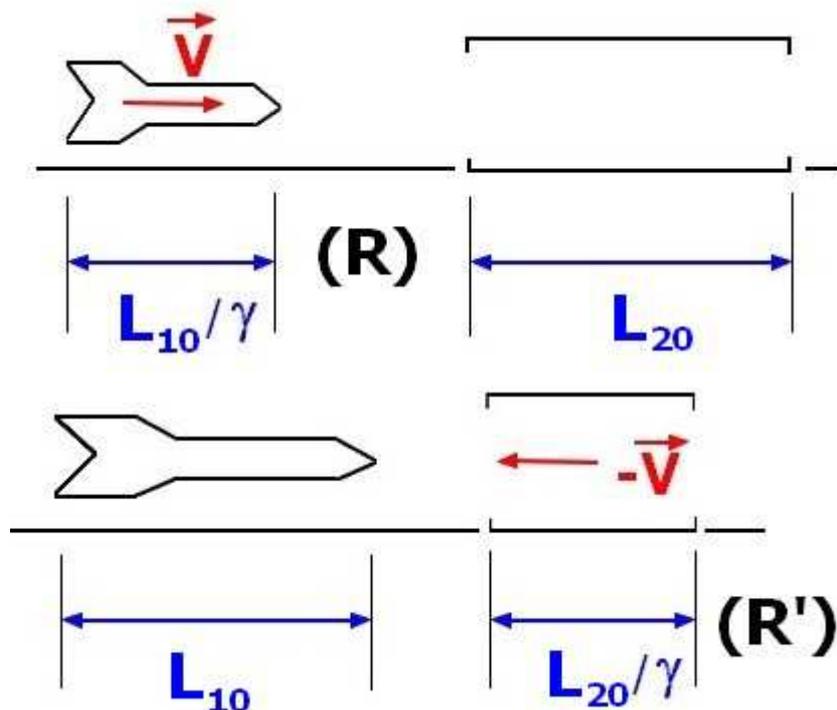


RELATIVITE RESTREINTE : LE « PARADOXE » DU VEHICULE ET DU HANGAR

1. Introduction

La relativité restreinte (RR par la suite), donne lieu à de nombreux pseudo-paradoxes parmi lesquels celui du voyageur de Langevin est le plus connu. Il y en a d'autres dont celui que nous allons étudier ici. Son élucidation permettra de mieux comprendre la mise en œuvre de cette théorie peu intuitive et dont beaucoup de difficultés d'assimilation proviennent d'une mauvaise maîtrise de ses concepts de base et d'une conduite mal assurée des raisonnements nécessaires.

Considérons un véhicule – une fusée par exemple – et un hangar. On suppose que le hangar a une longueur propre L_{20} légèrement plus petite que celle du véhicule L_{10} . De ce fait, lorsque le véhicule et le hangar sont en repos relatif, on ne peut pas fermer simultanément les deux portes du hangar. Est-il cependant possible de le faire lorsque les deux systèmes sont en mouvement relatif à la vitesse \mathbf{V} ?



