ANNEXE 1 : le muon

Découverte

Le muon a été découvert de façon expérimentale en 1937 par **Carl Anderson** (1905 / 1991) dans le rayonnement cosmique. C'est une des premières particules élémentaires découvertes, après l'électron en 1897 par **Joseph John Thomson** (1856 / 1940), le proton en en 1919 par **Ernest Rutherford** (1871 / 1937) et le neutron en 1932 par **James Chadwick** (1891 / 1974). On l'a tout d'abord pris pour le méson π (maintenant appelé pion), à peine plus lourd, et responsable de la force d'interaction forte entre protons et neutrons et dont l'existence avait été prédite par **Hideki Yukawa** (1907 / 1981) en 1935. Cette confusion dura une dizaine d'années mais on s'aperçut progressivement que la particule découverte n'interagissait pas avec les protons et les neutrons. On comprit qu'elle était en fait de nature très différente lorsqu'on découvrit en 1947 la particule prévue par Yukawa et reçut alors le nom de muon.

Propriétés et formation

Son existence n'avait pas été prédite par la théorie : sa mise en évidence était le fruit du hasard mais il était normal qu'on ait pu le faire bien avant la plupart des autres particules élémentaires instables, car sa durée de vie (de l'ordre de la microseconde) est assez longue pour qu'il parcourt souvent plusieurs centaines de mètres avant de se désintégrer.

Il s'agit en réalité d'une sorte d'électron lourd noté $\mu^{\pm}$ et appartenant, dans la terminologie moderne du modèle standard, à la famille des leptons. Ce sont des particules élémentaires de spin demi – entier (fermions) qui sont insensibles à l'interaction forte mais sensibles à l'interaction faible et, pour les leptons chargés, à l'interaction électromagnétique. Comme indiqué dans le tableau ci dessous, il y a douze leptons, correspondant à six particules de matière et six d'antimatière.

Nom	**Symbole**	**Charge (e)**	**Durée de vie[1] (µs)**	**Masse**
électron/positron	e^+ / e^-	-1/+1	stable	0,511 MeV/c^2
Muon positif/négatif	μ^+ / μ^-	**-1/+1**	**2,2**	**105,7 MeV/c^2**
Tauon positif/négatif	τ^+ / τ^-	-1/+1	$2{,}8\times10^{-7}$	1777 MeV/c^2
neutrino/antineutrino électronique	ν_e / $\overline{\nu}_e$	0	stable	< 2,5 eV/c^2
neutrino/antineutrino muonique	ν_μ / $\overline{\nu}_\mu$	0	stable	< 170 keV/c^2
neutrino/antineutrino tauonique	ν_τ / $\overline{\nu}_\tau$	0	stable	< 18 MeV/c^2

Les muons sont en général créés à des altitudes de l'ordre de 30 km. Un muon se déplaçant à une vitesse proche de celle de la lumière devrait mettre environ 100 µs pour atteindre le niveau de la mer, 30 km au-dessous. Mais le muon, en moyenne, ne vit que quelques µs, durée plusieurs dizaines de fois plus petite que le temps qu'il faut pour atteindre le sol. Alors, comment ces particules font-elles pour parvenir jusqu'à l'altitude zéro ?

Le processus de désintégration est intrinsèquement aléatoire: nous ne pouvons pas prédire la durée de vie d'un muon donné. La probabilité qu'a

[1] Il s'agit ici de la durée de vie dans un repère où la particule est au repos.

un muon de se désintègre à un moment donné est indépendante de l'instant où il a été créé. La seule chose que nous pouvons calculer est la durée de vie moyenne du muon, τ, qui est la moyenne calculée à partir des durées de vie de nombreux muons pris dans un grand échantillon.
La probabilité par unité de temps qu'un muon particulier se désintègre est donné par le taux de décroissance λ :

$$\lambda = \frac{1}{\tau}$$

La probabilité qu'un muon donné vive une durée t décroît exponentiellement avec le temps :

$$P(t) = e^{\frac{-t}{\tau}}$$

Utilisation pédagogique

Ces expériences sur les rayons cosmiques ont été une source fructueuse d'idées pour des expériences éducatives relatives aux propriétés fondamentales de ce rayonnement. Beaucoup d'entre elles peuvent être reproduites avec un système simple de détection constituant un dispositif de qualité pour des activités d'enseignement.

