

# AVEC NOS ÉLÈVES

## Kepler... au XXI<sup>e</sup> siècle

Francis Berthomieu, Montfort sur Argens

*La méthode que Kepler utilisa en son temps pour déterminer l'orbite de la planète Mars a été présentée sous diverses formes dans les Cahiers Clairaut ou lors de nos écoles d'été. Généralement, on utilisait les mesures historiques extraites des tables de Tycho Brahe. Comme nous disposons au CLEA d'images de Mars étalées sur plus de 10 ans et prises lors de ses pérégrinations sur le fond du ciel, il nous a semblé possible d'actualiser ces données et de reprendre la méthode à partir de l'exploitation de ces images.*

*Voici le résultat de ce travail.*

### Rappel de la méthode

Tycho Brahe avait accumulé de nombreuses observations de la planète Mars, enregistrant ses longitudes écliptiques géocentriques pendant une dizaine d'années. Toutefois, il n'exploita pas ses données, mais les garda jalousement sans les faire partager à son jeune et génial collègue Kepler. Ce n'est qu'à sa mort que celui-ci hérita de ce trésor, qu'il sut magnifiquement exploiter.

Le choix des coordonnées écliptiques était très naturel : les planètes sont en effet toujours très proches de ce plan. On peut donc dessiner en première approximation sur une même feuille de papier la trajectoire de la Terre et la trajectoire de Mars, en faisant, avec Kepler, l'hypothèse que le système du monde est héliocentrique. On supposera ici que l'orbite de la Terre est circulaire et centrée sur le Soleil, sachant qu'il sera possible de la représenter par un cercle excentré.

Pour situer Mars en un point de l'espace, Kepler utilisa la méthode de la parallaxe : il eut l'idée qu'il était possible de viser Mars à deux dates différentes, alors que la planète est en un même point de son orbite. La Terre se trouve à ces deux instants dans deux positions différentes, ce qui permet d'avoir deux lieux d'observation assez éloignés. Il faut pour cela que les deux mesures soient séparées par une durée égale à celle que met Mars pour faire un tour complet : on qualifie cette période de « sidérale ». Kepler connaissait cette période, qui est de 687 jours. Il savait aussi situer la Terre sur sa propre orbite. Nous ne reviendrons pas ici sur ces questions. Plusieurs articles leur ont été consacrés dans les Cahiers Clairaut<sup>1</sup>.

La construction géométrique est à la portée de quiconque sait manier avec précision un rapporteur, un cercle gradué, ou de façon plus « moderne », un logiciel tel que GeoGebra.

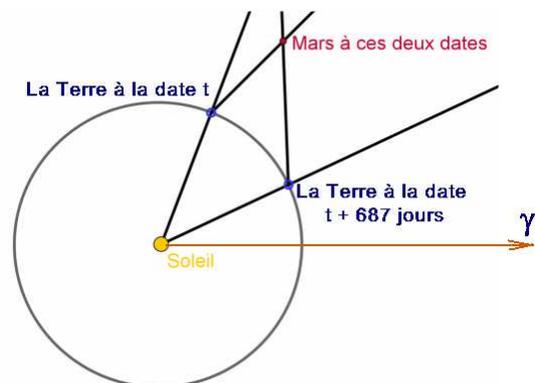


Fig.1. Principe de la construction.

Parmi les très nombreuses mesures de Tycho Brahe, Kepler eut la patience (et la chance) d'extraire 5 couples de mesures effectuées à 687 jours d'intervalle, alors que Mars se trouvait en 5 points de son orbite. Il put ainsi tracer assez précisément l'orbite de Mars, découvrir que le Soleil n'était pas au centre de cette orbite, et montrer qu'il s'agissait d'une ellipse dont le Soleil occupait l'un des foyers.

### Dans nos archives

Depuis dix ans, le CLEA a organisé régulièrement des campagnes d'observation de la rétrogradation de la planète Mars, et recueilli à ce propos quantité de photographies. J'ai eu l'idée de chercher parmi elles des images dont les prises de vue étaient séparées par une durée de 687 jours, et l'agréable surprise d'en trouver un certain nombre.

<sup>1</sup> Voir par exemple les CC n<sup>os</sup> 118 et 127.



