

HISTOIRE

KEPLER, LES ASTRES ET LA MUSIQUE

Présentation simplifiée et extension du projet képlérien à destination des élèves de TS

Stéphane Le Gars, Centre François Viète, Nantes

Utiliser des données astronomiques pour créer de la musique est un jeu amusant auquel s'adonnent quelques astronomes. Mais, à l'époque de Kepler, il ne s'agissait pas d'un jeu mais de la recherche de l'harmonie du monde. Stéphane Le Gars relate ici les travaux de Kepler sur la musique et les planètes de notre Système solaire et les transpose aux exoplanètes.

Nous sommes en 1619. L'astronome allemand Johannes KEPLER publie l'Harmonie du Monde, un ouvrage extraordinairement curieux et difficile qui marque l'aboutissement de plusieurs années de recherches et de souffrances au service d'un idéal philosophique. Contemporain de Galilée et, comme lui, adepte du système de Copernic, Kepler bouleverse la vieille astronomie grecque. À une époque de chaos religieux, il est lui aussi à la recherche de l'Harmonie dans les Cieux. Mais contrairement aux pythagoriciens qui ne voyaient que spéculations dans la musique des sphères, Kepler cherche l'Harmonie céleste dans les rapports numériques observés et mis en œuvre dans la musique, l'astrologie et l'astronomie.

Il découvre ainsi que les planètes décrivent des orbites en forme d'ellipse. Il découvre aussi que la vitesse de la planète sur son orbite est la clef de cette Harmonie céleste tant recherchée depuis l'Antiquité. En établissant le chant des planètes et les lois qui portent désormais son nom, Kepler empêche tout retour en arrière sur la manière dont les hommes conçoivent le Monde ou leur Cosmos.

Contexte historique et méthode scientifique

Le texte ci-dessus constitue l'introduction du *Kepler Music Project*, un spectacle historique, astronomique et musical qui s'attache depuis trois ans à montrer, à tous les publics, comment Kepler a brassé astronomie et musique et construit les lois qui régissent les mouvements des planètes, lois qui sont aujourd'hui enseignées dans les classes de Terminales S.

Ce spectacle est donc l'occasion d'une mise en contexte des travaux de Kepler, d'une découverte de sa méthode originale et parfois farfelue pour un observateur du XXI^e siècle, et enfin d'une divagation musicale electro-jazz inspirée des idées musicales de Kepler.

C'est en 1596 que Kepler publie son premier ouvrage, le *Mysterium Cosmographicum*. Kepler montre déjà les fondements et particularités de sa pensée : il est influencé tout à la fois par Pythagore et l'idée que le monde est structuré par les nombres, et par la Bible car pour lui « Le Soleil au milieu des astres mouvants, lui-même immobile, mais source de mouvement, porte l'image de Dieu le Père, le Créateur... Il répand sa force motrice dans un médium qui contient les corps en mouvement de même que le Père crée par l'intermédiaire du Saint-Esprit »¹. Cette citation montre la place que le Soleil occupe chez Kepler : il ne peut qu'adhérer aux idées de Copernic, à savoir un monde non plus géocentrique, mais héliocentrique. Le copernicanisme de Kepler, qui enseigne alors à l'université de Tübingen, déplait fortement aux autorités religieuses, ce qui le conduit à une promotion sous forme d'exil : il est nommé professeur de mathématiques à Graz, éloigné de 600 km de Tübingen, qui est à cette époque le grand centre intellectuel protestant. C'est donc à Graz, devant ses étudiants, que Kepler dessine, d'un point de vue héliocentrique, les rapprochements de Jupiter et Saturne. Il réalise que ces deux planètes se rencontrent tous les 20 ans et divisent le cercle en 3, et que leurs orbites représentent des cercles inscrits dans des triangles équilatéraux : Kepler va alors chercher à trouver l'harmonie au cœur du système planétaire, harmonie qu'il trouvera non dans les polygones mais dans les polyèdres réguliers dits platoniciens, qui sont au nombre limité de 5 : ces polyèdres viennent remplir les espaces entre les orbites des six planètes ; ils sont parfaitement symétriques ; tous les sommets des polyèdres

