

AVEC NOS ÉLÈVES

Détermination de la latitude d'un lieu terrestre à l'aide d'un sextant

Vincent Deparis, Lycée Jean Monnet, Annemasse (vincent.deparis@neuf.fr)

La détermination de la latitude d'un lieu est toujours une activité intéressante réalisable avec des élèves, du collège au lycée. Ici, Vincent Deparis nous propose d'atteindre une précision de l'ordre de la minute d'angle à l'aide d'un sextant, à la manière des anciens marins.

Il existe de très nombreuses méthodes astronomiques pour déterminer la latitude d'un lieu. Certaines utilisent la course du Soleil dans le Ciel, d'autres, la course des étoiles. Ces méthodes sont bien sûr devenues désuètes depuis l'avènement du GPS, elles n'en restent pas moins très intéressantes. Nous exposons ici le procédé classique de la détermination de la latitude grâce à la hauteur du Soleil à midi, mesurée à l'aide d'un sextant. Le travail présenté a été réalisé par un groupe d'élèves (Eva Josse, Victor Schaller et Amandine Villeneuve) du lycée Jean Monnet d'Annemasse, dans le cadre de leur participation aux Olympiades de physique. Il sert de préalable à une deuxième étude concernant la mesure du rayon terrestre.

Principe de la détermination de la latitude d'un lieu

Le principe de la détermination de la latitude fait intervenir 3 angles. D'abord, bien entendu, la latitude φ du lieu d'observation, qui est l'angle entre la verticale du lieu et le plan de l'équateur. Ensuite, deux angles qui permettent de repérer la position du Soleil dans le Ciel lorsqu'il culmine, c'est-à-dire lorsqu'il passe au méridien du lieu et qu'il indique la direction du sud (figure 1).

1. La hauteur h du Soleil : c'est l'angle entre la direction du Soleil et le plan horizontal. La hauteur du Soleil varie au cours de la journée, en fonction de la rotation journalière de la Terre. Elle est nulle lorsque le Soleil est à l'horizon (au moment de son lever et de son coucher) et elle croît jusqu'à son passage au méridien. Elle vaut 90° si le Soleil passe au zénith du lieu (ce qui n'arrive jamais sous nos latitudes).

2. La déclinaison δ du Soleil : c'est l'angle entre la direction du Soleil et le plan de l'équateur. La déclinaison δ varie au cours de l'année, en fonction de la révolution de la Terre autour du Soleil. Elle

varie de $-23,43^\circ$ lors du solstice d'hiver à $+23,43^\circ$ lors du solstice d'été. Les astronomes peuvent calculer sa valeur pour n'importe quelle date de l'année. C'est donc un angle connu.

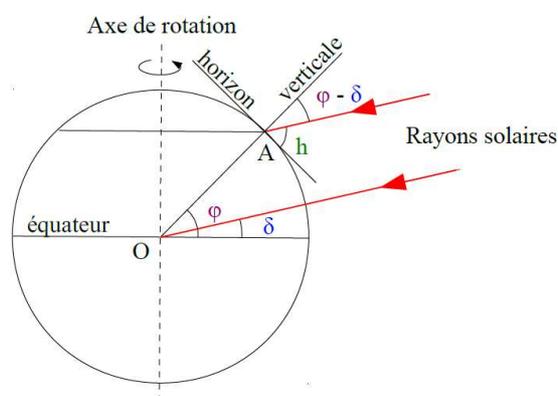


Fig.1. Relation entre la hauteur h du Soleil, sa déclinaison δ et la latitude φ du lieu d'observation A.

La figure 1 permet de trouver la relation suivante entre les trois angles : $90 = \varphi - \delta + h$ et donc :

$\varphi = 90 + \delta - h$. Si on mesure h et si on connaît la déclinaison δ , alors on peut calculer la latitude φ . La clé du problème réside dans la mesure de la hauteur du Soleil au moment de sa culmination.

Mesure de la hauteur du Soleil à l'aide d'un sextant en mer et sur terre

Le sextant a été inventé vers 1730 indépendamment par John Hadley, un mathématicien anglais et par Thomas Godfrey, un inventeur américain. Il a joué un grand rôle dans la navigation astronomique. Il est en effet spécialement adapté à la mesure de la hauteur des astres sur l'horizon, ce qui a permis aux marins de connaître facilement leur latitude. Il permet également de mesurer l'angle entre deux étoiles ou entre deux amers près d'une côte.



