

CLAIRAUT ASTRONOME

Jean-Claude Pecker, astrophysicien, membre de l'Académie des sciences,
président d'honneur du CLEA

À travers les Cahiers Clairaut, le CLEA continue à fêter le tricentenaire de la naissance d'Alexis Clairaut.

Clairaut a abordé la recherche scientifique par la géométrie. Devenu très jeune Membre de l'Académie des Sciences, il se lie avec Maupertuis, son aîné de quinze ans. Maupertuis, militaire converti à la science, a été élu membre de l'Académie des Sciences, puis de la Royal Society, à l'occasion d'un voyage en Angleterre. À Londres, il s'initie aux idées d'Isaac Newton, et devient en France le ferme propagandiste des théories newtoniennes, contre les Cassini, les plus influents des astronomes parisiens. D'Alembert rend à Maupertuis un hommage appuyé dans son chapitre introductif à la grande Encyclopédie : « *Le premier qui ait osé parmi nous se déclarer ouvertement newtonien, est l'auteur du Discours sur la figure des astres [...]. Maupertuis a cru qu'on pouvait être bon citoyen sans adopter aveuglément la physique de son pays, et pour attaquer cette physique, il a eu besoin d'un courage dont on doit lui savoir gré.* »

La forme de la Terre

Sous l'influence de Maupertuis, l'Académie des sciences décide de mesurer un arc de méridien dans le Grand Nord, un autre près de l'équateur. Il s'agit, *stricto sensu*, d'une opération de géodésie. Mais elle n'a pas pour but, comme la géodésie de la France, de tracer le contour des côtes, ou de déterminer la position d'un observatoire. Il s'agit bel et bien d'un problème astronomique tout à fait fondamental : la Terre est-elle une sphère parfaite ? Est-elle une sphère aplatie dans ses régions polaires (comme une pomme) ? Ou au contraire est-elle étirée dans ces régions (comme un citron) ? La théorie de Descartes, admise par tous en France, autour de Cassini, prévoyait l'écrasement des régions équatoriales par des tourbillons interplanétaires : le citron donc ; les théories newtoniennes prévoyaient au contraire que la rotation d'une sphère partiellement fluide devait entraîner un aplatissement : la pomme.

Pour trancher sans ambiguïté, il fallait donc faire la mesure de deux arcs de méridien, près du pôle, et

près de l'équateur. Citons ici Maupertuis¹ : « *J'exposai, il y a dix-huit mois, à la même assemblée, le motif et le projet du voyage au cercle polaire ; je vais lui faire part aujourd'hui de l'exécution. Mais il ne sera (...) pas inutile de rappeler (...) les idées qui ont fait entreprendre ce voyage...* ». Maupertuis évoque donc les mesures, par Richer (1672), de la pesanteur proche de l'équateur, plus faible là qu'en France. Huygens avait proposé alors de rendre compte de cette mesure par un aplatissement de la Terre, dont il fait une théorie. Newton, avec une méthode différente, aboutissait au même résultat que Huygens². Les excellentes mesures de Picard (vers 1669-70) confirment cet aplatissement, mais limitées à une portion du méridien autour de Paris (d'Amiens à La Ferté-Allais), elles ne sont pas concluantes. L'Académie décide donc de l'expédition. Mais, comme le remarque Maupertuis, sans citer le nom de l'obstiné cartésien Jacques Cassini, alors l'astronome le plus influent en France : « *L'Académie [restait] partagée ; ses propres lumières (allusion notamment à Cassini) l'avaient rendue incertaine, lorsque le Roy (Louis XV) voulut faire décider cette grande question, qui n'était pas de ces vaines spéculations, dont l'oisiveté ou l'inutile subtilité des philosophes s'occupe quelquefois, mais qui doit avoir des influences réelles sur l'astronomie et sur la navigation* ».

