

# ARTICLE DE FOND

## Promenons-nous dans l'espace-temps...

Pacôme Delva et Marie-Christine Angonin

du SYRTE, Observatoire de Paris, PSL Research University, CNRS, Sorbonne Universités, UPMC Univ. Paris 06, LNE

*Une promenade rapide et dense. Celle-ci décrit les rapports étroits qui unissent temps et espace, explique comment en relativité « la mesure d'une distance devient fondamentalement équivalente à une mesure de temps ». Elle rend compte de la complexité de la synchronisation des horloges dont les indications varient non seulement avec la vitesse mais également avec la position dans le champ de gravitation.*

En 1905, après une réflexion approfondie sur les problématiques liées à la synchronisation d'horloges éloignées, Albert Einstein publie les bases de la relativité restreinte, première étape pour la théorie de la relativité dont la « généralisation » sera publiée en 1916 (Albert Einstein, « Zur Elektrodynamik bewegter Körper », dans *Annalen der Physik*, vol. 17, 30 juin 1905, p. 891-921). Dans ce texte fondateur, Einstein décrit sa nouvelle approche de la notion de temps : « On pourrait penser que toutes les difficultés liées à la définition du « temps » peuvent être surmontées en remplaçant « temps » par « position de la petite aiguille de ma montre ». » Cet exemple illustre une notion fondamentale, le temps propre, tout en soulignant que le temps n'est plus une quantité absolue indépendante du référentiel choisi, mais le résultat d'une expérience liée au référentiel de l'expérimentateur.

Pour un événement donné (une collision d'objets, un flash, une mesure particulière, etc.), l'expérimentateur associe une date (temps) et une position (espace) dans son référentiel comobile (où il est au repos). La théorie de la relativité nous apprend que ces notions sont si intimement liées qu'elles peuvent se mêler de manière différente suivant le référentiel choisi pour les exprimer. Un expérimentateur associe ainsi des temps et des positions qui peuvent être différents de ceux obtenus par un autre expérimentateur ayant une vitesse relative au premier. Ce n'est pas nouveau : dans notre espace quotidien à trois dimensions, nous avons le même problème avec les notions de hauteur, largeur et profondeur qui matérialisent trois directions usuelles de l'espace. Suivant que l'on mette le meuble debout ou couché, on peut interpréter une arête particulière du meuble comme sa hauteur ou sa profondeur. Dans les faits, ces trois notions recouvrant la même réalité d'espace, il peut y avoir confusion. La relativité explique que cette ambiguïté s'étend de fait à l'ensemble des quatre « directions »

de l'espace-temps : suivant la manière dont il observe un événement, l'expérimentateur pourra interpréter les coordonnées comme une combinaison différente du temps et de l'espace<sup>1</sup>.

Comment peut-on alors faire de la physique dans un monde aussi « subjectif » ? La citation d'Einstein nous sert de guide : *seule la mise en place d'une expérience précise peut permettre de donner une réponse*. Prenons une particule (ponctuelle) qui se déplace. Elle suit une trajectoire dans l'espace-temps : ce constat a une réalité physique quelle que soit la manière dont on l'observe. Les relativistes appellent cette trajectoire « ligne d'univers ». On peut même aller plus loin dans la description : si on colle une horloge à la particule, cette horloge va mesurer le temps que met la particule à parcourir la ligne d'univers, que l'on appelle son temps propre. Elle définit ainsi une chronologie découlant directement du principe de causalité appliqué à la particule. Comme l'espace et le temps ne sont qu'affaire d'interprétation, ce temps propre est une mesure directe de la « longueur » de la ligne d'univers de la particule dans l'espace-temps. Là encore, cette mesure a une réalité intrinsèque. En raisonnant globalement dans l'espace-temps, il est donc possible de trouver des éléments physiques indépendants de l'état de l'expérimentateur qui va les observer. L'observateur ne fait alors que projeter la ligne d'univers et le temps propre associé dans les coordonnées que définit son référentiel, c'est-à-dire qu'il interprète leurs caractéristiques en termes d'espace et de temps suivant son protocole d'observation (et en particulier sa vitesse).

