

Histoire de latitude, de quoi perdre le nord...

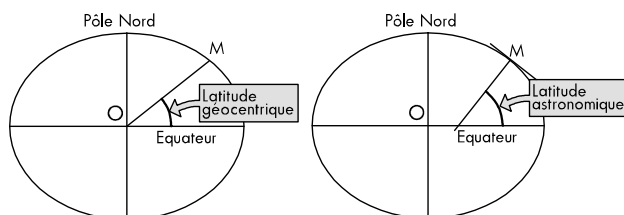
Jacques Chatelon, association marseillaise d'astronomie

Cet article propose de revisiter la définition exacte du mot latitude. Il donne une signification précise aux divers qualificatifs (géocentrique, géodésique, géographique et astronomique) qui la désignent.

La latitude est une notion de base en astronomie, pour les professionnels et les amateurs, et sa connaissance est importante dans toute activité d'observation. Or, à la lecture de livres, articles, pages Internet, on est surpris du peu d'exactitude des définitions disponibles. Il règne une certaine confusion dans ce domaine, comme on peut le voir dans les extraits ci-dessous.

Des définitions imprécises, erronées ou incohérentes¹

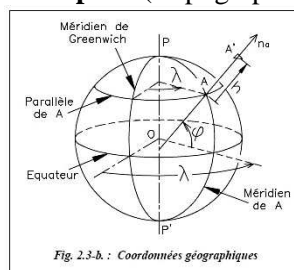
Exemple 1 (Cahiers Clairaut n° 98)



Exemple 2 (sur Internet)

- La latitude géocentrique est l'angle que fait la verticale d'un lieu (fil à plomb) avec le plan équatorial ;
- La latitude astronomique est l'angle que fait la normale² au géoïde en un lieu avec le plan équatorial ;

Exemple 3 (Topographie et topométrie modernes)



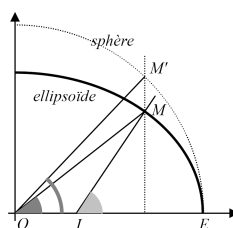
Un point sur l'ellipsoïde est repéré par sa longitude et sa latitude (rapportées à sa normale à l'ellipsoïde en A) (...)

Latitude (φ) : la latitude de A est l'angle que fait la verticale de A avec le plan de l'équateur.

¹ Chacun de ces exemples est repris dans l'encadré en fin d'article pour analyser les erreurs ou imprécisions.

² Pour les non mathématiques, rappelons que normale signifie ici perpendiculaire à la surface.

Exemple 4 (article de la revue "L'ouvert")



La latitude géographique : l'angle EOM

La latitude astronomique : l'angle EIM (IM est la normale en M).

Exemple 5 (Astronomie générale André Danjon)

La hauteur du pôle au-dessus de l'horizon est la latitude astronomique ou géographique du lieu d'observation. Nous la désignerons par la lettre φ .

Exemple 6 (Astronomie générale André Danjon)

La latitude géographique ou astronomique d'un lieu est l'angle φ que fait la normale à l'ellipsoïde avec le plan de l'équateur.

On pourrait multiplier les exemples et le lecteur aura certainement déjà été confronté à ces multiples définitions. Les problèmes de ces définitions peuvent ainsi venir :

- d'une confusion entre verticale (référence à la pesanteur terrestre) et normale à l'ellipsoïde de référence terrestre ;
- d'une confusion entre géographique et astronomique, ou autre ;
- d'un manque de clarté sur les références (pôle, équateur...).

Les différentes latitudes

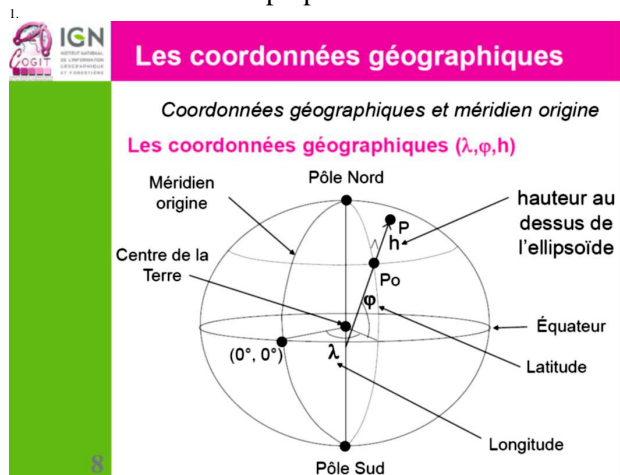
La latitude géocentrique peut être définie simplement comme l'angle que fait une droite menée du centre de la Terre avec le plan équatorial comme sur la première figure de l'exemple 1 (nous reviendrons sur la définition de ce qu'est le plan équatorial). On ne peut pas la mesurer directement puisqu'il n'est pas facile de connaître en un lieu donné la direction du centre de la Terre.