Fig.2. Les différentes parties d'un sextant. Le petit miroir (semi réfléchissant), la lunette et le limbe sont fixes. Le grand miroir est mobile et se déplace avec l'alidade. Les filtres colorés permettent d'observer le Soleil sans danger.

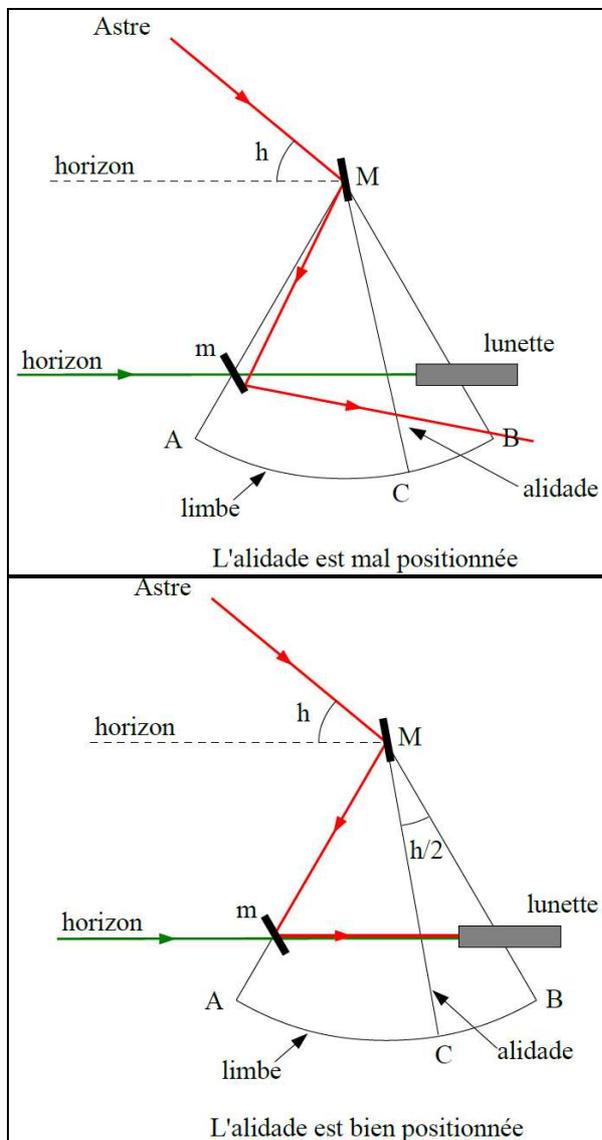


Fig.3. Lorsque les rayons lumineux provenant de l'astre et de l'horizon coïncident, la hauteur h de l'astre visé se lit directement sur le limbe.

Le principe du sextant est à la fois simple et génial (figures 2 et 3). L'instrument étant tenu verticalement à la main, l'observateur dirige la lunette vers l'horizon qui, en mer, est donné par la surface de l'océan au loin. L'horizon est donc aperçu directement à travers le petit miroir m semi réfléchissant. L'observateur manœuvre ensuite l'alidade MC de façon à apercevoir, par double réflexion sur le grand miroir M et sur la partie réfléchissante du petit miroir m , l'astre dont il veut mesurer la hauteur (Soleil, Lune, étoiles). Lorsque la coïncidence des deux images est réalisée, c'est-à-dire lorsque l'on voit dans la lunette à la fois l'horizon et l'astre observé, il suffit de lire sur le limbe AB l'angle h cherché. En mer, plutôt que de faire coïncider le centre du Soleil avec l'horizon, il est plus facile d'amener son bord inférieur sur l'horizon : on fait tangenter le Soleil sur l'horizon. La mesure doit alors être corrigée du demi diamètre du Soleil (qui vaut $16'$).

Lorsque l'astre a une hauteur h au dessus de l'horizon, son image est amenée dans le plan horizontal en faisant pivoter l'alidade d'un angle égal à $h/2$ (figure 4). La graduation du limbe tient compte de ce phénomène. Le limbe est un arc de cercle de 60° (un sixième de la circonférence d'où le nom de sextant) mais il est gradué de 0° à 120° : l'échelle de la graduation est doublée, c'est-à-dire que les degrés gravés sur le limbe sont en réalité des demi degrés. La multiplication par 2 est ainsi évitée.

