LES JUMEAUX DE LANGEVIN : AU RYTHME DES CŒURS

INTRODUCTION

La plupart des difficultés que l'on a avec le voyageur de Langevin provient de l'oubli que l'on fait à propos du nombre de référentiels à considérer. Il n'y en a pas deux, celui du terrien et celui du voyageur, mais trois, celui du terrien (R), celui aller du voyageur (R') et celui retour du voyageur (R"). Il faut alors raisonner pas à pas en tenant compte de cette multiplicité des repères. Voyons comment çà se passe en terme de battements de cœur.

Admettons qu'en temps propre la période de battement du cœur des deux jumeaux soit la même et vaille T_0. Pour matérialiser ces battements considérons que chacun des jumeaux émet un flash lumineux pour chacun d'entre eux.

POINT DE VUE DU JUMEAU TERRIEN

Pour le terrien, le voyage aller/retour de son frère a duré un temps t (mesuré sur l'horloge du terrien donc) et il constate que sa propre source a émis N_T flashs tel que l'on ait :

$$N_T = \frac{t}{T_0}$$

Comment voit-il les flashs de son frère voyageur ? Dans le repère (R') ou (R") du voyageur la période (temps propre) des battements du cœur est T_0 mais, pour celui resté sur Terre (repère (R)), la période du signal reçu est changée par effet Doppler.

Elle est à l'aller[1] :

$$T_A = \sqrt{\frac{1+\frac{v}{c}}{1-\frac{v}{c}}}.T_0 \quad = \quad \sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}}.T_0$$

Elle est au retour :

$$T_R = \sqrt{\frac{1-\frac{v}{c}}{1+\frac{v}{c}}}.T_0 \quad = \quad \sqrt{\frac{1-\beta}{1+\beta}}.T_0$$

Mais il faut tenir compte également du fait que le terrien ne voit pas ces signaux, avec chacune des périodes calculées ci dessus, pendant le même temps t/2 chacune. Il perçoit les flashs de période T_A pendant t/2 auquel s'ajoute le temps nécessaire à la lumière pour lui parvenir depuis le lieu du demi-tour. Pour le terrien le voyage aller a duré t/2 avec la vitesse v. Ce point

---

[1] On utilise ici la notation classique $\beta = v/c$

où a lieu le demi-tour est donc situé à une distance v.t/2 et pour parcourir cette distance il faudra à la lumière un temps v.t/2c.

Le terrien perçoit donc cette période T_A pendant une durée t_A = t/2 + v.t/2c. Pour la période T_R ce temps est t_R = t/2 - v.t/2c. On écrit alors ces durées t_A et t_R :

$$t_A = (1+\frac{v}{c}).\frac{t}{2} = (1+\beta).\frac{t}{2}$$

$$t_R = (1-\beta).\frac{t}{2} = (1-\beta).\frac{t}{2}$$

Les nombres N_A et N_R de battements de cœur du voyageur perçut par le terrien à l'aller et au retour sont alors :

$$N_A = \frac{t_A}{T_A} = \frac{(1+\beta).\frac{t}{2}}{\sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}}.T_0} = \sqrt{(1-\beta^2)}.\frac{t}{2T_0}$$

$$N_R = \frac{t_R}{T_R} = \frac{(1-\beta).\frac{t}{2}}{\sqrt{\frac{1-\beta}{1+\beta}}.T_0} = \sqrt{(1-\beta^2)}.\frac{t}{2T_0}$$

Pour avoir le nombre total N_V de battements de cœur du voyageur mesuré par le terrien on ajoute le nombre N_A et le nombre N_R avec :

$$N_V = N_A + N_R = \sqrt{(1-\beta^2)}.\frac{t}{T_0}$$

<u>POINT DE VUE DU JUMEAU VOYAGEUR</u>

Regardons les choses depuis le point de vue du voyageur comptant les battements de son propre cœur et ceux du terrien. Le premier mesure sur son horloge, pour la durée totale de son voyage, une durée t' telle que (formule de dilatation des temps avec t' temps propre du voyageur et t temps impropre) :

$$t' = \sqrt{(1-\beta^2)}.t$$

Il est donc d'accord avec son frère terrien car son cœur a battu un nombre de fois N'_V tel que :

$$N'_V = \frac{t'}{T_0} = \sqrt{(1-\beta^2)}.\frac{t}{T_0} = N_V$$

Pour lui le nombre de fois qu'a battu le cœur de son frère terrien est déterminé par ses observations : du fait de l'effet Doppler, il leur affecte une période T'_A à l'aller et T'_R au retour , telles que :

$$T'_A = \sqrt{\frac{1+\frac{v}{c}}{1-\frac{v}{c}}}.T_0 \quad = \quad \sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}}.T_0$$

$$T'_R = \sqrt{\frac{1-\frac{v}{c}}{1+\frac{v}{c}}}.T_0 \quad = \quad \sqrt{\frac{1-\beta}{1+\beta}}.T_0$$

Il les reçoit pendant la durée t'/2 pour l'aller et t'/2 pour le retour. On a donc un nombre de battements de cœur N'_A et N'_R du terrien mesurés par le voyageur qui ont pour valeurs :

$$N'_A = \frac{t'}{2.T'_A} = \frac{\sqrt{(1-\beta^2)}.t}{2.\sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}}.T_0} = (1-\beta).\frac{t}{2T_0}$$

$$N'_R = \frac{t'}{T'_R} = \frac{\sqrt{(1-\beta^2)}.\frac{t'}{2}}{\sqrt{\frac{1-\beta}{1+\beta}}.T_0} = (1+\beta).\frac{t}{2T_0}$$

On a ensuite pour le nombre de battements de cœur du terrien mesuré par le voyageur :

$$N'_T = N'_A + N'_R = (1-\beta).\frac{t}{2T_0} + (1+\beta).\frac{t}{2T_0} = \frac{t}{T_0} = N_T$$

<u>CONCLUSION</u>

On constate donc que :

- le voyageur et le terrien sont d’accord sur le nombre de battements de cœur personnel et sur celui de son jumeau.
- Le nombre de battements de cœur enregistrés pendant l’aller / retour du voyageur sont différents pour le jumeau resté sur Terre et celui ayant fait le voyage.

Pierre MAGNIEN
10 septembre 2012