environ 10 cm. Le projet européen *International Timescales with Optical Clocks* (ITOC) vise à préparer une redéfinition de la

seconde en coordonnant un programme de comparaison des horloges optiques en Europe. Une expérience de démonstration de la géodésie chronométrique a été effectuée en 2016 dans le cadre de ce projet en comparant deux horloges optiques : une à Turin et une dans le Laboratoire souterrain de Modane, avec une différence d'altitude d'environ 1 km. Cette méthode a été comparée aux méthodes de nivellement de la géodésie classique. Enfin, le SYRTE mène actuellement une étude en collaboration avec le *Laboratoire de Recherche en Géodésie* (LAREG) de l'Institut national de l'information géographique et forestière (IGN) afin d'étudier l'apport des comparaisons d'horloges pour la détermination du géopotential à haute résolution.

En conclusion, le pendule qui bat la seconde a permis aux XVII^e et XVIII^e siècles de déterminer avec précision la figure de la Terre, en comparant des observations précises à un modèle de la Terre et de son champ de pesanteur. Aujourd'hui les horloges atomiques atteignent de telles exactitudes qu'elles deviennent extrêmement sensibles au potentiel gravitationnel, une conséquence de l'effet Einstein. On peut penser que dans le futur, un réseau d'horloges spatiales serve de référence pour la construction d'une échelle de temps stable, alors qu'un réseau d'horloges à la surface de la Terre servira d'instrument de mesure du potentiel gravitationnel à haute résolution spatiale et temporelle, améliorant ainsi notre connaissance de la forme de la Terre et des processus géophysiques et climatiques qui régissent la circulation des masses en son sein et à sa surface.

Encadré : Modèle simplifié du potentiel de pesanteur terrestre

J_2 est le coefficient du second degré d'un développement du potentiel gravitationnel terrestre en harmoniques sphériques :

$$U = \frac{G M_E}{r} \left[1 + \frac{J_2 R_E^2}{2 r^2} (1 - 3 \sin^2(\phi)) \right]$$

où G est la constante de gravitation, M_E la masse de la Terre, r la distance par rapport à son centre de masse, R_E son rayon équatorial et ϕ la latitude géographique. La vitesse de l'horloge peut s'écrire :

$$v = \Omega_E \sqrt{x^2 + y^2},$$

où Ω_E est la vitesse angulaire de rotation de la Terre, et x et y sont les coordonnées cartésiennes de l'horloge dans le système de référence céleste géocentrique (GCRS). On déduit alors le potentiel de pesanteur $W = U + v^2/2$. ■

¹¹Gérard Petit and Gianna Panfilò, Comparison of Frequency Standards Used for TAI, IEEE transactions on instrumentation and measurement.