---

<sup>1</sup>Dans un espace-temps ayant une faible courbure (comme l'environnement proche de la Terre pour des observateurs à faible vitesse), le temps et l'espace ne peuvent cependant pas intégralement s'interchanger. La situation est beaucoup plus complexe en présence de gravitation forte comme dans l'environnement proche d'un trou noir où temps et espace peuvent inverser leurs rôles (voir, par exemple, le livre de J. P. Luminet).

Parmi les nombreuses conséquences d'une telle approche, il apparaît qu'il n'existe plus de chronologie sur laquelle tous les expérimentateurs ou observateurs peuvent s'accorder. Les phénomènes décrits dans tous les ouvrages usuels en relativité (pour des changements de référentiel : dilatation des temps, contraction des longueurs, ...) en découlent directement. Suivant la vitesse de l'expérimentateur, il est effectivement possible de constater des phénomènes qui choquent le bon sens commun de la physique newtonienne : chronologie inversée pour des événements n'ayant pas de lien causal, changement apparent de forme des objets, modification de la mesure des angles, effet Doppler transverse, etc.

Si le temps et l'espace peuvent se mêler dans les équations relativistes, il faut une constante permettant de « transformer » le temps en espace. Cette constante doit avoir les dimensions d'une vitesse. Elle est généralement appelée «  $c$  ». Il s'agit véritablement d'une constante caractéristique de l'espace-temps, qui correspond à sa structure profonde. Il se trouve que le principe de relativité appliqué en électromagnétisme a pour conséquence d'imposer que «  $c$  » soit la célérité d'une onde électromagnétique dans le vide du fait que le photon a une masse nulle et que «  $c$  » soit ainsi couramment appelée vitesse de la lumière. Mais il s'agit d'une conséquence de l'équivalence entre temps et espace, et non pas un rôle privilégié de la lumière dans la relativité. Ainsi, historiquement, Einstein a donné la constance de la vitesse de la lumière comme postulat de la relativité restreinte dans son article de 1905, postulat qui est souvent formulé sous cette forme dans les ouvrages. Mais, dès 1910, les chercheurs en relativité ont démontré que cette formulation du postulat peut être remplacée pour une approche purement géométrique en postulant une structure de l'espace-temps (telle que homogène, isotrope, avec des changements de référentiel linéaire, etc.) dans laquelle le principe de causalité s'applique. Il en découle alors une vitesse limite pour les particules de masse nulle dont les photons : la vitesse «  $c$  ».

Cette constante «  $c$  » est donc la clé qui permet de faire correspondre temps et espace pour le relativiste. Par exemple, pour les théoriciens relativistes, temps et espace sont si intimement liés qu'ils utilisent dans les équations un « pseudo-temps »,  $T = ct$ , qui a les dimensions de l'espace ou plus exactement ils choisissent de poser dans leurs équations :  $c = 1$ , ce qui n'est pas sans surprendre quand on n'est pas prévenu ! Toutefois, la relativité est une théorie qui

ne viole pas le principe de causalité. Pour chaque observateur, il existe une chronologie propre, un axe du temps orienté du passé vers le futur dont l'observateur peut faire la mesure indépendamment de l'espace. Dans le cadre de la relativité restreinte, cette définition du temps et de l'espace liée au référentiel de l'observateur est applicable sur l'ensemble d'un univers vide de masse et d'énergie. Nous verrons plus loin que la situation est plus compliquée quand la gravitation s'en mêle.

