

AVEC NOS ÉLÈVES

L'affaire de la Sainte-Luce

Francis Berthomieu, Montfort sur Argens

L'équation du temps est un sujet délicat, qui fait appel à des notions mathématiques multiples et souvent difficiles. Ce bref article n'a pas la prétention d'entrer dans les détails théoriques, mais de faire visualiser les facteurs qui font qu'il n'est jamais midi ... à midi !

Une question en appelle une autre...

Il est fréquent, en décembre, de se trouver confronté au fameux dicton : « À la Sainte-Luce, les jours s'allongent d'un saut de puce ». Le sujet pose en effet problème ; le calendrier des postes est formel : la Sainte-Luce (en fait on fête sainte Lucie de Syracuse) se célèbre le 13 décembre ! On vous demande alors : « Comment les jours peuvent-ils s'allonger dès le 13 décembre alors qu'ils sont censés raccourcir jusqu'au jour du solstice ? »

M 10	Romaric
M 11	Daniel
J 12	Corentin
V 13	Lucie
S 14	Odile

Il est pratique de donner la réponse « savante ». On explique que les dates en usage de nos jours sont celles du calendrier grégorien, alors que le dicton se base sur celles du calendrier julien. C'est une occasion de préciser que le décalage entre les deux calendriers était de 10 jours, et que donc, jadis, la Sainte-Luce se célébrait à la date du solstice. C'est ne pas compter avec l'esprit d'observation de notre interlocuteur. Il affirme en effet avoir bien observé qu'à partir du 13 décembre, le Soleil, après s'être régulièrement couché de plus en plus tôt, reprend ses aises le soir et « rallonge » les jours de quelques (*très*) petites minutes... Il vous apporte même un relevé officiel de l'IMCCE¹ établi pour Paris (2013).

Soleil

Lieu : Paris, Paris, FR
02°21'08" E / 48°51'24" N

Date	Coucher	azimut
2013-12-01	15:54:42	236°19'
2013-12-02	15:54:12	236°04'
2013-12-03	15:53:46	235°50'
2013-12-04	15:53:22	235°36'
2013-12-05	15:53:02	235°23'
2013-12-06	15:52:45	235°11'
2013-12-07	15:52:30	234°59'
2013-12-08	15:52:19	234°49'
2013-12-09	15:52:10	234°39'
2013-12-10	15:52:05	234°30'
2013-12-11	15:52:03	234°21'
2013-12-12	15:52:03	234°14'
2013-12-13	15:52:07	234°07'
2013-12-14	15:52:14	234°01'
2013-12-15	15:52:24	233°55'
2013-12-16	15:52:37	233°51'
2013-12-17	15:52:53	233°47'
2013-12-18	15:53:12	233°44'
2013-12-19	15:53:34	233°42'
2013-12-20	15:53:59	233°41'
2013-12-21	15:54:28	233°40'
2013-12-22	15:54:59	233°41'
2013-12-23	15:55:33	233°42'
2013-12-24	15:56:10	233°44'

On y vérifie bien qu'à partir du 13 décembre le coucher du Soleil se produit bien chaque jour... quelques secondes plus tard, et que le dicton semble dire vrai !

Il faut alors regarder plus complètement cette table :

Soleil

Lieu : Paris, Paris, FR
02°21'08" E / 48°51'24" N

Date	Lever	Passage au méridien	Coucher
Temps Universel	heure	heure hauteur	heure
2013-12-13	07:37:27	11:44:51 +17°58'	15:52:07
2013-12-14	07:38:18	11:45:20 +17°55'	15:52:14
2013-12-15	07:39:07	11:45:48 +17°51'	15:52:24
2013-12-16	07:39:53	11:46:17 +17°49'	15:52:37
2013-12-17	07:40:36	11:46:47 +17°47'	15:52:53
2013-12-18	07:41:16	11:47:16 +17°45'	15:53:12
2013-12-19	07:41:54	11:47:45 +17°44'	15:53:34
2013-12-20	07:42:29	11:48:15 +17°43'	15:53:59
2013-12-21	07:43:02	11:48:45 +17°42'	15:54:28
2013-12-22	07:43:31	11:49:15 +17°42'	15:54:59
2013-12-23	07:43:58	11:49:44 +17°43'	15:55:33
2013-12-24	07:44:22	11:50:14 +17°44'	15:56:10