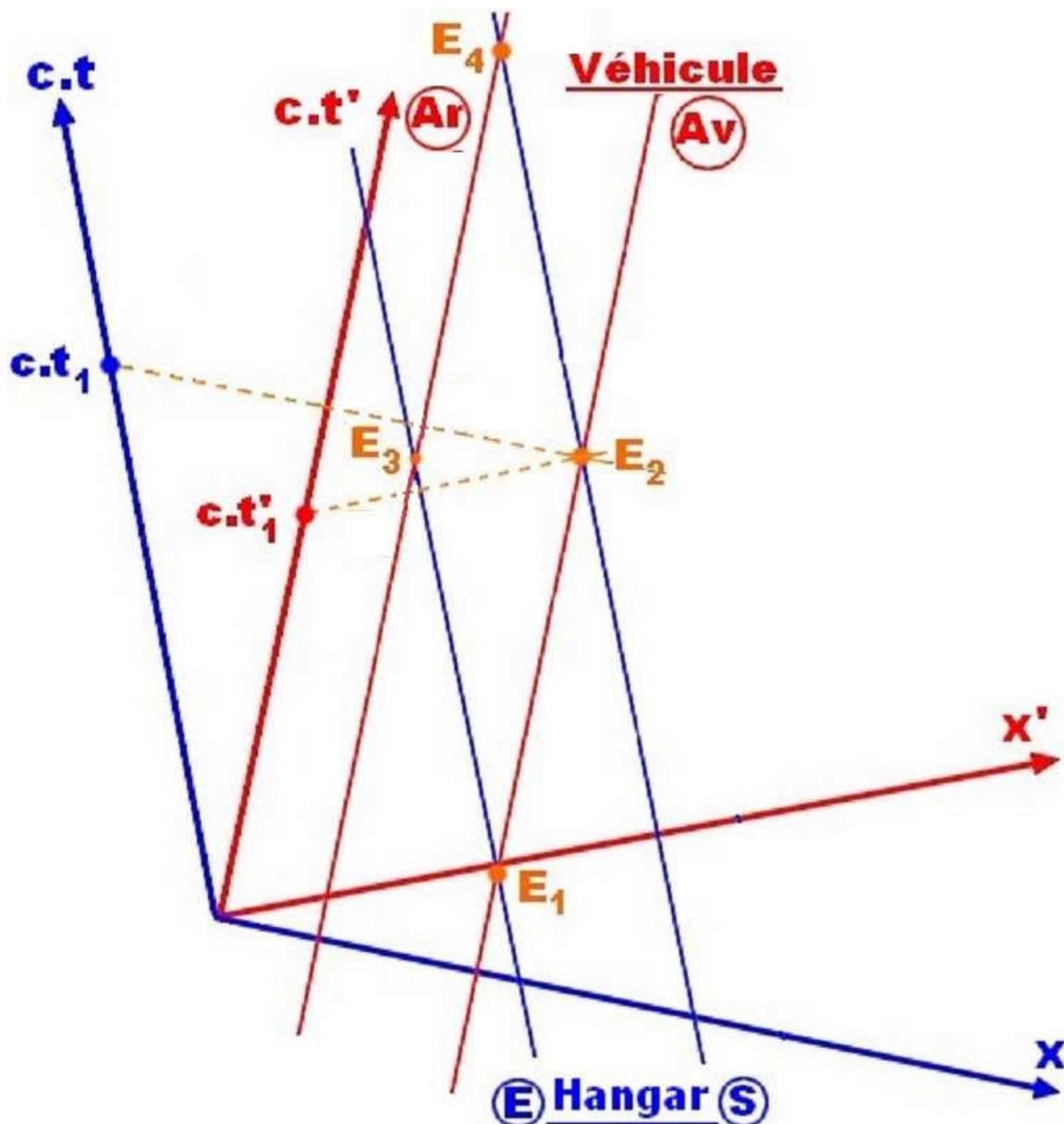
Ceci constitue notre paradoxe et le schéma ci-dessus illustre la situation sur laquelle nous allons travailler.

2. Construction d'un diagramme espace-temps du problème

On considère que le véhicule est au repos dans un référentiel (R') et que le hangar l'est dans un référentiel (R). On peut maintenant définir plusieurs événements caractéristiques que l'on va chercher à placer dans un diagramme espace-temps de Loedel :

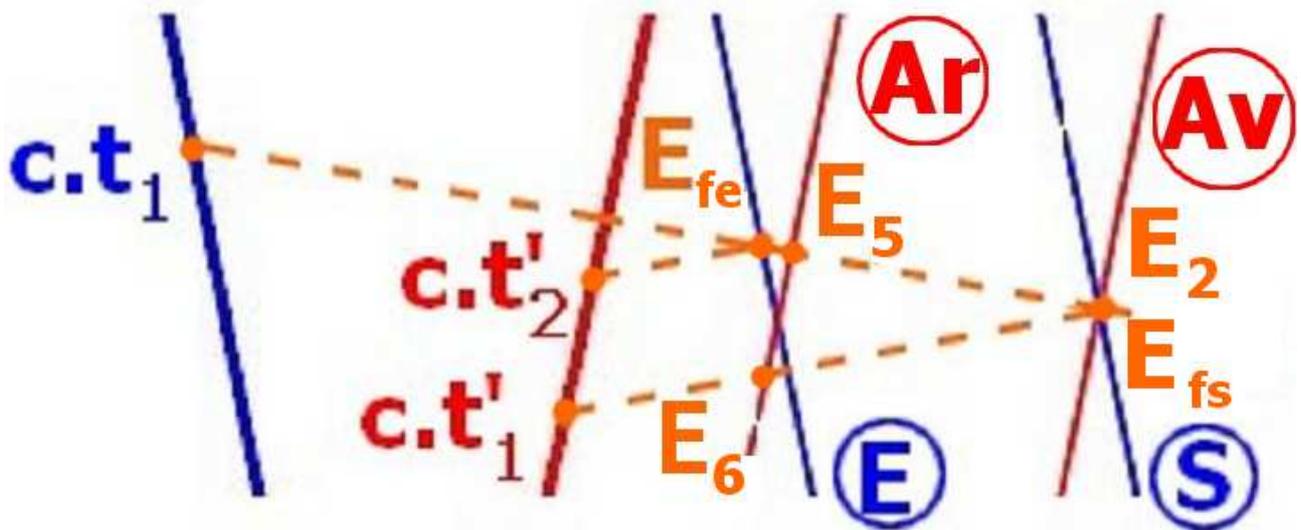
- E_1 : l'avant du véhicule coïncide avec l'entrée du hangar. Ceci correspond à l'intersection de la ligne d'univers (Av) de l'avant du véhicule et de celle (E) de l'entrée du hangar.
- E_2 : l'avant du véhicule coïncide avec la sortie du hangar. Ceci correspond à l'intersection de la ligne d'univers (Av) de l'avant du véhicule et de celle (S) de la sortie du hangar.
- E_3 : l'arrière du véhicule coïncide avec l'entrée du hangar. Ceci correspond à l'intersection de la ligne d'univers (Ar) de l'arrière du véhicule et de celle (E) de l'entrée du hangar.
- E_4 : l'arrière du véhicule coïncide avec la sortie du hangar. Ceci correspond à l'intersection de la ligne d'univers (Ar) de l'arrière du véhicule et de celle (S) de la sortie du hangar.