¹ Toutes les citations de Kepler sont extraites des traductions françaises du *Mysterium cosmographicum* (*Le secret du Monde*, trad. A. Segonds, 1984, Les Belles-Lettres), de l'*Astronomia Nova* et de *L'Harmonie du Monde* par Jean Peyroux, Paris, A. Blanchard.

touchent les sphères dans lesquelles on peut les inscrire. Kepler trouve alors la raison du nombre limité des 6 planètes connues à son époque !



Fig.1. Positions du couple Jupiter-Saturne lors de leur rapprochement tous les 20 ans, entre 1583 et 1763. (*De stella nova in pede serpentarii*, J. Kepler, e-rara.BNF)

En 1600, Kepler quitte Graz pour Prague, où il va travailler avec Tycho Brahé qui réalise les observations les plus précises du moment. Il découvre, grâce aux observations de Mars faites par Longomontanus, que l'orbite de cette planète n'est pas circulaire mais elliptique, et précise même que cette planète balaie des aires égales en des temps égaux. Il publie ses réflexions en 1609 dans son *Astronomia Nova*, qui contient donc ce que nous appelons aujourd'hui les deux premières lois de Kepler.

Mais c'est en 1619 que paraît son *Harmonices Mundi*, ou *Harmonie du Monde*, ouvrage touffu, dense, qui mêle mathématiques, astronomie et musique. C'est en effet en réutilisant la musique des sphères, due à Platon sur les traces de Pythagore, que Kepler va pouvoir généraliser ses résultats obtenus sur Mars. Ce concept de musique des sphères se base sur l'idée que la musique est le lien entre l'homme et le cosmos. Pour les pythagoriciens, il existe une harmonie universelle dont les nombres sont l'expression sensible : l'harmonie, qu'elle soit cosmique ou musicale, est un état d'équilibre entre divers éléments, régi par des rapports numériques : « l'harmonie est donc générale et concerne tous les degrés d'être. La plus parfaite est celle des sphères célestes, concert des planètes se mouvant de façon régulière et parfaite autour de la Terre. Vient ensuite l'harmonie du monde, qui comprend le rythme des saisons, la composition des différents éléments entre eux, puis l'harmonie humaine, union de l'âme et du corps, des parties rationnelles et irrationnelles au sein de l'âme et des divers éléments du corps humain et

enfin l'art musical »². C'est donc par le concept d'harmonie, fondé sur une grande analogie cosmique, que Kepler espère découvrir le secret du monde : il s'agit pour lui de trouver les rapports harmoniques qui sont au cœur des sons comme au cœur du système solaire. Pour Kepler, « le musicien comme l'astronome imitent Dieu qui a créé le Monde en appliquant les lois géométriques ».

Depuis Pythagore et jusqu'à la Renaissance, seuls trois intervalles sont estimés consonants car ils respectent la vénération des chiffres 1, 2, 3 et 4 (la tetraktys : $1 + 2 + 3 + 4 = 10$) érigée par les pythagoriciens :

Octave	Quinte	Quarte
2/1	3/2	4/3
2	1,5	1,33

Aujourd'hui, nous disons par exemple qu'un son de fréquence 600 Hz est situé à un intervalle de quinte d'un son de fréquence 400 Hz car ces deux sons sont caractérisés par un rapport numérique égal à $3/2$.