Et en calculant la durée du jour (entre lever et coucher du Soleil), les choses semblent rentrer dans l'ordre !

date	coucher	lever	Durée du jour
13/12/2013	15:52:07	07:37:27	08:14:40
17/12/2013	15:52:53	07:40:36	08:12:17
21/12/2013	15:54:28	07:43:02	08:11:26
24/12/2013	15:56:10	07:44:22	08:11:48

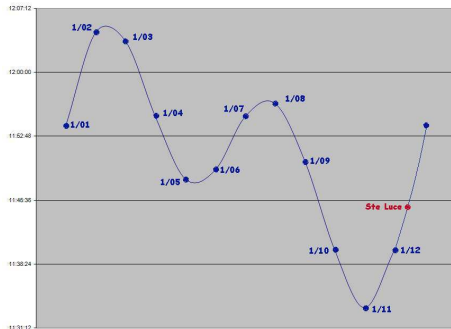
Les jours continuent donc bien à « raccourcir » jusqu'au 21 décembre, même si le Soleil se couche effectivement chaque jour un peu plus tard ! Où chercher la faille ? Dans l'heure du lever de Soleil ! S'il se lève chaque jour plus tard que la veille, et que ce « retard au lever » est supérieur au « retard au coucher » la durée du jour peut en effet continuer à diminuer !

C'est là que notre interlocuteur sagace va poser un autre problème, bien plus sérieux que la date de la Sainte-Luce... Ces « retards », à la fois au lever et au coucher doivent s'accompagner d'un « retard » tout au long de la journée ... et il doit donc être midi chaque jour un peu plus tard que la veille ! Ce que confirme l'examen de la colonne donnant l'heure de passage du Soleil au méridien (il est alors « midi solaire ») : Tout au long du mois de décembre, on voit qu'il est « midi solaire » tous les jours un peu plus tard, et pas du tout à « midi de la montre », ni même à midi en Temps Universel ! (Nous admettons que notre ami sait qu'il y a, en hiver, une heure de décalage entre l'heure de sa montre et l'heure en Temps Universel. Il est donc prêt à admettre qu'à Paris, le 21 décembre 2013, il était « midi solaire » à 12 h 48 min 45 s de la montre). Et l'on répond alors qu'il va falloir parler de « l'équation du temps »... Aïe, notre interlocuteur a tendance à perdre pied ... Aidons-le !

¹ Institut de Mécanique Céleste et de Calcul des Éphémérides.

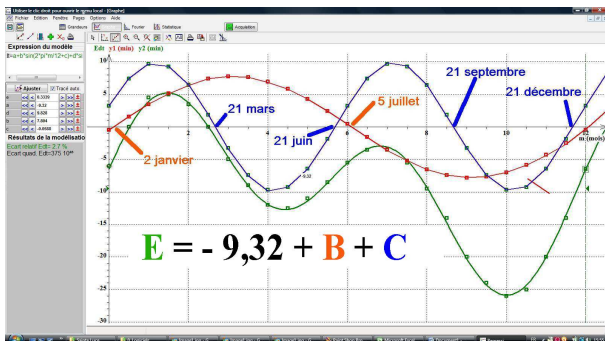
À quoi sert un modèle ?

Le jour de la Sainte-Luce, il est donc « midi solaire » à 11 h 44 min 51 s : cela signifie que le Soleil est alors en avance de 15 min et 9 s sur le Temps Universel ! Qu'en est-il tout au long de l'année ? Calculons l'écart temporel E entre midi solaire vrai (11:44:51) et midi TU (12:00:00). Ce calcul (algébrique) donne une valeur négative (même si c'est une avance !) pour la date de la Sainte-Luce (- 15 min 9 s) et peut être répété pour tous les jours de l'année. Il est alors aisé de visualiser l'évolution de cet écart en traçant le graphe de E en fonction de la date.



Les physiciens ont coutume de chercher des fonctions mathématiques qui modélisent leurs graphiques. Des logiciels spécialisés² font cela fort bien : ici, on peut trouver que cette courbe peut être très bien représentée par la somme de trois termes :

- Une constante : $A = - 9,32$ min ;
- Une fonction sinusoïdale B de période 1 an ;
- Une fonction sinusoïdale C de période 6 mois.



