

L'anneau astronomique

Philippe Merlin, observatoire de Lyon, philippe.merlin@univ-lyon1.fr

L'instrumentation astronomique de marine des XVII^e et XVIII^e siècle est riche d'appareils simples et faciles à utiliser. Il est proposé de construire un petit instrument pour mesurer la hauteur du Soleil. Dans cet article on abordera son principe, son utilisation, sa géométrie, son tracé et sa construction. Cet instrument est facilement réalisable avec crayon, règle, compas et un peu d'habileté manuelle. En parallèle, c'est l'occasion de traiter quelques exercices de géométrie.

Pour les voyageurs des XVII^e et XVIII^e siècles, l'astronomie était devenue une science très utile pour se situer sur le globe terrestre, globe que de nombreux voyageurs commençaient à arpenter de long en large. La mesure élémentaire était celle de la hauteur du Soleil qui donnait sans trop de calculs et connaissances, la latitude du lieu.

L'anneau astronomique, qui ne servait qu'à cette mesure, est un appareil très simple : un anneau de bronze que l'on tient suspendu verticalement, percé d'un trou pour laisser passer la lumière du Soleil, une graduation. Au XVIII^e siècle, il était encore décrit parmi les instruments de mesure des hauteurs du Soleil et utilisé par les marins et les géomètres. À la fin de ce siècle, il était considéré comme obsolète.

Pour mieux comprendre l'instrument nous allons voir ce qu'écrivaient les fabricants et utilisateurs de l'époque. L'anneau astronomique est décrit avec minutie dans le *Traité de la construction et des principaux usages des instrumens de mathématique* de Nicolas Bion⁸. La meilleure numérisation de cet ouvrage extrêmement intéressant (506 pages pour l'édition de 1752), se trouve au *Service Commun de la Documentation de l'Université de Strasbourg*⁹.

Pour les marins, on trouve sa description dans le *Traité complet de la navigation* de Pierre Bouguer¹⁰ (1706, p. 98) et dans *De la méthode d'observer exactement sur mer la hauteur des astres*. Ce mémoire a remporté le prix proposé par l'Académie Royale des Sciences pour l'année 1729.

Ce texte est intéressant, car Bouguer analyse les instruments avec ses connaissances de marin. Il se fait expérimentateur et de façon très moderne, modélise mathématiquement la réfraction atmo-

sphérique dont il faut faire la correction. Déjà, en 1729, il utilise le calcul intégral et différentiel avec les notation actuelles, d pour les dérivées et le signe \int pour l'intégrale.



Fig.1. Nicolas Bion (1652-1733).



Fig.2. Pierre Bouguer (1698-1758).

P. Bouguer par Jean-Baptiste Perronneau

Le principe et l'utilisation de l'anneau sont aussi décrits dans le livre de Jean Baptiste Denonville (1732-1783), *Traité de Navigation* (1760), livre manuscrit de La Bibliothèque Municipale de Rouen et édité par l'ASSP Rouen¹¹.

Le terme d'anneau astronomique est souvent employé pour désigner un instrument plus complexe, l'anneau équatorial qui est un cadran solaire portatif avec un cercle équatorial.

Description et utilisation

Le texte de Bion explicite une construction géométrique adaptée à la gravure sur un anneau en cuivre (laiton). Le constructeur s'en servait pour tracer les graduations (nous utiliserons une autre méthode géométrique adaptée à notre support, carton type bristol). La construction de l'anneau ne permettait pas de faire un cercle parfait. Pour que les graduations ne soient pas affectées par sa non circularité, les traits étaient gravés à l'aide d'une

⁸ Éditions de 1709 p. 250, de 1716 p. 280, de 1723 p. 280, de 1752 p. 272 et aussi édition anglaise.

⁹ <http://docnum.u-strasbg.fr/cdm/compoundobject/collection/coll7/id/29892/rec/3>

¹⁰ L'astronome créateur de la droite de Bouguer pour les corrections d'absorption atmosphérique.

¹¹ Ed. Point De Vues. <http://assprouen.free.fr/denonville/>.

grande feuille où était posé l'anneau et sur laquelle on avait tracé un quart de cercle auxiliaire (arc DE sur la figure 3) divisé en 90 parties, les directions de chaque degré étant reportées sur l'anneau.

Voici le texte de N. Bion (figure 3) :

C'est un cercle de cuivre, qui se fait de 8 à 10 pouces de diamètre. Il est nécessaire qu'il soit de bonne épaisseur, afin qu'étant plus pesant il conserve mieux la situation perpendiculaire ; la division se marque sur la surface concave. Il y a un petit trou en C, qui traverse l'Anneau parallèlement à son plan. Ce trou est éloigné de 45 degrés du point de suspension B, & il est le centre d'un Quart-de-cercle DE, divisé en 90 degrés. Un de ses rayons CE est parallèle au diamètre vertical BH, point de suspension ; & l'autre rayon horizontal est perpendiculaire au même diamètre.