La définition métrologique du mètre à partir de celle de la seconde est issue précisément de cette conception de l'espace-temps : la vitesse de la lumière est fixée en 1983 par le Bureau International des Poids et Mesures à la valeur  $c = 299\,792\,458$  m/s et est ainsi définie de manière exacte. Cela signifie qu'à partir du moment où on ne remet pas en cause les fondements de la relativité, une expérience de mesure de la vitesse de la lumière dans le vide ne peut donner que la valeur décrétée pour «  $c$  » : si un écart est mesuré, il s'agit d'une erreur de mesure. Autrement dit, la mesure d'une distance devient alors fondamentalement équivalente à une mesure de temps. Il suffit donc de choisir la technique permettant la plus grande précision de mesure pour définir de façon métrologique temps et espace de la même façon. Actuellement, la fréquence est la quantité physique mesurée avec la plus grande précision grâce aux propriétés quantiques des atomes, par exemple avec les horloges atomiques. La fréquence étant l'inverse d'un temps, les métrologues ont donc choisi de définir la seconde à partir d'une transition atomique et d'en déduire la valeur du mètre.

En 1916, Albert Einstein généralise la relativité et publie un article expliquant que la gravitation s'explique par une déformation de l'espace-temps. Elle n'est plus une force : la présence d'un objet massif courbe l'espace-temps et perturbe les mesures d'un observateur de façon plus ou moins forte suivant la compacité<sup>2</sup> de l'objet. Dans le cas de la Terre ou du Système Solaire, les effets sont ténus, mais peuvent être perceptibles. Pour une horloge se déplaçant à faible vitesse autour d'une planète ou d'une étoile, le temps ne s'écoule pas de la même façon suivant sa distance à la masse : ce phénomène constitue le décalage d'Einstein ou redshift gravitationnel. Avec des horloges atomiques optiques, il est possible de détecter l'effet d'un déplacement de quelques centimètres dans le

---

<sup>2</sup> La compacité d'un corps est proportionnelle à sa masse et inversement proportionnelle à son rayon.

potentiel gravitationnel de la Terre. Sans aller jusqu'à ces mesures de haute précision, l'effet est couramment mesuré par les horloges des systèmes de positionnement (GPS ou Galileo) et doit être pris en compte si l'on ne veut pas se tromper en dérivant de plus de 10 km pour un voyage d'une journée !

Pour généraliser la relativité restreinte il faut donc considérer que l'espace-temps est courbe. Nous allons voir maintenant ce que ce terme recouvre, et comment on peut opérer la transition entre relativité restreinte et générale.

En relativité restreinte il est possible de définir un temps qui s'écoule de la même façon pour tous les observateurs dans un référentiel donné : leur temps propre. Cependant, on a vu que le temps qui s'écoule entre deux événements (par exemple le temps aller-retour d'un signal lumineux) dépend de l'observateur, et ne sera pas le même pour deux observateurs ayant une vitesse relative. Cela implique d'avoir un outil de calcul adapté permettant de relier ces différentes mesures. Cet outil se nomme la métrique de l'espace-temps. La métrique permet de calculer le temps qui s'écoule le long de la ligne d'univers d'un observateur, ou encore de calculer la « distance » entre deux événements quelconques de l'espace-temps.

Dans le cas d'un espace euclidien à trois dimensions, la métrique est ce qui permet de calculer les distances usuelles entre deux points quelconques de l'espace. Dans ce cas les distances entre deux points seront toujours positives. On peut y associer un espace vectoriel dans lequel tous les vecteurs ont une norme positive. L'espace-temps de la relativité restreinte, à cause des propriétés énoncées plus haut, ne peut pas être juste une généralisation de l'espace euclidien en quatre dimensions. Il faut changer la nature même de la métrique afin d'introduire une nouvelle phénoménologie. La métrique de la relativité restreinte est nommée minkowskienne, ou pseudo-euclidienne. La « distance » entre deux événements de l'espace-temps n'est plus forcément positive comme dans l'espace euclidien : elle peut être nulle ou encore négative, de même que les « normes » des vecteurs !