Exemple : la photo du 6 mai 2014...



et la photo du 23 mars 2016 (687 jours plus tard).

À l'aide de logiciels d'astrométrie, dont il présente l'utilisation dans ce même numéro<sup>1</sup>, Jean-Michel Vienney a traité les 12 photographies correspondant à 6 de ces couples : il a ainsi pu obtenir, à partir des photos, les coordonnées écliptiques géocentriques de la planète Mars pour ces 12 dates. Le tableau ci-après donne les valeurs utiles pour effectuer la construction.

$L_T$  est la longitude héliocentrique de la Terre.

$\lambda_M$  est la longitude écliptique géocentrique de la planète Mars, calculée par Jean-Michel.

| date       | $L_T$   | $\lambda_M$ |
|------------|---------|-------------|
| 04/01/2006 | 103°24' | 41°54'      |
| 2/11/2007  | 59°11'  | 102°01'     |
| 16/02/2008 | 146°34' | 85°37'      |
| 03/01/2010 | 102°21' | 138°19'     |
| 29/03/2012 | 188°32' | 155°00'     |
| 14/02/2014 | 145°00' | 205°55'     |
| 30/06/2014 | 277°57' | 197°42'     |
| 17/05/2016 | 236°18' | 243°23'     |
| 06/05/2014 | 225°12' | 190°07'     |
| 23/03/2016 | 182°35' | 245°10'     |
| 30/11/2009 | 67°45'  | 137°02'     |
| 18/10/2011 | 24°05'  | 137°04'     |

Il ne restait plus qu'à trouver  $L_T$ , la longitude héliocentrique de la Terre pour ces dates. Je l'ai simplement extraite des éphémérides de l'IMCCE.

## La construction

La construction graphique donne le tracé de la figure 3 ; en construisant un cercle passant par 3 des points de la construction, on peut constater qu'il passe aussi par les deux autres. Il est possible de faire ce travail avec le logiciel GeoGebra ou de travailler comme cela a été fait lors de la dernière école d'été à partir d'un tracé à grande échelle de l'orbite de la Terre, avec des disques gradués et des cordelettes (figure 2).

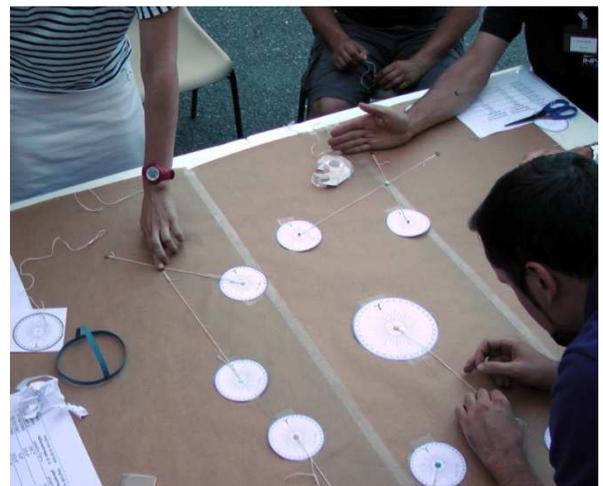


Fig.2. Construction à grande échelle (EEA de Gap – août 2016).

<sup>1</sup> Voir page 14.

On voit ainsi que la trajectoire de Mars pourrait être un cercle. Mais on voit aussi que les centres des cercles matérialisant l'orbite de la Terre et l'orbite de Mars sont différents : le Soleil perd ainsi le privilège d'occuper un « centre ». On peut imaginer (on l'a bien fait en racontant que Newton eut l'idée de la gravitation universelle en voyant tomber une pomme !) que cette étrangeté heurta le caractère « mystico-mathématique » de Kepler : le Soleil devait avoir un rôle mathématique évident ! Si l'on remplace le cercle excentré par une ellipse, c'est en l'un de ses foyers que doit se trouver le Soleil ; et il y retrouve une situation digne de son rang ...

L'histoire (la vraie) n'est, bien sûr, pas aussi simple. Nos abonnés (numériques) pourront la retrouver en détails sur notre site : c'est un fac-similé du chapitre consacré à la genèse des lois de Kepler dans le fascicule CLEA intitulé « Moments et problèmes dans l'histoire de l'astronomie ».