Au XVI^e siècle, ces rapports sont revus par Zarlino dans le cadre de la gamme dite naturelle. Dans ce cadre, d'autres nombres que 2 et 3 peuvent être utilisés pour définir les intervalles :

Seconde	Tierce majeure	Tierce mineure	Sixte majeure	Septième
9/8	5/4	6/5	5/3	15/8
1,125	1,25	1,20	1,666	1,875

Influencé tout à la fois par la théorie pythagoricienne de la musique, le concept de musique des sphères, l'héliocentrisme copernicien et par les nouvelles observations astronomiques, Kepler va donc chercher les nombres qui sous-tendent l'harmonie universelle, et donc les mouvements des planètes. Nous en présentons une approche simplifiée pour la rendre opérationnelle auprès des collègues et des élèves de terminale scientifique³.

Tout d'abord, il lui faut construire de nouveaux termes : « Pour éviter des erreurs, il m'a fallu faire reposer le fondement du Monde pour ainsi dire au centre du Soleil ; cela a entraîné que les lieux du Zodiaque, où les planètes sont les plus proches ou les plus éloignées, ne peuvent plus garder leur nom d'apogée ou de périégée, comme le fait abusivement

² Van Wymeersch Brigitte, Descartes et l'évolution de l'esthétique musicale, Mardaga, 1999, p. 27.

³ Pour une étude approfondie, voir : Stephenson Bruce, *The Music of the Heavens : Kepler's Harmonic Astronomy*, Princeton University Press, 1994.

Copernic, mais ont reçu de moi un nom propre et signifiant : aphélie et périhélie ».

Ensuite, Kepler attribue à chaque planète une note fondamentale caractéristique de sa vitesse lors du passage à l'aphélie (plus une planète est proche du Soleil, plus elle va vite et plus sa note se trouve dans les aigus).

Enfin, Kepler transforme la variation de vitesse entre l'aphélie et le périhélie en une variation de son, c'est à dire en un intervalle musical. Par exemple, les données les plus récentes dont Kepler dispose pour Saturne montrent que cette variation de vitesse correspond au rapport 5/4 ou 1,25, qui est l'intervalle de tierce majeure dans la musique pythagoricienne (voir le tableau page suivante). Kepler va appliquer cette démarche pour l'ensemble des planètes connues à son époque (Mercure, Vénus, Terre, Mars, Jupiter, Saturne). « Dans l'harmonie céleste, [j'ai trouvé] quelle planète chante la voix de soprano, laquelle celle d'alto, celle de ténor et celle de basse » : il affirme alors que Mercure est le soprano, Vénus le contralto, Mars le ténor léger, tandis que Jupiter et Saturne chantent les basses profondes. Il attribue ainsi une phrase musicale à chaque planète en utilisant donc deux paramètres : la distance de la planète au Soleil qui donne la note fondamentale de la gamme et son excentricité qui lui donne l'étendue de la gamme, comme on le voit bien pour Vénus dont l'excentricité est quasi-nulle (figure 2).

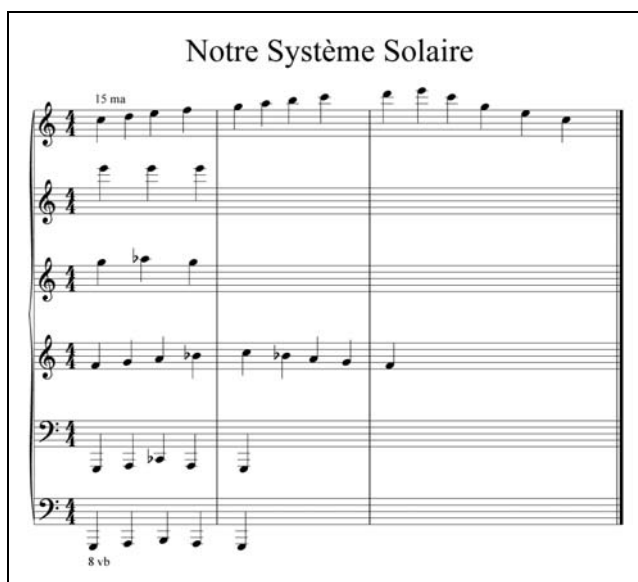


Fig.2. Phrases musicales attribuées à chacune des planètes par Kepler. De haut en bas : Mercure (15ma indique qu'on est deux octaves au-dessus), Vénus, la Terre, Mars, Jupiter et Saturne (8vb une octave en dessous).