Si le temps s'écoule différemment entre deux référentiels qui ont des vitesses relatives, comment définir la simultanéité d'événements observés par différents observateurs liés à ces deux référentiels ? Il faut pouvoir relier les mesures de temps dans un référentiel et dans l'autre. Les deux temps différents

des deux référentiels sont appelés temps « coordonnée », car ils font chacun partie d'un système de coordonnées à quatre dimensions utilisé pour quadriller l'espace-temps et ainsi repérer les événements. Dans un référentiel donné, le temps coordonnée est aussi le temps que mesure un observateur immobile dans ce référentiel. Ainsi un référentiel en relativité restreinte peut être matérialisé par une classe d'observateurs fixes les uns par rapport aux autres, allant à la même vitesse (même norme, direction et sens) et munis des mêmes horloges. C'est un référentiel global. La métrique permet de faire le lien entre les temps mesurés par deux classes d'observateurs ayant des vitesses différentes. De façon pratique, il existe différents moyens de comparer le temps mesuré par ces deux classes d'observateurs afin de mesurer la désynchronisation de leurs horloges.

Par exemple :

- À l'aide de signaux lumineux : une horloge envoie à une deuxième horloge un signal lumineux qui est instantanément réfléchi vers la première horloge. La mesure du temps aller-retour du signal par la première horloge, ainsi que la mesure du temps de réflexion par la deuxième horloge permettent une définition opérationnelle de la simultanéité. C'est la convention de simultanéité d'Einstein-Poincaré.

- À l'aide d'une horloge mobile : on synchronise une horloge A avec une horloge mobile, qui se déplace ensuite très lentement vers une seconde horloge B. La mesure de la différence de temps entre l'horloge B et l'horloge mobile permet une nouvelle définition opérationnelle de la simultanéité. C'est la convention de simultanéité par transport lent d'horloges.

En relativité restreinte ces deux conventions opérationnelles de simultanéité sont équivalentes, et il est possible de les utiliser afin de synchroniser toutes les horloges d'observateurs fixes dans un référentiel inertiel donné. C'est une des caractéristiques d'un espace-temps « plat ». Nous allons voir que ces propriétés ne sont plus vraies dans un espace-temps « courbe », c'est-à-dire en présence de matière et d'énergie.

Mais d'abord intéressons-nous à une classe d'observateurs situés dans un référentiel tournant, par exemple le référentiel terrestre qui est fixe par rapport à la Terre, avec son origine au centre de masse de la Terre. Dans un tel référentiel, même si les observateurs sont fixes les uns par rapport aux autres, ils n'ont pas la même vitesse – un observateur situé au pôle nord aura une vitesse nulle alors qu'un observateur situé sur l'équateur terrestre

aura une vitesse maximale. Ainsi, de la même manière qu'une balle en chute libre ne peut pas avoir une trajectoire rectiligne uniforme dans un tel référentiel non-inertiel, la trajectoire d'un « rayon » lumineux ne peut pas être une droite : c'est l'effet Sagnac. Cet effet est un effet de référentiel, ou encore de coordonnées. Dans le cas d'un système de positionnement par satellites comme Galileo, la non-prise en compte de cet effet peut résulter en une erreur de positionnement de l'ordre d'une trentaine de mètres. Cependant, il suffit d'un changement de coordonnées adéquat pour revenir à un référentiel inertiel et ramener les trajectoires des rayons lumineux à des droites. C'est une des caractéristiques de l'espace-temps plat, ou de Minkowski.

Cela n'est plus vrai en relativité générale, en présence de matière et d'énergie. Dans cette théorie, les propriétés de l'espace-temps de la relativité restreinte ne peuvent être valides que de façon locale, c'est-à-dire au voisinage d'un événement sur une distance qui soit petite devant une nouvelle quantité représentative de l'espace-temps : sa courbure. Ainsi sur un domaine de l'espace-temps de la taille ou plus grand que sa courbure caractéristique, il n'est plus possible de trouver un changement de coordonnées qui permette de ramener les trajectoires des rayons lumineux à des droites : le canevas de l'espace-temps est alors déformé, comme une nappe à laquelle on ferait subir des ondulations.