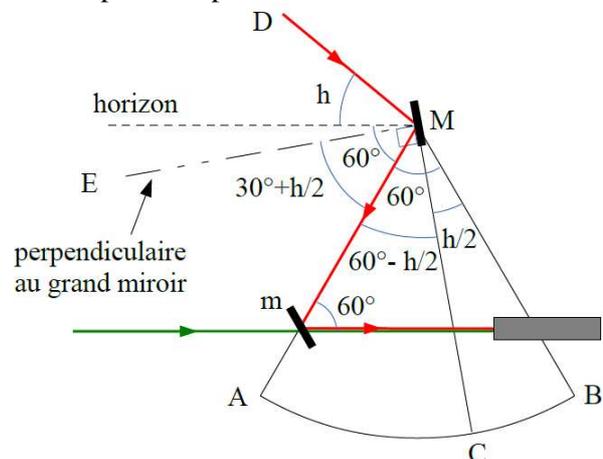


Fig.4. L'angle DMA est égal à $h + 60^\circ$. Donc l'angle EMA , qui est la moitié du précédent, est égal à $30^\circ + h/2$. Puisque l'angle EMC est droit, l'angle AMC vaut $60^\circ - h/2$. Et finalement l'angle CMB est égal à $h/2$. L'alidade doit pivoter d'un angle égal à $h/2$ pour que l'image de l'astre soit dans le plan horizontal.

Lorsqu'on ne se trouve pas à proximité d'un océan, on ne peut pas viser la surface de l'océan pour avoir la référence de l'horizon. L'astuce consiste à utiliser un horizon artificiel constitué par la surface d'un étang ou d'un petit bac rempli d'eau (muni de vitres

pour éviter que le vent fasse frissonner la surface de l'eau). À travers la lunette, on vise le reflet du Soleil dans l'eau. Puis, on ajuste l'alidade pour apercevoir également l'image du Soleil par double réflexion sur les deux miroirs. La mesure est effectuée lorsque les deux images du Soleil coïncident parfaitement. L'angle mesuré est alors égal au double de la hauteur du Soleil.

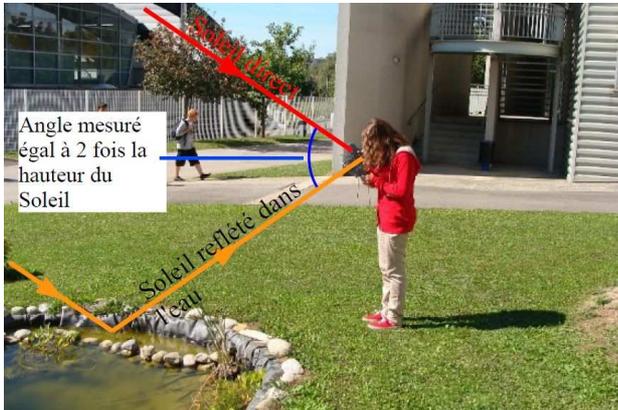


Fig.5. Sur Terre, on vise à la fois le reflet du Soleil dans l'eau et, grâce aux réflexions sur les miroirs du sextant, le Soleil lui-même.

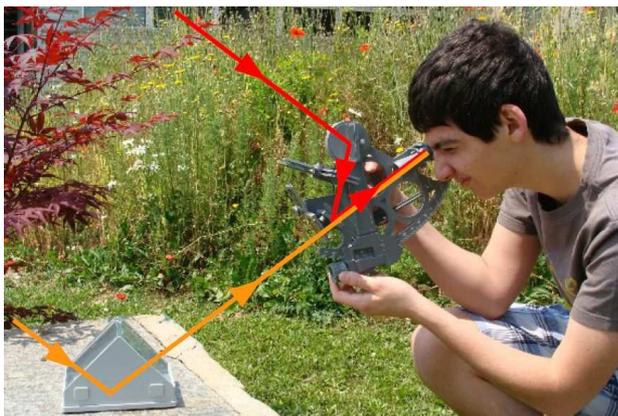


Fig.6. Utilisation d'un horizon artificiel : un petit récipient rempli d'eau.