Il fallait donc aller vers l'équateur et vers les pôles ; deux missions furent organisées, financées par M. de Maurepas, sur ordre du roi. Celle de Laponie, préparée et organisée par Maupertuis et le jeune Clairaut, fait l'objet du long mémoire de Maupertuis. Nous n'entrerons pas ici dans le détail de ce récit passionnant. Notons-y seulement la place éminente que Maupertuis, bien qu'il se considère

¹ Maupertuis, nov. 1737, *La Figure de la Terre déterminée par Messieurs de l'Académie royale des Sciences, qui ont mesuré le degré de Méridien au Cercle Polaire*, Mémoires de l'Académie des Sciences, 1737, p 389 et sq.

² Carlo Denis, *Le développement historique de la Géodésie*, 1999, Université de Liège.

comme le véritable et presque seul héros de l'expédition, réserve au jeune Alexis Clairaut.

L'expédition³ est composée, outre Maupertuis (né en 1696), de l'abbé Outhier (né en 1694), Le Monnier (né en 1715), Camus (né en 1693) et Clairaut (né en 1713) ; Anders Celsius (né en 1701), savant d'Upsal en Suède, les avait rejoints. On consultera avec profit sur ces observations l'excellent ouvrage de Jean-Jacques Levallois⁴ et celui, non moins excellent d'Olivier Courcelle.

La ville de Tornea (aujourd'hui Tornio), proche du golfe de Bothnie, sur la frontière actuelle entre Suède et Finlande, sera le centre vital de cette expédition qui remontera vers le nord, jusqu'à Kittis, à environ 100 km de Tornea pour établir le système des triangles de l'opération géodésique menée entre deux points localisés au voisinage de chacune de ces deux villes, et sur un même méridien. On mesurera les angles de ces triangles par des visées précises de proche en proche, en utilisant comme repères des piquets plantés sur chacun des neuf sommets qui forment une chaîne montagneuse entre les deux villes. On n'aura plus alors qu'à mesurer ensuite la longueur d'un des côtés de l'un de ces triangles, la « base », pour connaître tous les côtés de tous les triangles, entre autres la longueur de l'arc de méridien entre les deux points ci-dessus évoqués.

L'expédition arrive à Tornea le 6 juillet 1736. C'est avec Clairaut que Maupertuis installe un signal géodésique sur le Nawa, montagne de Laponie... Au mont Cultaperi, un autre signal est installé par Maupertuis, Outhier et Clairaut. On va ensuite faire des mesures sur le mont Pullingl, le plus haut de la chaîne montagneuse. Le groupe se sépare à plusieurs reprises. Nos deux amis se dirigent vers Avasaxa, une montagne à 15 lieues (environ 60 km) de Tornea. Sur le lac qui s'étend au pied de cette montagne, c'est Clairaut et Camus qui se partagent le travail. Le jeune Le Monnier est malade. On est arrivé au cercle polaire. Le voyage continue avec les nécessaires stations pour effectuer les installations ; les mesures se feront au cours du retour à Tornea.

L'hiver commençait à être pénible. Maupertuis décrit ainsi les conditions de la vie des astronomes : « *Nous nous partageâmes en deux bandes (...) Je ne dirai rien des fatigues, ni des périls de cette*

opération. On imaginera ce que c'est de marcher dans une neige haute de deux pieds, chargés de perches pesantes qu'il fallut continuellement poser sur la neige et relever, pendant un froid si grand que la langue et les lèvres se gelaient sur le champ contre la tasse, lorsqu'on voulait boire de l'eau-de-vie qui était la seule liqueur qu'on put tenir assez liquide pour le boire, & ne s'en arrachant que sanglantes (...). Tandis que les extrémités de nos doigts étaient glacées, le travail nous faisait suer. (...) Cependant, l'ouvrage avançait ». Clairaut plantait les piquets avec les autres. Avec les autres, il observait les étoiles, visait les signaux installés sur des sommets proches, et calculerait les résultats au retour à Tornea. Tel était en 1736 le quotidien de l'astronome académicien !