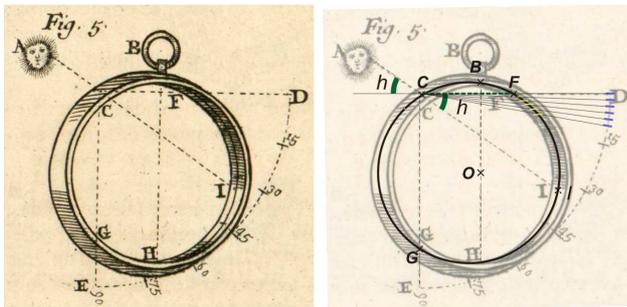


Fig.3. Anneau astronomique (N. Bion) et construction.

Cette construction géométrique servait à repérer et à tracer les graduations sur la surface interne de l'anneau. Suivent quelques remarques sur l'habileté du constructeur pour réaliser un bon instrument, puis son utilisation :

Pour se servir de cet anneau, il faut le suspendre par la boucle B, & le tourner vers le Soleil A, en sorte que son rayon passe par le trou C. Il marquera au fond de l'Anneau de F en I, les degrés de la hauteur du Soleil entre le rayon horizontal CF, & le rayon de l'Astre CI : la partie IHG, marquera sa distance au Zénith, entre le rayon CI & le rayon vertical CG.

On voit ici que l'instrument peut donner directement la hauteur et son complément, la distance zénithale.

Denoville, lieutenant de marine, prisonnier en Angleterre a occupé une partie de son temps à écrire et dessiner un livre du savoir appris à l'école de navigation. Il a manifestement reproduit le dessin du livre de N. Bion en le symétrisant (figure 4), car il utilise les mêmes lettres et son texte est pratiquement celui de Bion :

Observer la hauteur du Soleil avec l'anneau astronomique.

Il faut d'abord suspendre l'anneau par la boucle B & se tourner vers le Soleil A de sorte que son rayon passe par le trou e. Il marquera au fond de l'anneau de F en I les degrés de la hauteur du Soleil entre le rayon horizontal CF & le rayon le rayon vertical CG. Les observations faites par l'anneau astronomique sont plus exactes qu'avec l'astrolabe parce que proportion de leur grandeur les degrés de l'anneau sont plus grands que ceux de l'astrolabe.

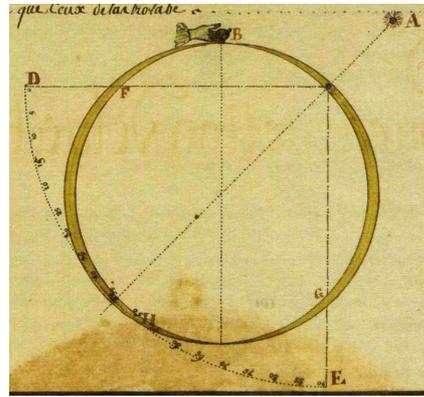


Fig.4. L'anneau astronomique (Denoville).

Tracé et construction

Avant de se lancer dans la réalisation de l'anneau, il faut se pencher sur plusieurs détails de tracé et de construction.

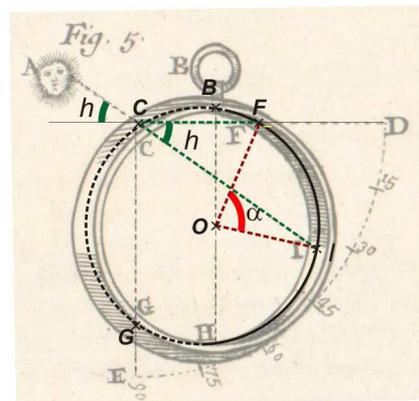


Fig.5. L'anneau astronomique, géométrie.

Dans la géométrie de l'anneau (figure 5), on constate que l'angle \widehat{FCI} est égal à la hauteur du Soleil. Sur le cercle de l'anneau, c'est un angle inscrit qui intercepte l'arc \widehat{FI} . Si O est le centre de l'anneau, l'angle au centre \widehat{FOI} vaut le double de l'angle inscrit (théorème bien connu¹²).

Le point F est à l'origine des graduations des hauteurs car il correspond à l'horizon et le point G au zénith. Le triangle FCG est rectangle donc FG est un diamètre et l'arc \widehat{FIG} vaut 180° . Donc chaque degré de la

¹² Ce théorème a disparu du nouveau programme de maths de 3^e mais il est facilement démontrable.

graduation des hauteurs de l'arc \widehat{FIG} correspond à deux degrés sur le cercle de l'anneau. Il suffit de graduer le cercle de l'anneau tous les deux degrés pour avoir une graduation en degrés de la hauteur. S'il y a la place, une graduation de tous les degrés de l'anneau donnera une graduation plus fine à 0,5 degré pour les hauteurs (ou les distances zénithales). Comme la hauteur s'étend de 0 à 90°, la graduation sur l'anneau occupera 180°, soit une moitié de la circonférence interne de l'anneau. On trouvera en fin de document la géométrie de l'anneau avec GeoGebra.

