

AVEC NOS ÉLÈVES

Un planétaire construit avec GeoGebra

Sylvie Thiault, Lyon

Je vous propose de construire un planétaire avec GeoGebra et de l'utiliser pour comprendre par exemple la rétrogradation de Mars, l'élongation de Vénus, les conditions d'opposition, de conjonction ou d'alignement des planètes.

GeoGebra est un logiciel de géométrie dynamique couramment utilisé par les enseignants de mathématiques et par leurs élèves. Il s'agit ici de représenter la révolution de planètes autour du Soleil. On peut ainsi étudier leur position un jour donné ou voir l'évolution de ces positions au cours du temps.

Nous nous intéresserons ici aux seules planètes Vénus, Terre, Mars, Jupiter et Saturne.

Nous faisons ici l'hypothèse que toutes les planètes se déplacent dans le plan de l'écliptique suivant des orbites circulaires, centrées sur le Soleil.

Nous prendrons comme position de départ pour toutes les planètes, la position qu'elles occupaient le 1^{er} janvier 2015.

Données

	Vénus (V)	Terre (E)	Mars (Ma)	Jupiter (J)	Saturne (S)
Période sidérale en jours	225	365	687	4333	10759
Rayon de l'orbite (millions de km)	108	150	228	778	1429
Longitude* au 1/01/2015 (en °)	319	100	349	135	237

* Il s'agit ici de la longitude écliptique héliocentrique.

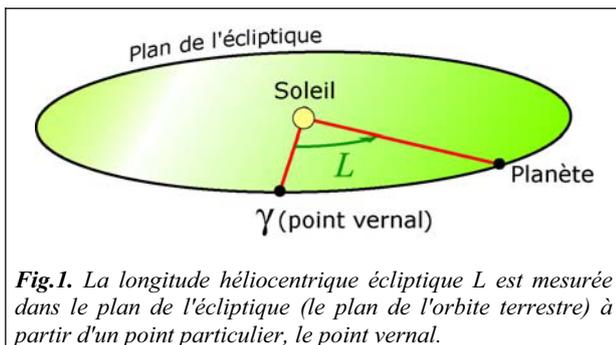


Fig.1. La longitude héliocentrique écliptique L est mesurée dans le plan de l'écliptique (le plan de l'orbite terrestre) à partir d'un point particulier, le point vernal.

Nom des données

j : nombre de jours écoulés depuis le 1/01/2015 ;

H : centre du Soleil ;

c_H : disque du Soleil ;

P : centre de la planète ;

o_P : orbite de la planète ;

$L0_P$: longitude écliptique initiale de la planète ;

L_P : longitude écliptique de la planète à la date j ;

T_P : période sidérale de la planète ;

r_P : distance moyenne de la planète au Soleil.

Construction

Vous trouverez sur le site du CLEA les instructions détaillées ainsi que le fichier GeoGebra terminé.

Nous indiquons ici uniquement les étapes du travail. On ouvre GeoGebra en faisant apparaître la fenêtre algèbre, la fenêtre graphique et éventuellement la fenêtre tableau (pour le calcul de la date).

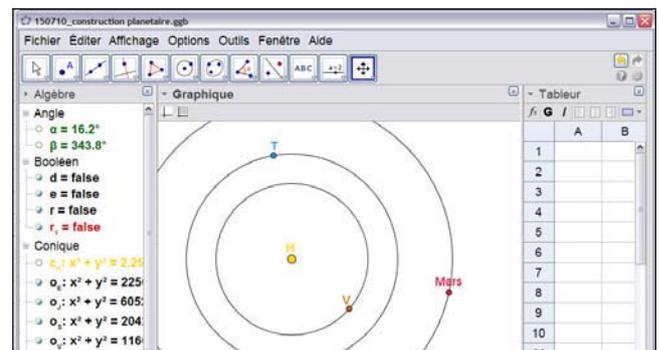


Fig.2. Aspect de la fenêtre de travail de GeoGebra.

1. La date

On crée un curseur j contrôlant le temps avec une plage de 0 à 5 000 jours et un incrément de 1/24.

Les planètes seront ainsi positionnées sur leur orbite j jours après le 1/01/2015.

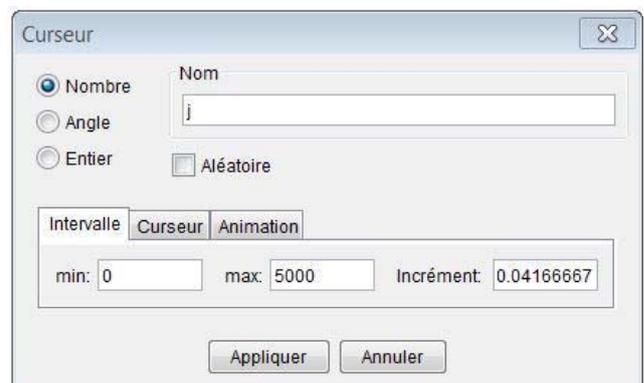


Fig.3. Création du curseur jour.

Comment calculer j à partir de la date en jour/mois/année ?