C'est donc dans une quête d'harmonie universelle en se fondant sur la musique des sphères, que Kepler trouve ce que nous appelons aujourd'hui la

troisième loi de Kepler ou loi Harmonique qui donne le rapport entre les mouvements et les distances : le rapport T^2/a^3 est le même pour toutes les planètes⁴. Comme l'écrit Kepler dans *l'Harmonie du Monde* :

« La proportion des moyens mouvements diurnes est donc trouvée à partir des Harmonies fixées [...]. En effet, la proportion des moyens mouvements est une fois et demie la proportion inverse des Orbes. »⁵

Pour plus de détails dans les calculs, nous renvoyons le lecteur à l'article de Sylvie Dubois, « La musique des astres », paru dans ces mêmes Cahiers Clairaut, en 1990⁶.

La musique des exo-sphères

Serait-il possible alors d'utiliser nos nouvelles données d'observations et de généraliser la musique des sphères, après Mars, puis le système solaire, aux systèmes d'exoplanètes ? Ceci constituerait un exercice idéal pour les élèves de Terminales S : les lois de Kepler sont au programme de l'enseignement spécifique de physique-chimie, tandis que l'acoustique musicale constitue une partie importante de l'enseignement de spécialité. Plusieurs séances pourraient être consacrées à comprendre la démarche de Kepler et à la mettre en œuvre à l'aide de logiciels comme Excel et Audacity de façon à faire chanter les systèmes planétaires.

Les données numériques sont largement disponibles sur des sites comme <http://exoplanets.org>. Le travail consiste alors à déterminer les données pertinentes pour le problème (demi grand-axe, excentricité, période), à porter une attention aux unités, à organiser les calculs sous Excel de façon à atteindre le rapport des vitesses angulaires qui donnera l'intervalle. En se basant en premier lieu sur les calculs réalisés et présentés par Kepler, une analyse épistémologique peut être menée pour observer la part de l'arbitraire que Kepler manifeste, et la façon dont il s'arrange avec certains résultats pour aboutir à son Harmonie du Monde : pourquoi commencer sur un sol pour Saturne ? Quelles notes intermédiaires choisir entre les positions extrêmes à l'aphélie et au périhélie ? Sur ce dernier point,

⁴ T est la période de la planète, a est la longueur du demi-grand axe de l'ellipse.

⁵ Kepler Jean, « L'Harmonie du Monde », traduit pour la première fois du latin en français avec un avertissement et des notes par Jean Peyroux, Librairie Blanchard, Paris, 1979, p. 373.

⁶ Dubois Sylvie, « La musique des astres », Cahiers Clairaut, n° 49, 1990, 37-39, accessible en ligne sur clea-astro.eu (archives des Cahiers Clairaut).

Kepler est assez clair, et c'est là que la pratique musicale guide l'astronomie :

« Vois chacun dans les Notes employées. Certes ils ne forment pas les lieux intermédiaires que tu vois ici remplis par des notes, en articulant, comme les extrêmes, parce qu'ils ne montent pas à partir d'un extrême à l'opposé, par sauts et intervalles, mais par une tension continuelle, parcourant en un acte tous les intermédiaires (infinis en puissance), ce qui ne peut être exprimé par moi autrement que par la série continue des Notes intermédiaires ».

Kepler pointe ici le problème du choix des notes entre la note la plus grave (aphélie) et la note la plus aiguë (périhélie) : quelles discontinuités choisir dans le continu que nous offre le réel, à savoir le continu du mouvement des planètes sur leur trajectoire (qui ne se déplacent pas par sauts ou intervalles) et le continu des sons entre une note et son octave ? Ceci est le problème de toute théorie musicale : quelles notes choisir dans le continuum sonore pour créer un tout harmonieux ?