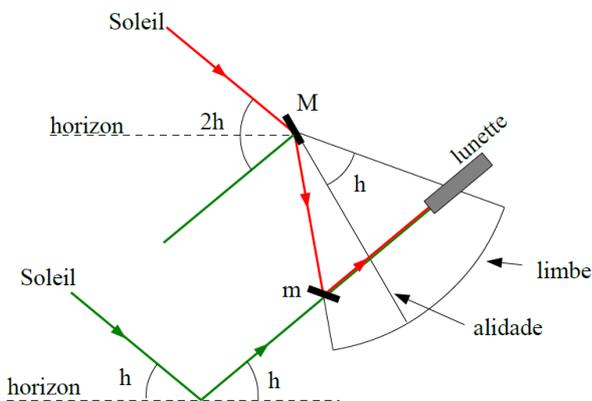


Fig.7. En pointant la lunette du sextant vers le Soleil reflété dans le récipient rempli d'eau, on mesure un angle égal à $2h$.

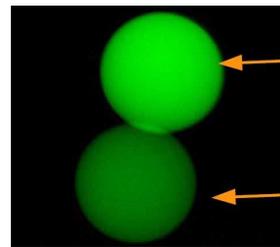


Image du Soleil réfléchi par les deux miroirs du sextant.
Image du Soleil reflété dans le récipient rempli d'eau

Fig.8. Ce que l'on voit dans un sextant. Grâce à la vis micrométrique, on arrive à superposer parfaitement les deux images.

Le réglage du sextant

Avant de se lancer dans les mesures, il reste à vérifier l'étalonnage du sextant. L'opération s'effectue en visant une étoile bien brillante en plaçant l'alidade à la graduation 0. Si le sextant est bien réglé, on ne doit voir qu'une seule étoile : l'image directe et l'image réfléchie de l'étoile sont confondues. Si ce n'est pas le cas, des petites vis situées à l'arrière des miroirs permettent de retrouver la superposition parfaite des deux images.

Le problème de la réfraction atmosphérique

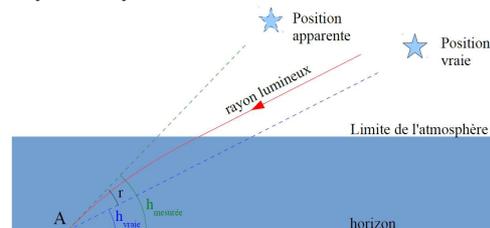


Fig.8. La réfraction atmosphérique.

Une mesure de hauteur est perturbée par la réfraction atmosphérique. En effet, l'atmosphère qui environne notre planète n'est pas un milieu homogène. Au fur et à mesure que l'on s'élève, la densité et la température de l'air baissent, ce qui fait diminuer l'indice de réfraction. Un rayon lumineux qui traverse l'atmosphère ne se propage pas en ligne droite mais suit une ligne courbe (figure 9). La direction apparente de l'astre est celle de la tangente au rayon lumineux à son arrivée au sol. Comme la réfraction relève les astres, la hauteur mesurée est plus grande que la hauteur vraie, la différence entre les deux angles étant l'angle r , appelé réfraction atmosphérique. Les mesures de hauteur réalisées au sextant doivent donc être corrigées selon la formule suivante : $h_{\text{vraie}} = h_{\text{mesurée}} - r$. La réfraction est nulle au zénith et maximale à l'horizon. Elle est de l'ordre de 1' pour une hauteur de 45° (tableau 1). Dans les conditions normales de température et de pression ($T = 0^\circ$ et $P = 1013 \text{ hPa}$), la valeur de la réfraction r (exprimée en seconde d'arc) est donnée par la formule suivante :

$$r = 60,08'' \cot h_{\text{mesurée}} - 0,07'' \cot^3 h_{\text{mesurée}}$$

Hauteur (°)	20	30	40	50	60	70	80	90
Réfraction (")	2,7	1,7	1,2	0,8	0,6	0,4	0,2	0

Tableau 1. Valeur de la réfraction pour différentes hauteurs.

La valeur de la déclinaison du Soleil

La détermination de la latitude d'un lieu demande de connaître la déclinaison du Soleil au moment de l'observation. Le site internet de l'IMCCE (Institut de Mécanique Céleste et de Calculs des Éphémérides) met à disposition un générateur d'éphémérides, appelé « Éphémérides générales de position des corps du système solaire » qui calcule la déclinaison du Soleil pour toute date :

http://www.imcce.fr/fr/ephemerides/formulaire/form_ephepos.php.