Les liens suivants donnent des exemples de réalisation et d'utilisation de détecteurs de rayons cosmiques :

- détecteur de rayonnement cosmique CosmoDCL : http://ch.lagoute.free.fr/CosmoDCL
- la roue cosmique : opération « Cosmos à l'Ecole » : http://www.sciencesalecole.org/nos-actions-didactiques/cosmos-a-lecole.html
- Berkeley Lab Cosmic Ray Detector http://cosmic.lbl.gov/

ANNEXE 2 : relation entre l'énergie cinétique et le facteur γ

Rappelons que, en notation abrégée, nous avons :

$$\beta = \frac{v}{c} \quad \textit{avec } v = \textit{vitesse relative du repère (R) par rapport à (R')}$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \quad \textit{facteur de Lorentz}$$

Considérons une particule au repos, de masse m_0 et soumise à une force $\vec{F}$ constante en grandeur et direction. Soit W le travail de cette force à l'instant t, date à laquelle la particule a atteint la vitesse[2] v. Evaluons auparavant le travail élémentaire dW entre t et t + dt :

$$dW = \vec{F}.d\vec{l} = \vec{F}.\vec{v}.dt = F.v.dt$$ le mouvement étant rectiligne

De même nous pouvons écrire

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} \Rightarrow F = \frac{dp}{dt}$$

$$dW = \frac{dp}{dt}.v.dt = v.dp$$

Intégrons dW entre t= 0 et t sachant que v.dp = d(p.v) – p.dv :

$$W = \int_0^t v.dp = [\,p.v\,]_0^t - \int_0^t p.dv$$

A l'instant initial nous avons m = m_0, v = 0 et p = 0.

A l'instant t : $$p = \frac{m_0.v}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

Donc :

$$W = \frac{m_0.v^2}{\sqrt{1-\beta^2}} - \int_0^t \frac{m_0.v.dv}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

Sachant que : $$v.dv = \frac{1}{2}.d(v^2)$$

Nous pouvons écrire : $$v.dv = -\frac{c^2}{2}d\left(\frac{-v^2}{c^2}\right)$$

---

[2] Pour simplifier l'écrire on a noté, dans les calculs, v pour v(t), p pour p(t), W pour W(t) et E_c pour $E_c(t)$

Finalement :

$$W = \frac{m_0.v^2}{\sqrt{1-\beta^2}} + m_0.c^2 \int_0^v \frac{d(-\frac{v^2}{c^2})}{2\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \frac{m_0.v^2}{\sqrt{1-\beta^2}} + m_0.c^2.[\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}]_0^v$$

$$W = \frac{m_0.v^2}{\sqrt{1-\beta^2}} + m_0.c^2.(\sqrt{1-\beta^2} - 1)$$

$$= m_0.c^2.[\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} + \frac{\frac{v^2}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}]$$

$$= m_0.c^2.[\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} - 1] \qquad \Rightarrow \quad W = \frac{m_0.c^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} - m_0.c^2$$

Si la force $\vec{F}$ est la seule à s'exercer sur la particule, ce travail est égal à l'énergie cinétique E_c emmagasinée par cette dernière. On a alors :

$$W = E_c$$

Vérifions que cette expression se ramène à son écriture classique dans le domaine des vitesses v << c.

$$E_c = m_0.c^2.[\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} - 1] \approx m_0.c^2.[1 + \frac{v^2}{2.c^2} - 1] = \frac{1}{2}.m_0.v^2$$

En dynamique relativiste, E_c est donc une différence formée de deux termes :

$$E_c = E_v - E_0 \quad avec :$$

$$E_v = \frac{m_0.c^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \gamma.m_0.c^2$$

$$E_0 = m_0.c^2$$

On aboutit finalement à l'expression :

$$\boxed{E_c = \gamma . m_0 . c^2 - m_0 . c^2 = (\gamma - 1) . m_0 . c^2}$$

Le joule étant une unité d'énergie beaucoup trop grande, on a l'habitude d'utiliser, dans le domaine subatomique, l'électron-volt (eV). Il correspond à l'énergie cinétique acquise par une particule de charge unitaire ($1,6.10^{-19}$ C) accélérée sous une différence de potentiel de 1 V. On a donc l'équivalence suivante :

1 eV = $1,6.10^{-19}$ J

Pour une même énergie cinétique de 1000 MeV calculons le facteur γ pour différentes particules :

Particule	**Masse au repos (MeV/c^2)**	**β**	**γ**
Proton	938,27	0,87	2,1
Electron	0,511	0,99999987	1960
Pions	139,6	0,992	8,2
Muons	105,7	0,995	10,5

Pour l'expérience de Frisch et Smith les deux première particules ne conviennent pas car leur stabilité nous interdit de les utiliser comme horloge. Les deux suivantes sont instables et peuvent donc prétendre toutes les deux à ce rôle, et ceci d'autant plus facilement que leur facteur γ, pour une même énergie cinétique, est assez important et d'une valeur voisine. Cependant la durée de vie du pion, aussi bien positif que négatif, est cent fois plus faible que celle du muon qui est donc un candidat beaucoup plus intéressant expérimentalement.