Si l'on se donne un rayon R pour l'anneau, on va pouvoir calculer sa circonférence ($2\pi R$) et connaître la longueur de la bande nécessaire où l'on tracera les traits des graduations. R étant fixé, la demi circonférence connue, la longueur entre deux graduations d'un degré sera la 90° partie de cette longueur. Le nombre π étant ce qu'il est, la valeur de cette graduation ne sera pas une valeur simple (entière ou demi entière). Pour simplifier le tracé, on prend le problème à l'envers, on se donne une largeur de graduation, 180 fois cette valeur donne la circonférence de l'anneau soit la longueur de la bande de l'anneau développé (avec un rajout de collage pour en faire un cercle).

Le point C a été choisi à 45° de B (cette position est arbitraire, tout point dans ce quadrant est valable, mais il est plus judicieux pour le passage du rayon du Soleil). On peut tracer sur la bande les différents repères : B le point de suspension, de F à G les graduations, C le trou.

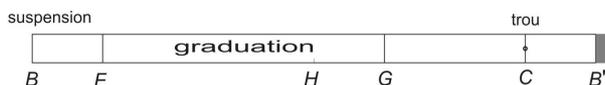


Fig. 6. La bande de l'anneau et ses différentes parties.

L'anneau développé en une bande BB' est composé de : BF , 1/8 de la longueur ;

FG , 1/2 de la longueur, avec les graduations ;

GC , 1/4 de la longueur ;

CB' , 1/8 de la longueur.

Les traits de la graduation tracés avec l'espacement choisi, il restera à écrire les nombres repères 0, 10, 20... ou 0, 5, 10, 15... suivant la grandeur de l'instrument. On peut aussi, pour la lisibilité, faire des traits plus ou moins grands pour les degrés, pour les 5 degrés, les dix degrés comme sur un double décimètre.

Il reste à découper la bande, l'arrondir pour lui donner une forme annulaire et coller les deux extrémités.

Remarques sur la construction

Le cuivre ou le laiton sont des matériaux plus nobles que le carton bristol. Tenir l'anneau en laiton par sa suspension ne le déforme pas ; mais si on tient un anneau de carton bristol de la même façon, il va s'ovaliser, ce qui n'est pas bon pour une mesure précise.

Pour rigidifier l'anneau, il suffit de le cercler par une couronne circulaire (voir figure 7) de diamètre interne égal à celui de l'anneau et qui sera placée au milieu de la bande. En conséquence, le petit trou devra être un peu décalé. On peut aussi faire deux trous à la même position, un de chaque côté de la couronne qui donneront deux taches lumineuses sur la même graduation. Il peut être intéressant de diviser la graduation en deux parties identiques mais d'un côté, graduée en hauteur et de l'autre graduée en distances zénithales (voir figure 7).



Fig.7. L'anneau, ses graduations et sa couronne circulaire de mise en forme.

La couronne circulaire peut être découpée dans un carton plus fort que du carton bristol. En fixant la couronne, il faut que la suspension de l'anneau soit en face du repère (B) sur l'anneau astronomique.

On peut, dans la couronne, faire un petit trou à l'opposé de la suspension pour y attacher un léger poids lestant l'instrument, facilitant ainsi sa tenue verticale.

Pour optimiser la construction de l'anneau en utilisant au mieux les feuilles bristol A4, il faut calculer quelle dimension simple de la graduation donne la plus grande longueur de bande traçable sur une ou deux feuilles. Pour avoir dans une feuille un anneau le plus grand possible, on peut optimiser la longueur de la bande en prenant sa diagonale. Mais il faudra tenir compte de la largeur de la bande et ne pas oublier la petite longueur à superposer pour le collage.

On peut aussi, pour agrandir l'anneau le faire en deux parties que l'on ajoutera bout à bout.
 Pour ceux qui ne veulent pas faire de calculs, voici quelques exemples de dimensions à partir de trois espacements du degré de la graduation (dimensions en mm).

Largeur du degré	Longueur de la bande	Rayon de l'anneau
1	180	28,6
1,5	270	43
2	360	57,3

Tableau I. Dimensions : rayon, graduations.

Utilisation de GeoGebra

Comment éviter le travail un peu long du tracé des traits de la graduation, surtout si l'on veut essayer plusieurs dimensions ?