À côté de cette latitude géocentrique, il apparaît trois qualificatifs pour désigner la latitude : géodésique, géographique et astronomique.

Pour éliminer cette confusion, nous avons alors cherché des références officielles comme l'IMCCE, l'IERS, l'IGN, le SHOM, la NASA, United States Naval Observatory... et ces références s'accordent sur les définitions suivantes :

La latitude géographique, ou géodésique, est l'angle formé entre la normale à l'ellipsoïde de référence terrestre et le plan équatorial de l'ellipsoïde.

C'est la latitude de la plupart des cartes.



Sur cette figure de l'IGN, on remarque que la normale à l'ellipsoïde P_0P ne passe pas par le centre de la Terre.

La latitude astronomique est l'angle formé par la verticale du lieu et l'équateur céleste vrai.

C'est la plus facile à mesurer avec des moyens simples.

L'équateur céleste vrai est le plan perpendiculaire à la direction du pôle céleste dénommé Celestial Intermediate Pole CIP, identique au pôle instantané de rotation terrestre (avec une précision suffisante ici).

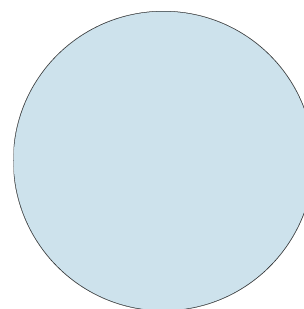
Ces définitions sont aussi celles que l'on peut retrouver dans Wikipédia. Nous verrons dans la suite ce qui différencie ces deux latitudes.

Quelques précisions

À propos de l'ellipsoïde

La latitude géographique nécessite l'introduction d'un ellipsoïde de référence terrestre. Celui-ci est une approximation de la figure de la Terre, sous la forme d'un ellipsoïde de révolution (rotation d'une ellipse autour du petit axe Oz). Différents ellipsoïdes ont été définis au fil du temps et, de nos jours, les deux ellipsoïdes les plus souvent cités sont GRS80 et WGS84 (celui du système GPS). GRS80

et la dernière réalisation de WGS84 sont d'ailleurs très proches et il n'y a souvent pas lieu de les distinguer.



L'ellipsoïde de référence à l'échelle. À l'œil, on ne voit pas de différence avec une sphère. Sur les schémas habituels, l'aplatissement est toujours exagéré. Il vaut en réalité $1/298,257\ 222\ 101$ (GRS80), ce qui correspond à un écart d'environ 21 km entre le rayon équatorial et le rayon polaire, soit 0,3 %.

Les astronomes utilisent aussi pour la réduction des observations un système de référence terrestre dénommé ITRS dont la « réalisation » actuelle est ITRF2014. Bien que n'utilisant pas directement d'ellipsoïde, l'ellipsoïde GRS80 est celui recommandé dans le cadre ITRF. La direction du pôle de l'ellipsoïde, et donc du positionnement de l'équateur terrestre servant de base à la détermination de la latitude géographique/géodésique est fourni par un organisme international l'IERS (International Earth Rotational and Reference Systems Service), successeur du Bureau International de l'Heure (BIH). Ce pôle est dénommé IRP (IERS Reference Pole).

Les ellipsoïdes de référence terrestres sont des créations de l'esprit qui approximent au mieux la forme de la Terre, des figures mathématiques construites à partir d'observations physiques. Les surfaces des ellipsoïdes récents sont aussi des équipotentielles d'un modèle du champ de pesanteur.