La constante A est négative : elle représente la moyenne sur l'année des écarts entre l'heure (T.U.) et l'heure solaire (à Paris). Cette « avance » du Soleil sur le Temps Universel est assez facile à expliquer : dans son périple apparent d'est en ouest, le Soleil passe au-dessus du méridien de Paris un peu avant de passer au-dessus de celui de Greenwich. Il est facile de vérifier : la longitude de Paris est $\lambda = 2^\circ 20'$ soit $2,33^\circ$. Le Soleil met 24 h (soit 1 440 min) pour parcourir 360° . Pour parcourir ces $2,33^\circ$ il mettra : $2,33 \times 1440 / 360 = 9,32$ min. CQFD ! Ce terme constant est donc lié au lieu géographique des observations.

La fonction sinusoïdale B, de période 1 an, s'annule au début des mois de janvier et de juillet. Ces dates coïncident avec deux positions remarquables de la Terre

sur son orbite annuelle autour du Soleil : le périhélie (pour 2013, c'est le 2 janvier) et l'aphélie (le 5 juillet). Une explication liée au mouvement de la Terre sur son orbite sera privilégiée. Ce terme B est appelé « *équation du centre* ».

La fonction sinusoïdale C, de période 6 mois, s'annule donc quatre fois au cours de l'année. Un regard attentif situe ces quatre dates à proximité immédiate de celles des équinoxes et des solstices. Une explication liée aux saisons sera ici privilégiée. Ce terme C est appelé « *réduction à l'équateur* ».

Le terme constant A étant lié à un méridien terrestre particulier, seuls les termes B et C seront conservés pour définir leur somme E appelée « *équation³ du temps* » qui a une signification plus universelle à l'échelle de la Terre :

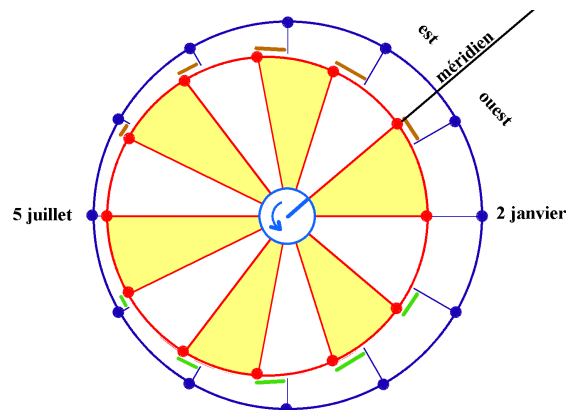
$$E = B + C$$

Des schémas pour comprendre

Comme souvent dans le domaine scientifique, il faut, pour simplifier, analyser séparément ces deux termes.

« L'équation du centre » B

On peut expliquer l'écart B (de période 1 an) en analysant le mouvement de la Terre autour du Soleil. Dans cette première partie, nous supposons que l'axe de la Terre est perpendiculaire à l'écliptique (nous étudierons plus tard l'influence de l'obliquité de la Terre). Le mouvement obéit aux lois de Kepler, et en particulier à la loi des aires : ceci se traduit par une vitesse maximale de la Terre sur son orbite au périhélie (le 2 janvier en 2013) et minimale à l'aphélie (le 5 juillet). Dans un référentiel géocentrique, cela se traduit par un mouvement (apparent) du Soleil autour de la Terre (et sur le fond des constellations), et par un décalage entre sa position réelle et celle qu'aurait un Soleil avançant à vitesse angulaire constante et appelé Soleil moyen. La figure qui suit montre en bleu 12 positions successives du Soleil moyen (à intervalles de temps réguliers d'environ un mois) et en rouge les positions du Soleil réel aux mêmes dates. Pour mieux visualiser le phénomène, l'excentricité a été fortement exagérée.



² En l'occurrence le logiciel REGRESSI.

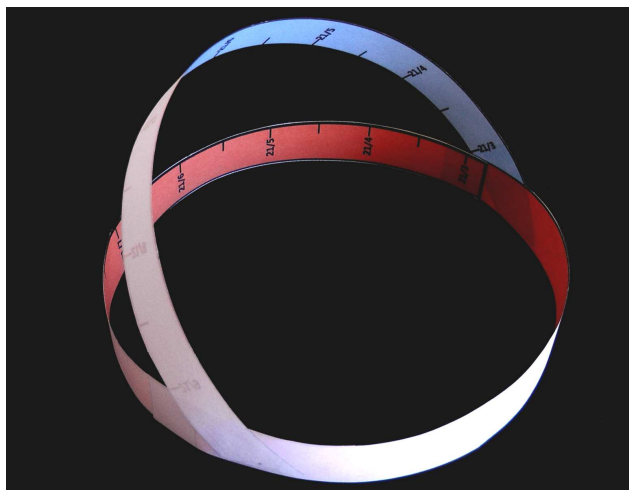
³ En astronomie ancienne, le terme *équation* désignait une correction ajoutée algébriquement à une valeur moyenne pour obtenir une valeur vraie. Rien à voir avec l'acception moderne du terme *équation* !