On peut compter les jours, mois par mois, depuis le 1^{er} janvier 2015. Une autre solution consiste à utiliser les jours juliens.

La date exprimée en jours juliens, d_{JJ} utilise un système de décompte des jours avec comme date origine le 1^{er} janvier de l'an -4712 à 12 heures T.U. Ainsi la date du 1^{er} janvier 2015 dans le calendrier julien est 2 457 023,5.

Il suffit donc de calculer $j = d_{JJ} - 2\,457\,023,5$.

Mais comment connaître d_{JJ} à partir de la date en jour/mois/année ?

Sur le site de l'IMCCE :

http://www.imcce.fr/fr/grandpublic/temps/jour_julien.php

Avec GeoGebra, sur le site de l'observatoire de Lyon :

<http://cral.univ-lyon1.fr/labo/fc/astrogebra/astrogebra2D.htm>

2. Les caractéristiques orbitales des planètes

On crée pour chaque planète P les grandeurs suivantes :

- sa période sidérale T_P ;
- sa distance moyenne au Soleil en km r_P ;
- sa longitude écliptique initiale $L0_P$.

3. Position du Soleil

On met en place le Soleil, représenté par le point H de coordonnées (0,0).

4. Construction de l'orbite de Vénus (V)

On crée le cercle o_V de centre H et de rayon r_V . C'est l'orbite de Vénus.

5. Positionnement de Vénus sur son orbite à la date j

On calcule L_V la longitude de Vénus à la date j . En faisant l'hypothèse que Vénus est animée d'un mouvement uniforme, on a :

$$L_V = L0_V + j \cdot 360 / T_V$$

On positionne Vénus sur le cercle o_V :

- soit avec ses coordonnées cartésiennes $(r_V \cdot \cos(L_V^\circ), V \cdot \sin(L_V^\circ))$;

- soit par ses coordonnées polaires (r_V, L_V°) .

Attention ne pas oublier «°» qui indique que la mesure de la longitude est en degrés !

6. Positionnement des autres planètes

On reprend les points 4 et 5 pour les autres planètes.

Astuce GeoGebra

On peut aussi dans la barre de saisie, avec ↑, rappeler les instructions déjà tapées pour Vénus et modifier avec les caractéristiques de la nouvelle planète.

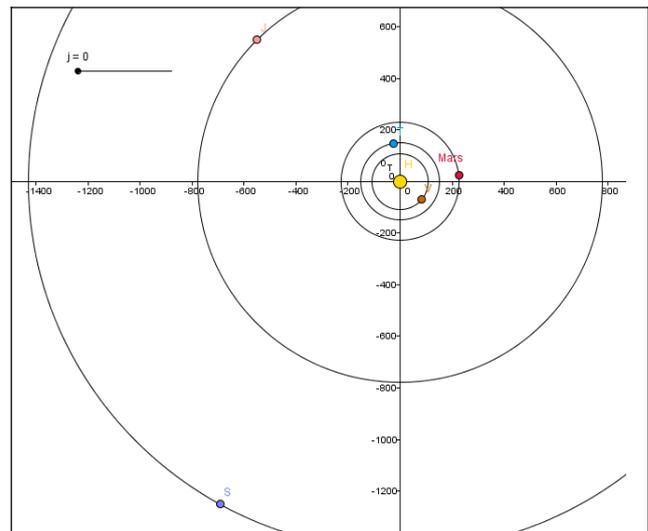


Fig.4. Les planètes positionnées au 1^{er} janvier 2015.

Utilisation du planétaire

1. Rapprochement Vénus/Jupiter du point de vue d'un Terrien le 30 juin 2015

Le 30 juin 2015 à 20 h TU, il s'est écoulé un nombre de jours $j = 180,8$.

On observe qu'à cette date les trois planètes Terre-Vénus et Jupiter sont proches d'un alignement.

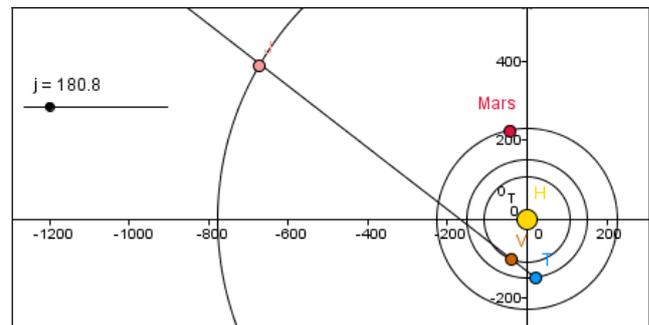


Fig.5. Alignement Terre, Vénus, Jupiter.

On peut de la même manière estimer le prochain rapprochement Saturne-Vénus d'un point de vue terrien... le 13 janvier prochain, en fin de nuit...



Fig.6. Rapprochement serré de Vénus (la plus brillante) et Jupiter (juste au-dessus), le 30 juin 2015.

2. Élongation de Vénus

On appelle élongation de Vénus l'angle que fait la direction du Soleil avec la direction de Vénus vus depuis la Terre.

Pour afficher à la demande l'élongation de Vénus, on crée un bouton de sélection qu'on nommera « e » ayant pour légende « Élongation de Vénus ».