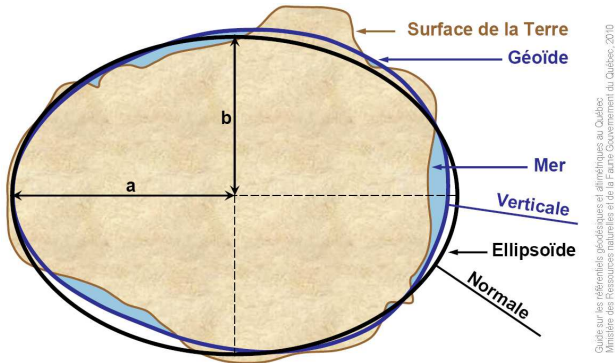
À propos de la verticale

La latitude astronomique nécessite la connaissance de la verticale du lieu concerné, c'est-à-dire la direction du champ de pesanteur (composition du champ de gravitation et de l'accélération centrifuge due à la rotation terrestre). Cette direction est la normale à la surface équipotentielle (surface de niveau) du champ de pesanteur passant par le point considéré.

Et le géoïde ?

On rappelle aussi que la surface appelée géoïde (Listing 1873) est la surface équipotentielle du champ de pesanteur (surface de niveau) correspondant au niveau moyen des mers et océans. Sur le géoïde, une verticale est normale au géoïde.

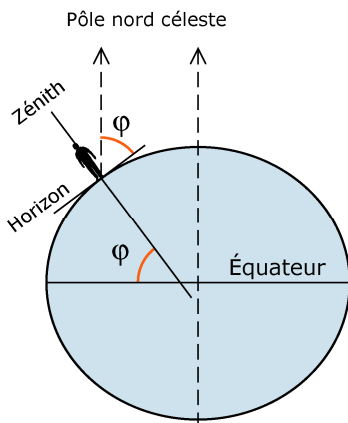
C'est à partir de cette surface que l'on détermine les altitudes, soit de façon globale avec un géoïde mondial, soit de façon locale avec un géoïde local (propre à un pays par exemple). On peut dire en quelque sorte que l'ellipsoïde est plutôt une surface mathématique alors que le géoïde est une surface physico-mathématique.



Les hauteurs déterminées à partir d'un ellipsoïde, comme les hauteurs GPS ne sont pas des altitudes et doivent être corrigées par la différence locale entre ellipsoïde et géoïde (l'ellipsoïde est 50 m en moyenne en dessous du géoïde en France).

Une autre définition

On trouve enfin dans de nombreuses références astronomiques dont les plus anciennes, la définition suivante de la latitude : la latitude d'un lieu est la hauteur du pôle sur l'horizon en ce lieu. Cela se comprend facilement à l'aide du diagramme classique ci-après.

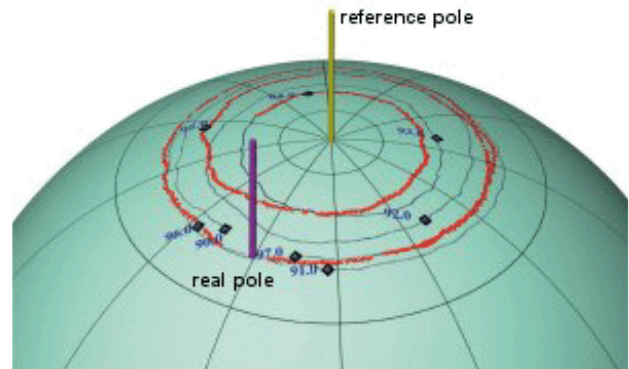


Bien sûr, comme l'horizon est le plan perpendiculaire à la direction de la verticale, cette définition de la latitude astronomique est correcte à condition que l'équateur soit l'équateur céleste, et donc que le pôle soit le CIP.

Variations de la latitude

Il faut noter enfin que les coordonnées astronomiques, donc la latitude, sont aussi variables. En effet, la direction du pôle CIP subit de légères variations que l'on mesure dans le repère terrestre et son

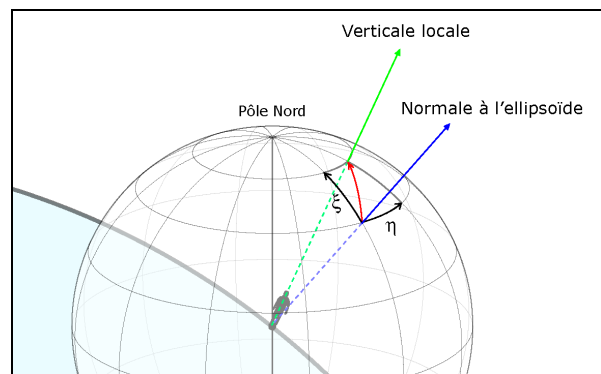
ellipsoïde : le mouvement du pôle ou polhodie. Historiquement, ce sont d'ailleurs les variations mesurées de latitude des observatoires qui ont mis les astronomes sur la piste de ce mouvement du pôle (voir les travaux de Chandler en 1891).