ANNEXE 3 : Absorption d'énergie par le milieu traversé

Les particules chargées, lors de la traversée de milieux matériels, interagissent avec les électrons du milieu. Dans un milieu donné, l'interaction entre la particule incidente de charge z.e et un électron du milieu est l'interaction coulombienne. La force subie est alors de la forme :

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{ze^2}{d^2}$$

Cette interaction va être à l'origine d'un transfert de quantité de mouvement et d'énergie cinétique entre la particule incidente et les électrons[3] des atomes du milieu traversé. En fait la perte d'énergie par unité de longueur de matériau traversé est proportionnelle à $(z/v)^2$ avec z et v, respectivement, la charge et la vitesse de la particule incidente. Cette expression est la forme simplifiée de la loi de Bethe et Bloch, déterminée dans un cadre relativiste.

Elle exprime cette perte d'énergie – diminution de l'énergie de la particule en fonction de la distance parcourue dans le milieu traversé - et représente le facteur d'arrêt linéique[4] $S_L = [-dE/dx]$ dont l'expression, dans un système d'unités explicité ci dessous, a l'allure suivante dans le cas de particules de basse énergie, c'est à dire pour lesquelles on a $2\gamma.M/m_e \ll 1$ (M : masse de la particule incidente):

$$S_L = -\frac{dE}{dx} = 0{,}3071.\frac{z^2 Z}{A\beta^2}.\rho\left[ln\left(\frac{2m_e\beta^2}{\bar{I}}\gamma^2\right) - \beta^2 - \delta\right]$$

Avec:

S_L : facteur d'arrêt linéique en $MeV.cm^{-1}$

z : nombre de charges élémentaires portées par la particule incidente

e : charge de l'électron

m_e : masse de l'électron et égale à 511 keV

Z : numéro atomique du matériau absorbant

A : masse atomique du matériau absorbant

ρ : masse volumique du matériau absorbant

$\bar{I}$: énergie moyenne d'ionisation : on a approximativement $\bar{I} \approx 16.Z^{0,9}$ eV

β : rapport v/c entre la vitesse de la particule et celle de la lumière dans le vide

γ : facteur de Lorentz $[(1-\beta^2)^{-1/2}]$

---

[3] Les noyaux atomiques, beaucoup plus lourds, ne sont pratiquement pas concernés par ce transfert