Pour commencer cette extension du projet képlérien, qui garde dans une approche simplifiée l'esprit de la méthode et balise la voie à des TP qui restent à construire, on peut contrôler les calculs faits par Kepler et l'identification des intervalles pour le Système solaire.

D'un point de vue pratique, les calculs sont les suivants. À partir de a (le demi grand-axe), e (l'excentricité) et T (la période de révolution), on trouve, pour chaque planète :

- sa distance au Soleil à l'aphélie : $d_a = a \times (1+e)$;
- sa distance au Soleil au périhélie $d_p = a \times (1-e)$;
- sa vitesse linéaire v_p puis angulaire ω_p au périhélie

$$v_p = \frac{2\pi a}{T} \sqrt{\frac{1+e}{1-e}} \quad \text{et} \quad \omega_p = \frac{v_p}{d_p}$$

- sa vitesse v_a linéaire puis angulaire ω_a à l'aphélie

$$v_a = \frac{2\pi a}{T} \sqrt{\frac{1-e}{1+e}} \quad \text{et} \quad \omega_a = \frac{v_a}{d_a}$$

Voici une partie du tableau Excel obtenu, suivi de quelques remarques .

Planète	Mercure	Vénus	Terre	Mars	Jupiter	Saturne
Demi grand axe (UA)	0,387	0,723	1	1,52	5,2	9,54
Excentricité	0,206	0,007	0,016	0,093	0,048	0,054
Période (jour terrestre)	87,96	224,70	365,26	686,96	4 332,71	10840,9168
Vitesse angulaire à l'aphélie ω_a ("/j)	9913	5688	3437	1572	272	107
Vitesse angulaire au périhélie ω_p ("/j)	22870	5849	3664	2283	330	133
Rapport des vitesses angulaires ω_p/ω_a	2,31	1,03	1,07	1,45	1,21	1,24
Intervalle musical le plus proche	2,4 = 2×1,2 = 2/1×6/5 soit une octave et une tierce mineure	Proche de 1 soit l'unisson	Proche de 16/15 soit un demi-ton	Proche de 1,5 ou 3/2 soit une quinte	Proche de 1,2 ou 6/5 soit une tierce mineure	Proche de 1,25 ou 5/4 soit une tierce majeure
Rapport des vitesses aux aphélie d'une planète à la suivante	1,74	1,65	2,19	5,78	2,53	
Passage d'une planète à la suivante (en descendant de Mercure à Saturne)	Un peu plus grand qu'une sixte majeure 5/3 (ou 1,67)	Proche de 5/3 (ou 1,67) soit une sixte majeure	Proche de 2×16/15 (2,13) soit une octave et un demi-ton	Proche de 6 = 2×2×1,5 soit deux octaves et moins d'une quinte	2,53 proche de 2,5 = 2×1,25 soit une octave et une tierce majeure	

Il est à noter que les calculs sont établis avec des données actuelles et non avec celles utilisées par Kepler, ce qui peut entraîner de plus grandes approximations dans la détermination des intervalles musicaux. On peut alors appliquer la méthode au système Kepler 62 par exemple, dont 5

planètes ont été détectées à ce jour. Kepler 62 est une étoile située à environ 1206 années-lumière de la Terre. Ce système a été choisi pour la grande variété des excentricités de ses planètes, mais d'autres systèmes sont à trouver !

Les calculs donnent ainsi :