Maupertuis décrit en détail les instruments, quart de cercle, pendules, instruments des passages etc., et leur usage. Les mesures des temps de passage et de la hauteur au-dessus de l'horizon du Soleil et des étoiles au méridien complètent la mesure des distances entre les différentes stations, dont le réseau forme une série de triangles qui couvrent l'arc de méridien que l'on mesure. Les mesures seront réduites en tenant compte de l'aberration découverte par Bradley en 1729, et de la nutation (découverte aussi par Bradley à la même période, mais publiée seulement en 1749, après une vingtaine d'années d'observations assidues). L'existence de ces phénomènes conduit à de très légères corrections soigneusement effectuées par l'équipe. Les latitudes sont ainsi calculables pour chaque signal. Et l'extension de l'arc de méridien (c'est-à-dire la différence de latitude) entre les deux extrémités est donc connue. Elle est de 57' 27".

Une fois les signaux installés en des points dont on a mesuré la latitude, on repart en expédition pour achever les mesures d'angle et de latitude aux différents sommets des triangles. « *Nous arrivâmes à Pello où nous nous trouvâmes tous réunis* ». Après une série de mesures effectuées près de Tornea, on peut enfin mesurer la « base » de la triangulation choisie sur le terrain idéalement horizontal du fleuve gelé. Cette opération se fait en décembre, par deux équipes séparées, dont les mesures concordent à 4 pouces près - sur 7406 toises ! Les calculs vont maintenant être possibles. Nous sommes en décembre, revenus à Tornea C'est la période du dépouillement des données, de la détermination de leur exactitude relative, etc. La conclusion scientifique de cette expédition tient dans un court paragraphe (tandis que leur description détaillée occupe une cinquantaine de pages du mémoire de Maupertuis). Je cite donc

³ Olivier Courcelle, *Vie de Clairaut (1713-1765)*.

⁴ Jean- Jacques Levallois, *Mesurer la Terre (300 ans de géodésie française — De la toise du Châtelet au satellite)*, Ponts et Chaussées (Presses), 1988.

Maupertuis : « *Nous connaissions l'Amplitude de notre arc ; & toute notre figure déterminée n'attendait plus que la mesure de l'échelle à laquelle on devait la rapporter - que la longueur de la Base. Nous vîmes donc, aussitôt que cette base fut mesurée, que la longueur de l'arc de méridien interceptée entre les deux parallèles qui passent par notre observatoire de Tornea et celui de Kittis était de 55 023 toises ½, que cette longueur ayant pour amplitude 57' 27" le degré du méridien sous le cercle polaire était plus grand de près de 1000 toises qu'il ne devrait l'être* » selon les déterminations faites à latitude moyenne.

Quelques nouvelles observations occupent nos académiciens de mars à mai 1737. Le 9 juin, le temps étant redevenu propice à la navigation, les astronomes prennent le chemin de la France. Qui pourra encore défendre les vues cartésiennes des Cassini ? Le triomphe du newtonianisme est désormais de plus en plus probable !

Clairaut ne se désintéressera jamais de la mesure de l'aplatissement terrestre. Il en débat, par exemple dans sa correspondance avec MacLaurin, mathématicien écossais (en 1741): « *Faites-moi la grâce de me mander aussi si vous croyez qu'il [Newton] sut que la Terre dans l'hypothèse d'une densité uniforme, était une ellipse au moins à très peu près. Si c'était au hasard qu'il choisissait cette figure, il pouvait craindre de ne pas trouver les vrais rapports des axes, et s'il savait que l'ellipse était la figure de la Terre, pourquoi ne l'affirmait-il pas ?* ».

La théorie de la Lune

Clairaut, en mathématicien et « newtonianiste », fut comme tout mathématicien de cette époque, fasciné par le problème des trois corps, problème quasiment insoluble en toute rigueur par l'analyse, mais que l'on peut aborder numériquement, avec des simplifications raisonnables, notamment par une théorie de perturbations, que Clairaut développera en utilisant des développements en série. Nous n'en dirons pas plus ici sur la généralité du problème (voir Jean-Pierre KAHANE, *tricentenaire de Clairaut, mathématicien et géomètre*, séance publique de l'Académie Française, présentation générale et introduction, 14 mai 2013). Clairaut s'intéressa toujours au problème des trois corps, et ce fut souvent l'occasion de débats. Malheureusement, l'auteur de ces lignes n'a pu trouver l'original de la lettre que Clairaut reçut du mathématicien italien le père Riccati, une lettre qui doit être passionnante, si l'on en croit Lalande.