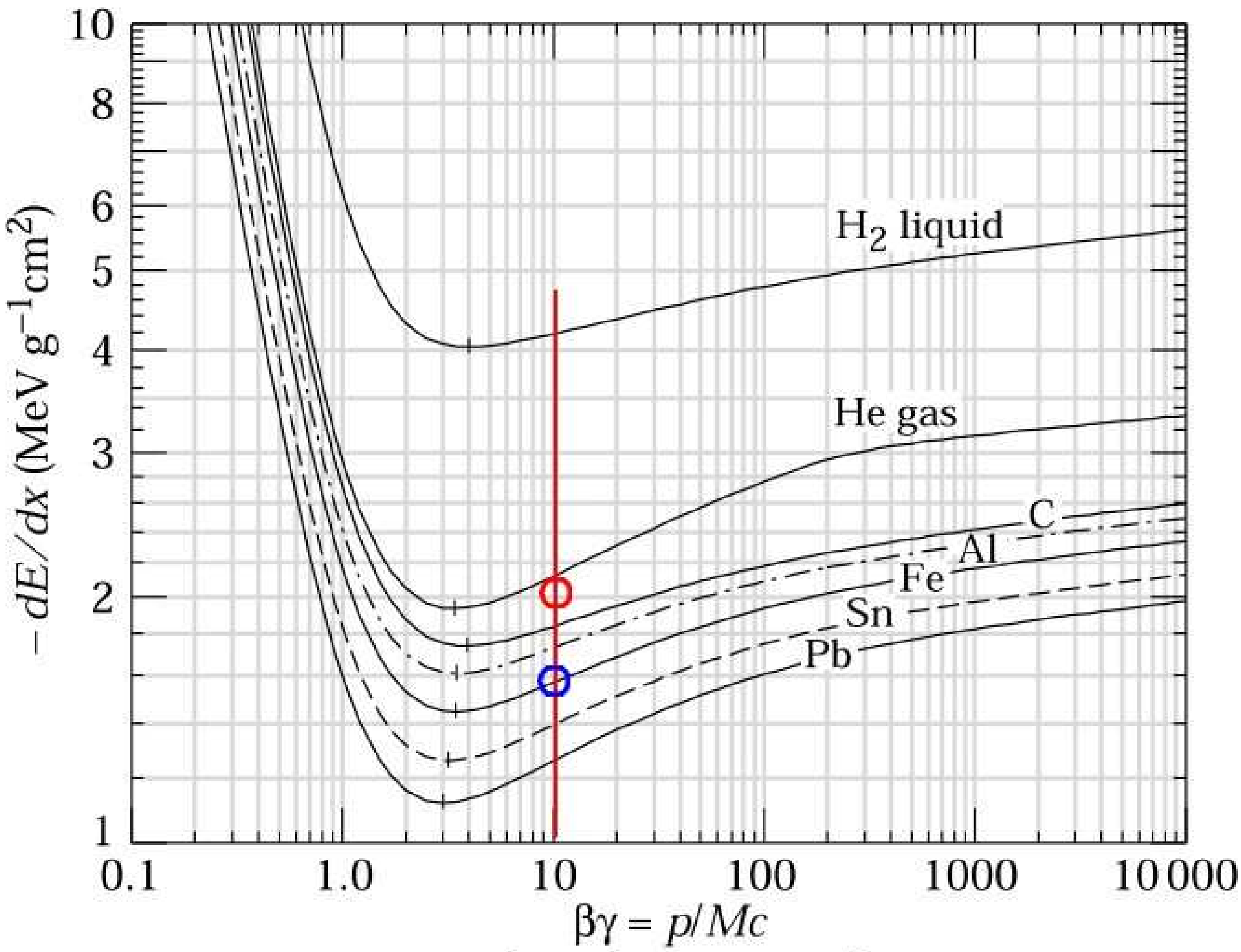
[4] Il s'agit de la perte d'énergie moyenne par unité de longueur de parcours

δ : Ce terme prend en compte différents facteurs correctifs comme l'effet de couche ou la densité apparente du milieu.

S_L se mesurant en $MeV.cm^{-1}$, on rencontre également le pouvoir d'arrêt massique $S_M = S_L/\rho$ qui s'exprime alors en $MeV.g^{-1}.cm^2$.

$$S_M = -\frac{1}{\rho}\frac{dE}{dx} = 0{,}3071.\frac{z^2 Z}{A\beta^2}\left[ln\left(\frac{2m_e\beta^2}{\bar{I}}\gamma^2\right) - \beta^2 - \delta\right]$$

Cette formule est illustrée pour différents matériaux sur la figure suivante représentant le pouvoir d'arrêt massique en fonction du facteur βγ.



Energie moyenne déposée dans différentes substances en fonction de la vitesse de la particule.

On voit que la courbe passe par un minimum pour un facteur d'arrêt pratiquement indépendant du matériau absorbant et qui se situe entre 1 et 2 $MeV.g^{-1}.cm^2$ pour une valeur de $\beta\gamma \approx 3$.

Dans l'expérience sur les muons réalisée par Frisch et Smith, on utilise ces données pour :

- Evaluer l’absorption du matériau permettant de sélectionner une zone étroite dans le spectre des vitesses (zone bleue pour le fer)
- Estimer la perte d’énergie dans la traversée de l’atmosphère (zone rouge)
- Vérifier que le pouvoir absorbant de l’air est un peu supérieur à celui du fer – pour une même masse de la colonne de matériau de 1 cm^2 de section – comme cela est indiqué dans l’article de l’**AJP**.

En altitude les deux chercheurs ont sélectionné une bande de vitesses des muons étudiés entre 0,9950c et 0,9954c avec une valeur moyenne de 0,9952c. On a donc, avec β = 0,9952 et γ = 10,22, $\beta\gamma$ = 10,17. Le sélecteur étant une certaine épaisseur de fer, cette dernière doit être suffisante pour amener la vitesse d’un muon d’un valeur de 0,9952c à l’entrée, à une valeur très faible à la sortie pour que sa désintégration se fasse au repos dans le scintillateur plastique situé au dessous.