On y voit les coïncidences des deux « Soleils » lors des passages aux extrémités du grand axe de l'ellipse, mais surtout les décalages (notés en brun de janvier à juillet et en vert de juillet à janvier). En imaginant le mouvement diurne de la Terre (représentée au centre de la figure par un cercle bleu clair) on pourra comprendre par exemple qu'en février le Soleil vrai (rouge) passe au méridien d'un lieu donné avec un certain retard sur le Soleil moyen (bleu) : ce retard correspond au terme B (positif en février) de l'équation du temps E.

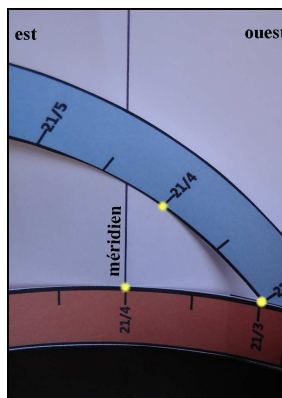
La « réduction à l'équateur » C

On peut maintenant expliquer l'écart « saisonnier » C en tenant compte (comme pour l'explication des saisons) de l'inclinaison de l'axe de la Terre par rapport au plan de l'écliptique. Comme une analyse de la situation en 3D s'impose, une maquette facilitera la compréhension.

Photocopiez et découpez les 3 bandes du bas de cette page. Assemblez bout à bout les deux bandes oranges pour constituer un cylindre (couleur et graduations côté intérieur), puis collez la bande bleue comme ci-dessous.

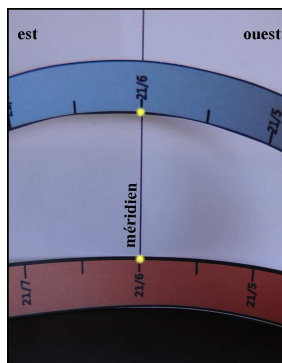


La bande orange représente l'équateur céleste et donne les positions du Soleil moyen au cours de l'année, à intervalles de temps réguliers d'un mois. La bande bleue représente l'écliptique (l'obliquité est légèrement exagérée) et les positions d'un Soleil qui le décrirait d'un mouvement uniforme (ses variations de vitesse ont été prises en compte dans le paragraphe précédent). Les photos ci-après permettent de visualiser les écarts entre les passages au méridien de ces deux « Soleils ».

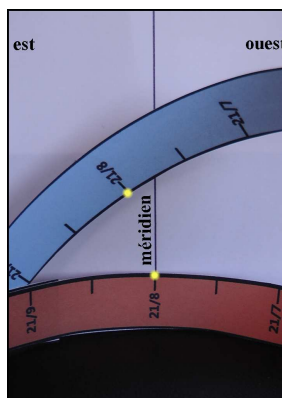


Ici, on voit qu'à l'équinoxe de printemps, vers le 21 mars, les deux points sont confondus.

Un mois plus tard, vers le 21 avril, lors du passage au méridien, le Soleil est décalé vers l'ouest (et donc en avance) par rapport au Soleil moyen.



Au solstice d'été, on constate que les deux points sont à nouveau confondus : ni avance, ni retard de l'un par rapport à l'autre lors du passage du méridien.



Et aux alentours du 21 août, c'est le Soleil qui est décalé vers l'est par rapport au Soleil moyen.

Il est donc en retard par rapport à lui lors du passage au méridien...

On verrait aussi une nouvelle coïncidence des deux points pour le solstice d'hiver, retrouvant bien les quatre dates pour lesquelles, en ne tenant compte que de l'obliquité, ce Soleil et le Soleil moyen seraient « synchrones ».

Gageons que les difficultés à interpréter ce qui se cache derrière le vocabulaire savant (équation du centre, réduction à l'équateur) pourront ainsi être surmontées et que le mystère de l'équation du temps aura trouvé une explication, au moins... visuelle !