Celui-ci nous dit: « *J'avais espéré faire imprimer dans nos Mémoires la lettre du P. Riccati à M. Clairaut, mais je n'ai pu surmonter les oppositions de M. d'Alembert et de ses adhérents qui haïssent les jésuites et qui sont mécontents en particulier du P. Riccati.* » On en débat à l'Académie. En 1766, M. Bézout fait un rapport verbal sur cette lettre du P. Riccati sur le problème des trois corps, trouvée dans les papiers de M. Clairaut ; il a été décidé qu'elle serait gardée au secrétariat de l'Académie.

Un cas particulier du problème des trois corps, un cas bien simple, typique pourrait-on dire, auquel s'attaqua d'abord Clairaut, c'est celui du système Soleil - Terre - Lune, dans ses importants mémoires sur la théorie de la Lune. On peut bien, et c'est ce que fait Clairaut pour la commodité de l'expression, décrire le système à la manière pré-copernicienne, en parlant de l'« orbite » du Soleil. Le mathématicien se propose de décrire au mieux les « orbites » de la Lune et du Soleil, en appliquant les lois de la mécanique newtonienne, c'est-à-dire celles de la gravitation universelle. Chacun des trois corps exerce sur les deux autres une force d'attraction décrite par l'équation newtonienne : $F = GMm/r^2$, où M et m désignent la masse des deux astres en interaction, r la distance qui sépare leurs centres, et où G désigne la constante de la gravitation universelle.

Clairaut traite le problème en le simplifiant de façon raisonnable : il suppose que les orbites sont toujours dans un même plan, et que celle du Soleil est sans excentricité. Il suppose aussi, ce terme intervenant dans les équations, que le carré du rapport de la distance Terre-Lune à la distance Lune-Soleil est négligeable. Cela le conduit à écrire deux équations, représentant la force d'attraction de la Terre sur la Lune et celle du Soleil sur la Lune. Je n'entrerai pas ici (j'aurais aimé y entrer !!) dans l'écriture, très différente de celle que nous utiliserions aujourd'hui, de ces deux équations. Pour les résoudre, et calculer les solutions, Clairaut *n'a* « *besoin que de deux éléments astronomiques : l'un est le rapport de la révolution du Soleil à la révolution périodique de la Lune, l'autre est l'excentricité de l'orbite de la Lune* » ... « *ces deux éléments ainsi choisis* » (0,00559518 et 0,05505), « *c'est encore une recherche très longue et très pénible que de déterminer par leur moyen les coefficients des deux équations précédentes, & le calcul en serait peut-être entièrement rebutant, si l'on n'employait pas ma méthode de "fausse position"* ». Nous n'irons pas plus loin dans la théorie difficile en question, ni dans les longs, très longs, calculs détaillés par

Clairaut dans ses deux mémoires de 1745 et de 1752.

Ayant ainsi résolu le problème analytique, et en ayant déterminé les constantes astronomiques, Clairaut peut en déduire des « Tables de la Lune ». Son mémoire sur la construction des Tables est aussi une longue liste de calculs qu'il n'est pas nécessaire de reproduire ici. Essentiellement, elles donnent la position de la Lune (ascension droite, déclinaison du centre du disque lunaire) à chaque instant, ainsi que la position des points importants de l'orbite lunaire autour de la Terre. Les méthodes de Clairaut furent toutefois critiquées par d'Alembert, pour ces raisons liées à la convergence des séries. D'Alembert (que peut-on dire de plus précis, et de plus exact ?) critiqua la méthode de Clairaut, basée sur les perturbations d'une orbite képlérienne par une masse, celle du Soleil dans le cas présent, celle d'une (ou deux) planètes dans le cas que nous allons examiner, celui de la comète de Halley. Après Clairaut, des Tables de la Lune furent publiées notamment en 1755, par l'astronome allemand Tobie Mayer, et par le Bureau des Longitudes, en 1812, tables dont l'auteur était Burkhardt, un astronome allemand, élève de Jérôme Lalande. Bien entendu, le Bureau des Longitudes publie régulièrement des tables concernant entre autres le mouvement apparent de la Lune.