La déviation de la verticale

Nous avons donc maintenant à notre disposition deux types de latitude, l'une définie à partir de la normale à l'ellipsoïde (latitude géographique) et l'autre à partir de la verticale (latitude astronomique). Pour améliorer la compréhension de la relation entre ces deux grandeurs, nous introduisons une nouvelle notion : la déviation de la verticale. En un point terrestre donné, l'écart entre la verticale et la normale à l'ellipsoïde s'appelle la déviation de la verticale.

La présence des continents, de montagnes, les variations de densité sont à l'origine de cette déviation. Schématiquement, nous avons la figure suivante :



Représentation de la déviation de la verticale en un lieu donné, sur une sphère unité centrée sur ce lieu.

L'écart angulaire entre les deux directions est décomposé selon deux directions :

- est-ouest ou longitude, η
- sud-nord ou latitude, ξ .

On peut établir les relations approchées :

- latitude astronomique – latitude géographique = ξ
- longitude astronomique – longitude géographique = $\eta / \cos \varphi$.

La connaissance de la déviation de la verticale permet donc de passer d'une latitude à l'autre et vice-versa.

Numériquement, la déviation de la verticale n'est pas très importante et varie de quelques secondes d'arc à la minute. En France, on trouve des valeurs extrêmes à La Réunion, environ 100 secondes d'arc. Intuitivement, on peut comprendre que la valeur de la déviation de la verticale permette de situer l'une par rapport à l'autre les deux figures de la Terre, l'ellipsoïde et le géoïde. Ceci est d'ailleurs encore un des domaines de l'astrogéodésie qui consiste à utiliser les observations astronomiques pour des applications géodésiques (coordonnées de positions terrestres, positionnement relatif du géoïde et de l'ellipsoïde, nivellement pour détermination d'altitudes...).

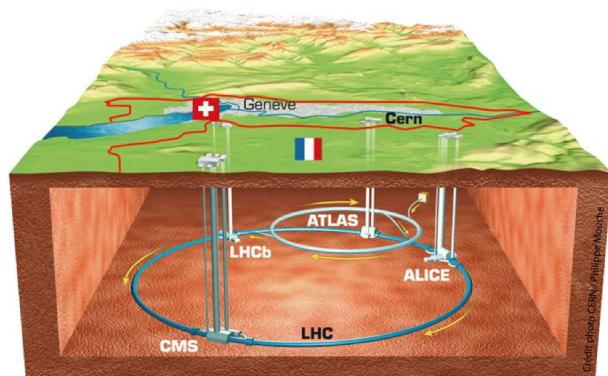
Quelques cas où la déviation de la verticale est pertinente

Géodésie et contrôle géométrique des ouvrages souterrains

Nous connaissons tous des réalisations d'ouvrages souterrains où les exigences de précision sont importantes : tunnel sous la Manche, tunnel ferroviaire du Saint Gothard en Suisse ou tunnels souterrains des accélérateurs du CERN.



Le tunnel de base du St Gothard.



Le LHC du CERN.

Pratiquement, ces travaux ont besoin de relier des mesures géodésiques faites en surface à des mesures souterraines. Or les mesures en surface ont pour référence l'ellipsoïde, en particulier lorsqu'on utilise des techniques à base de GPS. Sous terre, ces techniques sont bien sûr inutilisables et on utilise des gyro-théodolites : par principe (gyroscope), ces gyro-théodolites dont l'axe s'oriente selon l'axe de rotation terrestre fournissent des mesures astronomiques. Pour relier les deux types de mesures, on introduit donc la déviation de la verticale, qui doit être connue dans la zone de travaux.

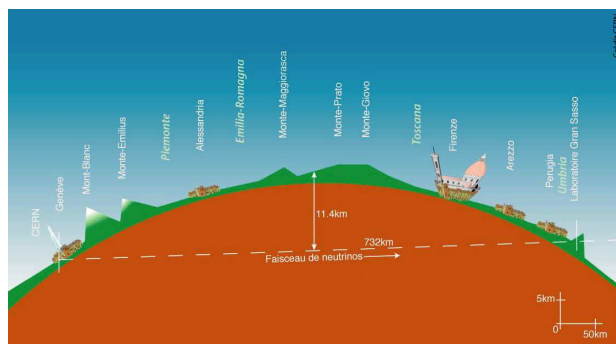
Les azimuts sont reliés selon la formule dite de Laplace :

Azimut géodésique

$$= \text{Azimut astronomique} - \eta \tan \varphi$$

où l'on retrouve η la composante est-ouest de la déviation de la verticale et φ la longitude géodésique/astronomique.