Nous pouvons avoir quelques intuitions des propriétés de l'espace-temps courbe. De la même façon que nous avons changé la géométrie euclidienne de l'espace à trois dimensions en une géométrie « pseudo-euclidienne » à quatre dimensions, on va changer la géométrie courbe – ou riemannienne – de la sphère à deux dimensions en une géométrie « pseudo-riemannienne » à quatre dimensions. Ainsi certaines propriétés de l'espace-temps de la relativité générale peuvent être représentées par analogie avec la surface courbe de la sphère.

Par exemple, les « lignes droites » de la sphère – ou géodésiques – sont les grands cercles de la sphère : elles sont donc fermées. On retrouve ce phénomène pour les orbites des planètes autour d'une planète : bien que soumises à aucune force – la gravitation n'est plus une force – leur trajectoire n'est pas rectiligne uniforme, mais une géodésique (fermée) de l'espace-temps. On peut voir aussi que sur la sphère, il n'est pas possible de trouver un changement de coordonnées qui permettent de représenter sur un

plan tous les grands cercles comme des droites. On pourra par exemple grâce à une projection cylindrique tangente à l'équateur (projection de Mercator) transformer l'équateur et les méridiens en droites. Les autres grands cercles resteront toujours des courbes sur le plan. C'est une des caractéristiques des espaces courbes, et cela reste encore un casse-tête aujourd'hui lorsque l'on veut dessiner une carte géographique. On voit aussi que deux méridiens terrestre finissent par se croiser aux pôles. Ce sont pourtant deux droites « parallèles » de la sphère. Il est facile de faire découvrir quelques propriétés des espaces courbes à des étudiants munis d'un matériel minimum (voir le TP page 6), même si celles-ci vont leur paraître déroutantes.

Voyons maintenant une conséquence pratique plutôt embêtante de la courbure de l'espace-temps : il n'est pas possible de synchroniser toutes les horloges fixes d'un même référentiel avec les procédures expliquées plus haut. Supposons que nous utilisions la procédure de synchronisation d'Einstein : on synchronise une horloge A fixe par rapport à une horloge B, puis une horloge C fixe par rapport à l'horloge B, alors les horloges A et C ne seront généralement pas synchronisées entre elles ; cette procédure est non transitive. Il faut alors trouver une nouvelle convention de simultanéité qui évite ces difficultés.

Ce nouveau moyen s'appelle la simultanéité coordonnée, et s'opère au travers de la métrique de l'espace-temps. La métrique permet de relier le temps mesuré par n'importe quelle horloge à un temps coordonné, c'est-à-dire la coordonnée temporelle du référentiel spatio-temporel qui quadrille l'espace-temps afin de repérer ces événements. Ainsi, la connaissance d'un modèle géométrique de l'espace-temps, c'est-à-dire la donnée de sa métrique, nous permet de construire un temps virtuel, mathématique, à partir des mesures d'horloges. C'est un temps conventionnel qui nécessite de se mettre d'accord internationalement sur la forme de la métrique, c'est-à-dire sur le choix conventionnel du référentiel spatio-temporel. À partir de cette métrique, il est possible de transformer le temps propre de n'importe quelle horloge (quel que soit son mouvement) en temps coordonné du référentiel conventionnel. C'est cette convention qui est à la base de la synchronisation des horloges pour la plupart des applications, par exemple pour l'établissement du temps atomique international (TAI), ou pour la synchronisation des horloges des satellites GNSS (GPS, Galileo, etc.). Ici le mot

synchronisation doit être compris dans un sens plus large que d'habitude, c'est-à-dire comme la détermination de la différence entre le temps propre d'une horloge et le temps coordonné du référentiel conventionnel.