Planète	Kepler 62-b	Kepler 62-c	Kepler 62-d	Kepler 62-e	Kepler 62-f
Demi grand axe (UA)	0,05528	0,0929	0,1195	0,4263	0,718
Excentricité	0,07	0,187	0,095	0,13	0,0944
Période (jour terrestre)	5,71	12,44	18,16	122,39	267,29
Vitesse angulaire à l'aphélie ("j)	197 600	72 600	59 200	8 220	4 030
Vitesse angulaire au périhélie ("j)	261 600	154 800	86 700	13 900	5 890
Rapport des vitesses angulaires	1,32	2,13	1,46	1,69	1,46
Intervalle musical le plus proche	Proche de 4/3 (1,33) soit une quarte	Proche de $2 \times 16/15$ (2,13) soit une octave et $\frac{1}{2}$ ton	Proche de 3/2 (1,5) soit une quinte	Proche de 5/3 (1,67) soit une sixte majeure	Proche de 3/2 (1,5) soit une quinte
Rapport des vitesses aux aphélie d'une planète à la suivante	2,72	1,23	7,20	2,04	
Passage d'une planète à la suivante (en descendant de b à f)	Proche de $2 \times 4/3$ (2,67) soit une octave et une quarte	Proche de 5/4 (1,25) soit une tierce majeure	Proche de $2 \times 2 \times 15/8$ (7,5) soit 2 octaves et une septième	Proche de 2 soit une octave	

Le choix de la note de départ pour la planète la plus éloignée de Kepler 62 est arbitraire : il a été décidé de prendre la note fa pour ne pas entraîner trop d'altérations lors du passage de Kepler 62-d à Kepler 62-e, soit 2 octaves et une septième. Il ne reste alors plus qu'à jouer la partition⁷...



Fig.3. La musique des planètes de Kepler 62

Le Kepler Music Project

C'est le concept d'Harmonie qui a permis à Kepler de découvrir ses fameuses lois, « l'idée fixe, parfaitement fautive, d'une harmonie universelle bien définie – les cinq polyèdres, les phrases musicales planétaires... »⁸. Peu importe le côté farfelu ou arbitraire de sa méthode, elle nous permet de faire un pont entre musique et astronomie via les « rapports bien proportionnés » qui fondent l'Harmonie Universelle. La divagation autour de Kepler 62 (ou de tout autre système dont le choix est surtout motivé par le nombre et l'excentricité

des planètes) mobilise de nombreux points du programme de Terminale S tels que les lois de Kepler dans l'enseignement spécifique ou les éléments d'acoustique dans l'enseignement de spécialité. Sur cette base, une séquence peut être construite : compréhension et critique de la méthode képlérienne basée sur le concept d'Harmonie, appropriation de la théorie de la musique (notion d'intervalles), réinvestissement de ces notions sur un nouveau système planétaire par l'utilisation d'un tableur et d'un logiciel de traitement audio pour entendre la symphonie planétaire.

C'est le but du Kepler Music Project d'inviter à une réflexion sur la méthode de Kepler, et de donner à entendre le canon planétaire au travers d'une création originale, tout à la fois sonore et visuelle. Le spectacle, animé par Guy Boistel et Stéphane Le Gars (tout à la fois historiens des sciences au Centre François Viète de l'Université de Nantes, enseignants en Lycée et musiciens de jazz), est constitué de deux parties qui s'enchaînent. Dans la première partie, une conférence scénarisée permet à des publics variés (le spectacle est adaptable à tout public) de découvrir la méthode et les résultats de Kepler au travers d'une description de l'époque et des connaissances astronomiques et musicales dont disposait Kepler. Puis le spectacle devient un concert electro-jazz, au travers d'une contemplation musicale et visuelle (à l'aide d'images retraçant entre autres la conquête spatiale) utilisant le canon planétaire et les modes musicaux inventés par Kepler. Le site Internet du *Kepler Music Project*⁹ permet d'entendre et de voir une partie du spectacle, ainsi que de trouver des informations supplémentaires sur l'histoire de cette page étonnante de l'astronomie.

⁷ Kepler va plus loin : il crée deux chants, ou deux modes, où il mêle les notes de toutes les planètes à l'aphélie ou au périhélie, de façon à créer un ensemble harmonieux.

⁸ Pecker Jean-Claude, « La méthode de Kepler est-elle une non-méthode ? », *L'Astronomie*, 1973, 87, p.16.

⁹ http://guyboistel.wix.com/kepler_music_project#!__kmp-enter