Il est cependant intéressant de noter que, malgré sa simplicité, notre construction géométrique permet de retrouver avec une bonne approximation quelques éléments de l'orbite de Mars.

On peut y mesurer le demi grand axe de l'orbite de Mars : on trouve 1,52 unités astronomiques, proche de la valeur officielle (1,523 u.a.).

L'excentricité peut aussi être obtenue par la mesure : on trouve  $e = 0,097$  (au lieu de 0,093 !).

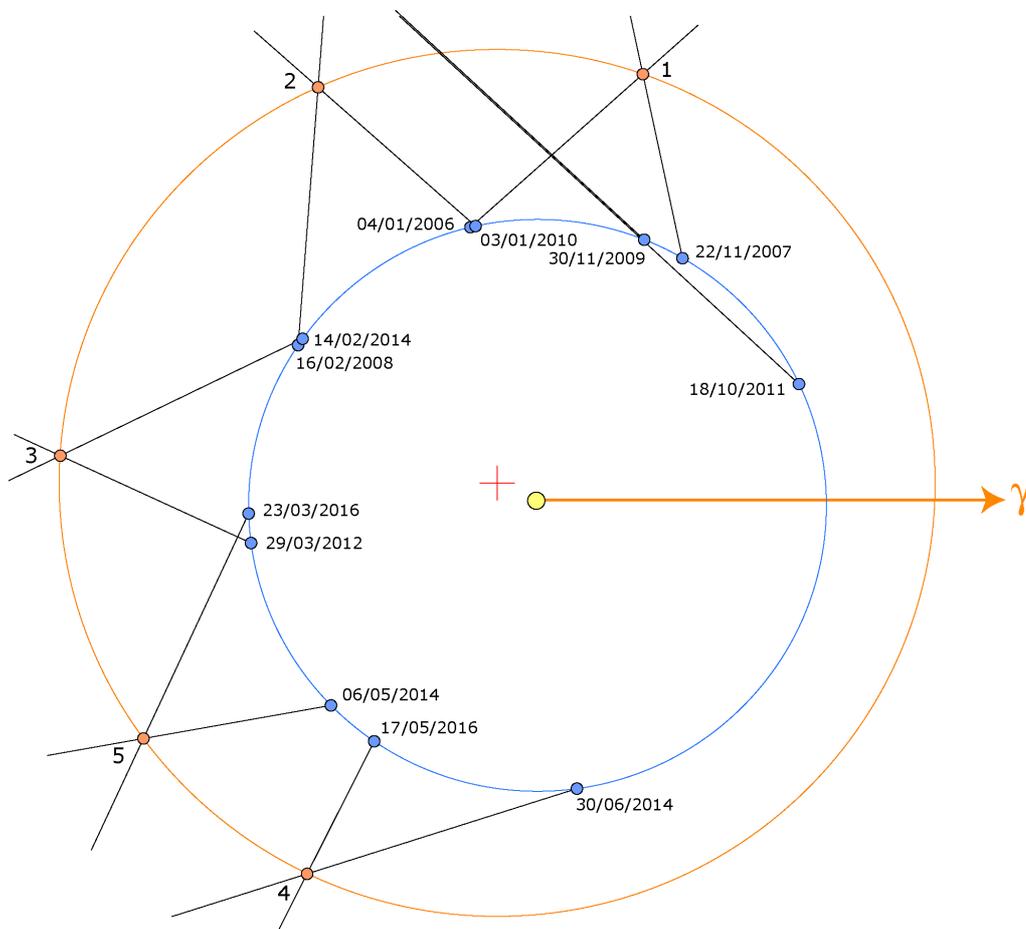


Fig.3. Construction.

**REMUE – MÉNINGES**

Pourquoi le dernier couple de données datées 30/11/2009 et 18/10/2011, pourtant espacées dans le temps de la bonne durée de 687 jours, ne peut-il pas être utilisé pour construire un sixième point de la trajectoire de Mars ?

**Réponse :** Curieusement, à ces deux dates, la longitude écliptique géocentrique de Mars est pratiquement la même !

Les deux droites liant la Terre aux deux positions de Mars sont quasiment confondues, les trois points que l'on pourrait nommer Terre 1 – Terre 2 – Mars sont alignés. Il sera impossible de trouver précisément l'intersection de ces deux droites ...