La procédure est la suivante : il faut choisir le corps d'étude (le Soleil), le plan de référence (l'équateur), le type de coordonnées (sphériques), le type d'éphémérides (apparente), indiquer la date et l'heure UTC de l'observation, puis demander le calcul. Dans une nouvelle fenêtre, on obtient, parmi d'autres grandeurs, la valeur de la déclinaison du Soleil au moment demandé.



Fig.9. Générateur d'éphémérides sur le site de l'IMCCE.

La précision de la mesure

Lorsque le Soleil culmine au méridien, sa trajectoire dans le ciel est pratiquement horizontale pendant quelques instants. Entre le moment où il finit de monter et le moment où il commence à descendre, il se passe dix bonnes minutes sans que sa hauteur varie sensiblement. Cela a deux avantages. Le premier est qu'on n'a pas besoin de connaître précisément l'heure du passage au méridien. Pour la déterminer, on peut soit la calculer en utilisant la longitude du lieu d'observation et l'équation du temps, soit la veiller déterminer le méridien par un autre procédé astronomique (ombre d'un gnomon la plus courte ou plutôt bissection de l'angle formé par deux ombres, l'une le matin et l'autre l'après midi, d'égales longueurs). Le jour de l'observation, on commence les mesures un peu avant le passage au méridien et on mesure la hauteur jusqu'au moment où celle-ci ne varie plus. Pour plus de sûreté, on

peut aussi utiliser l'heure donnée par un autre générateur d'éphéméride de l'IMCCE : "Levers, couchers et passages au méridien des corps du système solaire". Il faut choisir le corps d'étude (le Soleil), entrer la date de l'observation et les coordonnées géographiques du lieu d'observation. Le deuxième avantage est qu'on a le temps d'effectuer plusieurs mesures et de comparer les résultats.

Lors des premiers essais, les mesures peuvent être assez divergentes. Puis, au fur et à mesure de l'entraînement, les mesures sont plus cohérentes : la différence entre elles sont au plus de 1 à 2'. Ce léger écart est malheureusement inévitable. Il provient de la difficulté à bien superposer les deux images du Soleil dans la lunette du sextant.

Jour		6 sep	13 sep	25 sep	27 sep	2 oct
Mesure sextant	(°)	100	94	85	84	80
	(')	10	54	36	2	8
Hauteur mesurée	(°)	50,083	47,450	42,800	42,017	40,067
Hauteur vraie	(°)	50,069	47,435	42,782	41,998	40,047
Déclinaison δ	(°)	6,277	3,628	- 1,018	- 1,797	- 3,768
Latitude ϕ	(°)	46,208	46,193	46,200	46,205	46,215
erreur	(°)	0,026	0,011	0,018	0,023	0,033

Tableau 2 : Détermination de la latitude du lycée.

On peut bien entendu réaliser plusieurs mesures de la hauteur du Soleil lors de sa culmination plusieurs jours de suite depuis un lieu fixe (la cour du lycée) et comparer les calculs de la latitude avec une valeur théorique donnée par l'IGN (Institut Géographique National) : $\phi_{\text{lycée}} = 46,182^\circ$. Le tableau 2 liste pour les 5 calculs, la mesure effectuée au sextant, la hauteur mesurée du Soleil (égale à la moitié de la valeur du sextant), la hauteur vraie du Soleil (corrigée de la réfraction atmosphérique), la déclinaison du Soleil au moment de l'observation (donnée par le site de l'IMCCE), la latitude (calculée à partir de la formule : $\phi = 90 + \delta - h$) et l'erreur (différence entre la latitude calculée et la latitude de référence donnée par l'IGN).

L'erreur moyenne est de $0,022^\circ$, soit 1,3'. Mais on remarque que toutes les erreurs sont positives. Elles contiennent donc une composante systématique, qui peut provenir de notre manière de procéder ou d'un mauvais réglage du sextant. Quoiqu'il en soit, la précision reste excellente : une erreur de 1,3' dans la latitude occasionnant une erreur de 2,4 km dans le positionnement à la surface de la Terre.

Un sextant est donc un instrument simple d'utilisation, qui permet une détermination précise de la latitude d'un lieu, aussi bien en mer que sur terre. Dans un prochain article, nous l'utiliserons pour effectuer une mesure du rayon de la Terre. ■