La comète de Halley

Les lois de Kepler nous disent que la trajectoire d'une planète autour du Soleil est elliptique. Les lois de son mouvement sont prédites par la mécanique céleste newtonienne. Parmi les astres voyageurs, quelle trajectoire suivent donc les comètes, que l'on voit surgir dans le ciel, que l'on peut observer pendant quelques jours, et qui disparaissent dans l'infini ? Ont-elles une orbite ? Si c'est le cas, ce ne peut être (Newton) qu'une orbite *parabolique* ; la comète vient de l'infini, contourne le Soleil, et repart vers l'infini.

À moins qu'il ne s'agisse d'une orbite *elliptique*, certainement très allongée, à très forte excentricité. Dans le dernier cas, on doit les voir réapparaître à chaque fois qu'elles s'approchent de leur périhélie. Or Sir Edmond Halley (astronome anglais, 1656 – 1742), disciple et ami de Newton, avait remarqué, dans les récits historiques, que les comètes de 1531, 1607, et 1682, brillantes, et d'allure comparable, n'étaient qu'une comète unique, se mouvant sur une trajectoire elliptique, avec une période de 76 ans. Halley prédit donc une réapparition de cette brillante comète en 1758. Mais il meurt bien avant

d'avoir eu la possibilité de l'observer, éventuellement !

Or le jeune Jérôme Lalande (1732-1807), devenu très jeune membre de l'Académie des sciences en 1753, s'intéressait aux travaux de Halley, dont il publia une édition. De son côté, Clairaut avait travaillé sur la théorie difficile des trois corps, et l'avait appliquée à la Lune. Orienté par son confrère Lalande vers le cas de la comète de Halley, il réfléchit au problème. Son idée était que la trajectoire d'un astre comme une comète, susceptible au cours de son orbite de ne pas passer très loin de Jupiter, de Saturne... devait en avoir subi l'influence. Maîtrisant les équations de la mécanique newtonienne, Clairaut propose donc d'appliquer sa théorie mathématique des perturbations à la prévision du passage prochain de la comète, – prochain, si la mécanique newtonienne est fiable, et si la périodicité proposée par Halley est correcte. Mais Clairaut ne peut ou ne veut pas, seul, s'attaquer à ce gros et difficile calcul. Lalande accepte avec enthousiasme de s'y atteler ; il habite alors chez un célèbre horloger parisien, Jean-André Lepaute, dont la femme, Nicole-Reine Lepaute s'intéresse à l'astronomie (et sans doute au jeune Lalande) très activement. Ils passent trois ans à déterminer la distance de la comète, dans son orbite supposée parabolique, aux planètes Jupiter et Saturne. Ils calculent l'effet des perturbations et, le 14 novembre 1758, Clairaut peut annoncer que la comète passera à son périhélie vers la mi-avril 1759, prévision (plus ou moins un mois) plus précise de beaucoup que celle de Halley.

La comète est observée en décembre 1758, et passe à son périhélie le 13 mars 1759. Elle est retardée par rapport à la prévision de Halley, en raison de l'effet perturbateur de Jupiter et de Saturne. Quoi qu'il en soit, ce fut un succès populaire... et le triomphe assuré des théories newtoniennes de la gravitation. Certes, on chercha noise à Clairaut. Son « bon ami » Le Monnier est accusé par Lalande d'être l'auteur de lettres anonymes ; c'est peut-être d'Alembert, un autre « bon ami », qui en est l'auteur.

Ce succès éclatant a assuré la victoire définitive des idées de Newton, mais a aussi assuré la célébrité de Halley, plus que de Clairaut, de Lalande ou de Mme Lepaute ! Il n'en reste pas moins que Clairaut, comme d'Alembert, fut un mathématicien phare, ouvert à toutes les applications des mathématiques, et dont l'influence, parfois méconnue, est considérable. ■