On crée deux demi-droites qui représentent respectivement la direction de Vénus vue de la Terre et celle du Soleil vue de la Terre.

Pour déterminer l'élongation de Vénus, on mesure l'angle aigu \widehat{HTV} .

Méthode : on demande la mesure de deux angles en choisissant dans cet ordre H, puis T puis V pour l'un et V, puis T puis H pour l'autre.

L'élongation de Vénus est l'angle pour lequel la mesure est inférieure à 180° .

On affichera la valeur de l'élongation sous la condition que « e » soit vrai, c'est à dire seulement quand le bouton « Élongation de Vénus » est coché.

On recherche la valeur de l'élongation maximale de Vénus :

Vénus a été visible le soir en début de nuit à son élongation maximale début juin 2015 et sera de nouveau à son élongation maximale en novembre 2015, mais elle sera alors visible le matin en fin de nuit.

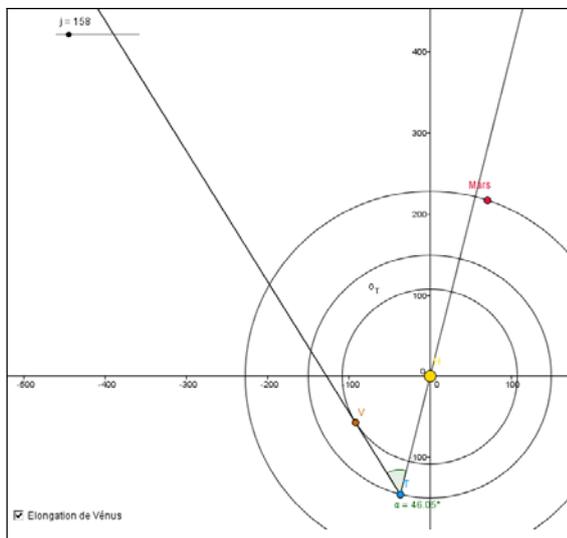


Fig.7. Élongation de $46,05^\circ$ début juin 2015 ($j = 158$).

3. Rétrogradation de Mars

On peut afficher la distance Terre-Mars puis montrer qu'autour de la date de l'opposition, on observe une rétrogradation de Mars.

On crée un bouton de sélection comme au 2 qu'on nommera « r » et ayant pour légende « rétrogradation de Mars ».

On crée un point fixe A, à partir duquel, on va représenter la direction de Mars vu de la Terre sur le fond d'étoiles.

On crée le vecteur \vec{EMa} puis le vecteur d'origine A égal à \vec{EMa} qu'on choisit d'afficher seulement quand « Rétrogradation de Mars » est sélectionné.

On observe sa direction quand j varie...

On peut ainsi estimer que la prochaine rétrogradation de Mars aura lieu au printemps 2016. Plus précisément, GeoGebra nous donne une opposition de Mars pour $j = 539$ donc le 22 juin. En réalité, elle aura lieu un mois plus tôt, le 22 mai. La modélisation par des orbites circulaires parcourues à vitesse constante montre ici ses limites. Elle donne des résultats très approximatifs mais permet de comprendre les phénomènes.

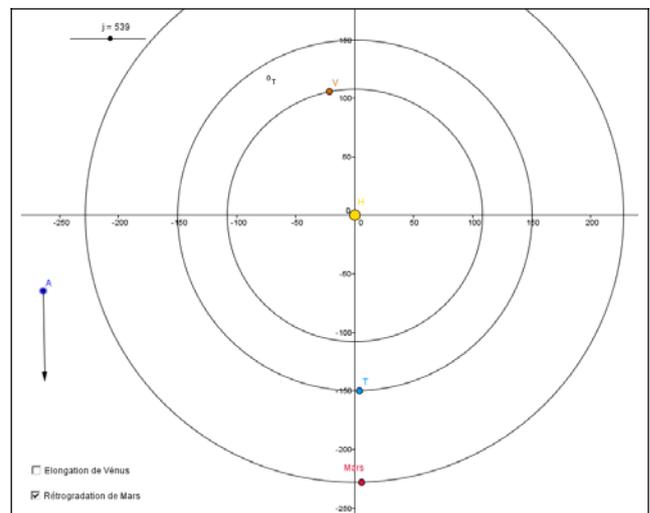


Fig.8. Opposition de Mars et milieu de la rétrogradation à $j = 539$.

Ce planétaire très simplifié peut être « amélioré » et complété.

Il est possible :

- d'insérer un zodiaque qui permet de savoir dans quelle constellation se trouve une planète ;
- de ne plus considérer que les orbites des planètes sont des cercles centrés sur le Soleil : on peut construire les orbites elliptiques dont le foyer est le Soleil ;
- de ne plus considérer que le mouvement est uniforme, mais de tenir compte de la loi des aires. On utilise alors l'équation de Kepler pour positionner la planète à la date sur son orbite elliptique ;
- et, raffinement suprême avec Geogebra3D, de tenir compte de l'inclinaison des orbites des planètes sur le plan de l'écliptique.

Vous trouverez sur le site du CLEA le fichier GeoGebra avec zodiaque (pour les abonnés numériques).