L'Union Astronomique Internationale (UAI) recommande de choisir le GCRS (Système de Référence Céleste Géocentrique), dont la coordonnée temps est le TCG (Temps Coordonné Géocentrique), qui peut s'interpréter comme le temps mesuré par une horloge située infiniment loin de la Terre. En pratique, nous utilisons une autre échelle de temps, TT (le Temps Terrestre), qui diffère de TCG par un ratio constant, et qui peut s'interpréter comme le temps donné par une horloge située sur le géoïde (surface coïncidant avec le niveau moyen des mers). Le Temps Terrestre est réalisé grâce à un ensemble d'horloges atomiques parmi les plus performantes et stables sur le long terme. Une horloge qui n'est pas située sur le géoïde doit alors subir une correction en fréquence proportionnelle à son altitude (en première approximation) afin de donner le Temps Terrestre. L'échelle de temps (fictive) reconstruite de la sorte s'appelle le Temps Atomique International (TAI), à partir duquel est défini le Temps Coordonné Universel (UTC) que le monde entier utilise. Voici donc une application de la relativité générale utilisée par tout le monde et pourtant méconnue : le temps auquel chacun synchronise sa montre ou son téléphone n'est qu'un temps virtuel, mathématique qui n'a de sens que dans un espace-temps courbe à quatre dimensions !

Ceci vaut pour la construction des échelles de temps, mais est aussi intimement lié à la construction des référentiels spatiaux. En effet, la construction de l'un est conditionnée à l'autre, vu qu'ils ne sont que les reflets d'un même objet géométrique : la métrique de l'espace-temps. Ainsi, de la mesure du temps va naître l'espace. En effet, les constructions des référentiels modernes sont entièrement basées sur des mesures de temps ou de fréquence. Par exemple, pour construire le référentiel terrestre ITRS (Système de Référence Terrestre International), on utilise quatre techniques :

- les systèmes de positionnement par satellites, qui reposent sur des mesures de temps de vol de signaux entre différentes horloges ;
- le VLBI (Intérférométrie à Très Longue Base) : qui mesure les différences de temps d'arrivée entre différentes horloges de signaux venant de quasar lointains ;
- le SLR, qui mesure des temps aller-retour de

signaux laser réfléchis sur des satellites ;  
- et enfin DORIS, un système de positionnement par mesure de la fréquence de signaux micro-onde. Toutes ces mesures doivent être interprétées dans le cadre de la relativité générale si l'on veut avoir la plus grande précision possible dans la construction du référentiel terrestre.

Évidemment, les effets relativistes sont difficiles à mesurer à faible vitesse et dans un champ gravitationnel comme celui de la Terre et nous n'avons pas l'habitude de les percevoir dans notre quotidien. Cependant, les progrès de la métrologie, les techniques de communication à l'échelle planétaire, le développement du spatial, etc. imposent la prise en compte des effets relativistes, aussi ténus soient-ils, même pour des vitesses faibles. Lorsque deux ordinateurs communiquent entre deux continents, les problèmes de synchronisation peuvent devenir cruciaux. De même, le temps est une donnée importante pour les transactions bancaires et les opérations boursières, parfois cela se joue à la milliseconde entre des personnes séparées de milliers de kilomètres. La relativité est donc présente partout au quotidien, le tout est de savoir déterminer quand il est nécessaire de la prendre en compte.

### **Pour aller plus loin**

Références « grand public » en français :

- « Carnets de voyage relativistes » H.P. Nollert et H. Ruder, 2005, Belin - Pour la science
- « Comprendre Einstein en animant soi-même l'espace-temps » S. Durand, 2014, Belin
- « La relativité animée », S. Durand, 2003, Belin
- « La relativité en images », B. Bassett et R. Endley, 2015, edp sciences
- « Les trous noirs », J.P. Luminet, 1992, Points Sciences

Un livre anglais permettant d'aller un peu plus loin sans trop de formalisme :

"General relativity without calculus : a concise introduction to the geometry of relativity", José Natario, 2011, Springer

Ouvrages de référence en français conseillés par les auteurs (niveau master et au-delà) :

- « Relativité restreinte : des particules à l'astrophysique » E.ourgoulhon, 2010, EDP Science/CNRS éditions
- « Relativité et gravitation » Ph. Tourenç, 1997, Armand Colin

Un site donnant des vidéos de simulations relativistes : <http://people.physics.anu.edu.au/~cms130/TEE/site/tee/home.html>