Il y a les mêmes exigences de précision pour l'expérience OPERA du CERN (phénomène d'oscillation des neutrinos) dans laquelle il faut positionner des équipements de façon à viser très précisément une cible sous le Gran Sasso en Italie.



Où est passé le méridien zéro ?

Les visiteurs et touristes de l'Observatoire Royal de Greenwich sont généralement surpris de constater que la longitude du cercle méridien d'Airy donnée par un GPS n'est pas zéro mais $0^{\circ} 0' 5,31''$ ouest (une centaine de mètres à cette latitude) alors qu'ils s'attendent à lire $0^{\circ} 0' 0''$ puisqu'ils sont positionnés sur le méridien origine !

Un article récent du Journal of Geodesy en juillet 2015 a expliqué cette différence par la déviation de la verticale (un article de la revue XYZ de l'association française de topographie de R. Vincent en 2009 avait déjà proposé cette explication).

L'ellipsoïde WGS84 qui sert de référence aux mesures GPS attribue une longitude (et une latitude) géographique/géodésique différente de la longitude astronomique, la différence provenant de la dévia-

tion de la verticale. Cette différence s'exprime selon la formule :

$$\text{longitude astronomique} - \text{longitude géographique} = \Lambda - \lambda = \eta / \cos \varphi.$$



À Greenwich où $\Lambda - \lambda = 5,31''$ cela donne une déviation de la verticale de $3,3''$ ce qui correspond aux observations et aux modèles de pesanteur. Heureusement pour nos amis anglais, la tectonique des plaques qui déplace la plaque eurasiatique vers l'ouest devrait remettre les choses en ordre dans quelques dizaines d'années !

En guise de conclusion

Tout en sachant que les différences entre les deux latitudes sont minimales, il serait bon, dans un but pédagogique de communiquer plus régulièrement sur les deux définitions.

Ainsi, dans la détermination de latitude d'un lieu à partir d'une observation astronomique telle qu'elle peut être faite par des élèves avec un sextant ou un gnomon, on compare souvent le résultat final obtenu à la latitude donnée par la carte. Pourquoi ne pas expliquer, quand le niveau des élèves le permet, que ceci n'est pas tout à fait correct et qu'on néglige alors deux corrections :

- la correction de mouvement polaire, vraiment négligeable (inférieure à $0,5''$) ;
- la correction de déviation de la verticale, petite en général comme on l'a vu (inférieure à $1'$).

Et nous n'avons pas parlé d'une troisième correction, infinitésimale, due à une dérive séculaire de l'équateur.



Avez-vous tout compris ?

Vous pouvez maintenant reprendre les six exemples du début de l'article et chercher les erreurs et imprécisions. Voici les solutions :

Exemple 1

1^{ère} définition : correcte. Il faudrait cependant définir le plan équatorial.

2^e définition : on ne sait pas ce qui est représenté. Si ce sont la verticale et l'horizon, c'est bien une latitude astronomique. S'il s'agit de la perpendiculaire à l'ellipsoïde et un plan tangent comme peut le faire croire la figure, c'est alors la latitude géographique.

Exemple 2

1^{ère} définition : il s'agit de la latitude astronomique et non géocentrique. Une verticale ne passe pas par le centre de la Terre, ceci pour deux raisons, d'une part parce que la Terre n'est pas sphérique et d'autre part à cause de l'accélération centrifuge.

2^e définition : toute normale au géoïde étant une verticale, la définition est correcte.

Exemple 3

Quand on passe d'une définition à l'autre, la normale à l'ellipsoïde devient la verticale. La première définition correspond à la latitude géographique, la seconde est la latitude astronomique.

Exemple 4

1^{ère} définition : il s'agit de la latitude géocentrique.

2^e définition : c'est la latitude géographique.

Exemples 5 et 6

On assimile ici latitudes astronomique et géographique.

Pour la première définition, la hauteur du pôle est la latitude astronomique si on considère que l'horizon est perpendiculaire à la verticale.

La deuxième correspond à la latitude géographique.