Il faut se servir d'un programme de tracé dans lequel la dimension de l'espacement entre deux graduations sera paramétrable. On s'affranchit alors d'une largeur de graduation fixée. Il suffira de se donner la largeur de la bande, la largeur de la couronne circulaire, les longueurs des traits de graduation, tout le reste du tracé en découle.

Le logiciel pédagogique GeoGebra, gratuit et bien connu des professeurs de mathématiques est assez bien adapté pour ce travail. Avec un peu de programmation, il permet avec souplesse de tracer avec des dimensions évolutives, la bande de l'anneau, les traits et nombres des graduations avec quelques curseurs et séquences.

Le graphique obtenu peut être transformé en dessin vectoriel ou image et imprimé à l'échelle désirée. En changeant le grandissement, il peut aussi s'adapter à toute dimension de feuille.

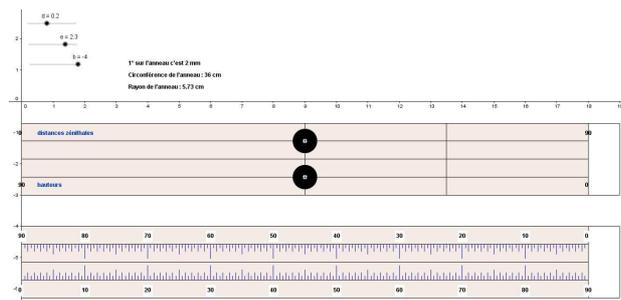


Fig.8. Tracé de la bande en deux parties sous GeoGebra.

Un fichier exemple de tracé GeoGebra se trouve sur le site du CRAL-Observatoire de Lyon¹³.

La couronne circulaire peut aussi être construite avec GeoGebra, mais sa construction à la règle et au compas est élémentaire connaissant le diamètre de l'anneau.

¹³ Fichier anneau-trace.ggb à l'adresse <http://cral.univ-lyon1.fr/labo/fc/navigation/astronavig.htm>

Un autre exercice de construction sous Geogebra, est de tracer la géométrie de l'anneau (figure 5) permettant de voir la relation entre le quart de cercle *DE* de construction de la graduation par N. Bion et les graduations de l'arc *FIG* de l'anneau à partir de l'angle au centre¹⁴.

Précision de lecture

La précision de lecture est assujettie à la grandeur du trou qui doit être fait avec une aiguille fine ou pointe de compas et être juste assez grand pour donner une tache lumineuse visible. La deuxième limite est la grandeur angulaire du Soleil (0,5°) qui donne une tache non négligeable. Cette tache (largeur *dI*) est variable avec la grandeur de l'anneau (rayon *R*) et avec la hauteur du Soleil (*h*).

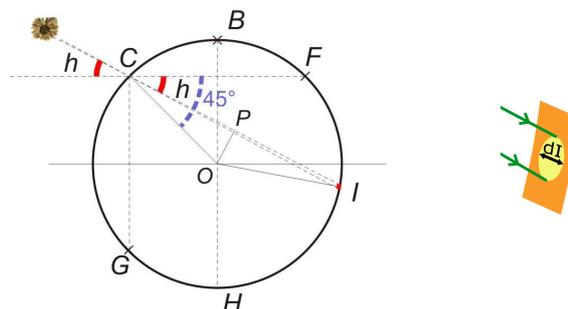


Fig.9. La largeur *dI* de la tache du Soleil est donnée par la relation : $\tan(0,5^\circ) = dI / (2 CP) = dI / (2 R \cos(45^\circ - h))$

R (mm)	Largeur de la tache (mm)	
	pour $h = 0^\circ$	pour $h = 45^\circ$
40	0,49	0,70
50	0,62	0,87
60	0,74	1,05

Tableau II. Dimension de la tache du Soleil.

Conclusion

Ce petit instrument à construire soi-même peut être une source de plaisir : réfléchir pour comprendre son principe, remonter les siècles en s'intéressant à l'histoire pour son utilisation, se faire aussi plaisir par une construction manuelle concrète par une réalisation et, si l'on aime toucher à la programmation, faciliter son tracé, sa construction et son esthétique.

Bibliographie

Le texte de P. Bouguer *De la méthode d'observer exactement sur mer la hauteur des astres* se trouve dans le *Recueil des pièces qui ont remporté les prix de l'Académie royale des sciences, depuis leur fondation jusqu'à présent* Tome second 1732

<http://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k6415366/> et autres.

La Revue d'histoire des sciences a publié une étude sur P. Bouguer 2010/1 (Tome 63) accessible sur Internet

(<http://www.cairn.info/revue-d-histoire-des-sciences-2010-1.htm>) et ses méthodes mathématiques. Voir à cette page l'article spécial sur mémoire de P. Bouguer par Arnaud Mayrargue.

¹⁴ Fichier *anneau-geometrie.ggb* à la même page Internet.