Le diagramme est donc le suivant :



Supposons que l'observateur de **(R)** chargé de fermer simultanément les deux portes du hangar le fasse à l'instant t_1 où l'avant du véhicule est, pour lui, à la hauteur de la sortie du hangar. Cet instant correspond à la coordonnée temporelle de l'événement E_2 . Dans le référentiel **(R')** du véhicule cet instant de la fermeture de la porte de sortie E_{fs} a pour valeur t'_1 .

Sur le détail suivant du diagramme on peut voir que si, dans **(R)**, l'événement E_{fs} « fermeture de la sortie » qui a lieu en E_2 est simultané avec l'événement E_{fe} « fermeture de l'entrée » à l'instant t_1 il n'en est pas de même dans le référentiel **(R')** ; dans ce dernier, l'événement « fermeture de la sortie » E_2 se déroule en t'_1 alors que l'événement E_{fe} « fermeture de l'entrée » a lieu à l'instant t'_2 qui est postérieur à t'_1 .



Les coordonnées de E_2 et de E_{fe} sont données dans chacun des référentiels par les expressions suivantes.

Dans **(R)** :

$$E_f \begin{bmatrix} x \\ t_1 \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad E_2 \begin{bmatrix} x + L_{20} \\ t_1 \end{bmatrix}$$

Dans **(R')** :

$$E_{fe} \begin{bmatrix} x' \\ t'_1 \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad E_2 \begin{bmatrix} x' + \frac{L_{20}}{\gamma} \\ t'_2 \end{bmatrix}$$

On retrouve ici une des propriétés centrales de la RR : la relativité de la simultanéité qui est la clé explicative de notre « paradoxe ». Si dans **(R)** les deux portes du hangar sont fermées simultanément il n'en est pas de même dans **(R')**, référentiel dans lequel la porte de sortie est fermée **AVANT** celle de l'entrée.

Pour étudier cela plus en détail, intéressons nous aux événements E_5 et E_6 .

- E_5 : dans **(R)** l'arrière du véhicule occupe une certaine position à l'instant t_1 correspondant à la fermeture simultanée des deux portes, E_{fs} et E_{fe} . Ceci correspond à l'intersection de la ligne d'univers (Ar) de l'arrière du véhicule et de la ligne $ct = ct_1$. Pour un observateur au repos dans **(R)** le véhicule occupe à t_1 le segment E_5E_2 situé à l'intérieur de l'espace occupé par le hangar. Donc, dans le référentiel **(R)**, le véhicule tient entièrement dans le hangar à l'instant où l'on ferme les deux portes.
- E_6 : dans **(R')** l'arrière du véhicule occupe une certaine position à l'instant t'_1 où est fermée la porte (S) de sortie (événement E_{fs}). Ceci correspond à l'intersection de la ligne d'univers (Ar) de l'arrière du véhicule et de la ligne $ct' = ct'_1$. Pour un observateur au repos dans **(R')** – le conducteur du véhicule par exemple – le hangar occupe à t'_1 le segment E_6E_2 **plus petit** que l'espace occupé par le véhicule. Donc, dans le référentiel **(R')**, le véhicule ne tient pas entièrement dans le hangar à l'instant t'_1 . Mais il faut remarquer alors que, lorsque la porte de sortie se ferme en E_{fs} , la porte d'entrée ne l'est pas encore en E_{fe} .

3. Conclusion

Là encore la solution du « paradoxe » réside dans un enchaînement rigoureux et précis du raisonnement dans les deux référentiels concernés. On aurait pu bien évidemment le résoudre en passant par la transformation de Lorentz mais le tracé d'un diagramme d'espace-temps a pour avantage de permettre une visualisation plus parlante des intervalles spatio-temporels et de repérer clairement la succession des événements dans chacun des référentiels. De cette façon on peut sans difficulté constater la relativité de la simultanéité.

Pierre MAGNIEN