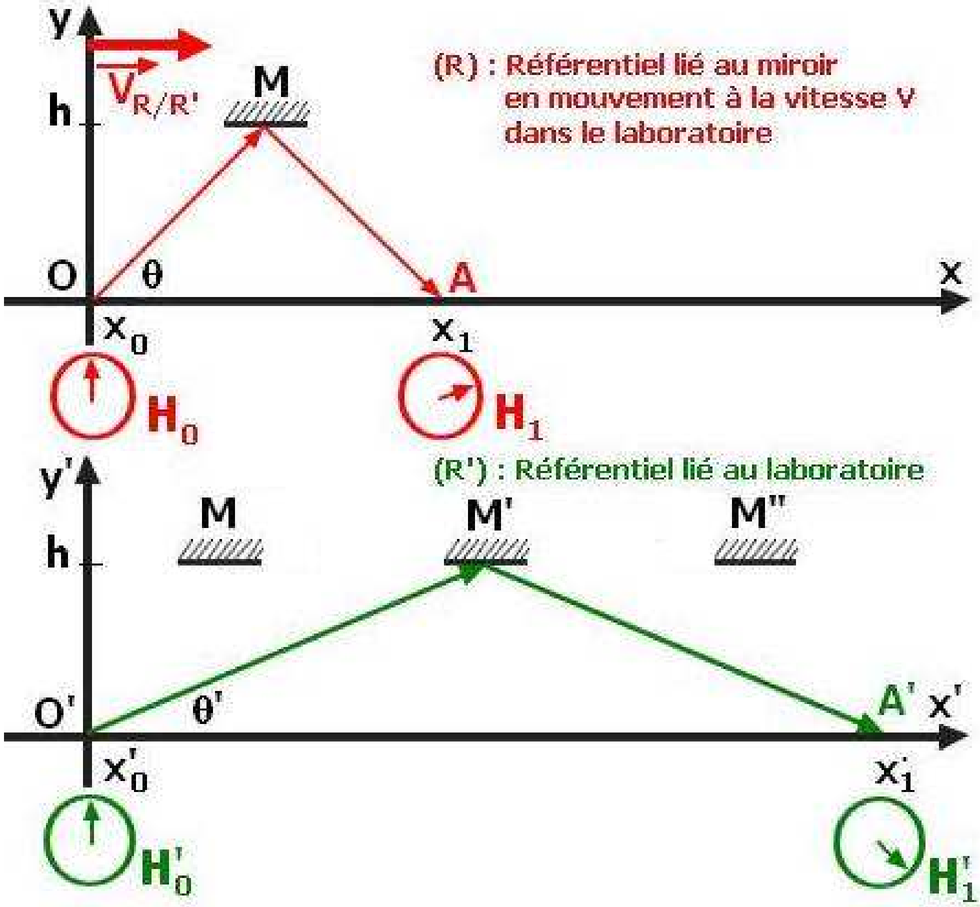
LE MIROIR ET LE PHOTON

Énoncé du problème

On considère un miroir dont le plan est parallèle à Ox et sur lequel on « tire », depuis l'origine du repère (O,x,y) lié au référentiel de repos **(R)** du miroir, un photon avec une direction de visée inclinée qui n'est donc pas perpendiculaire au plan du miroir comme, par exemple, dans l'horloge à photon. La figure ci dessous illustre notre étude. Le miroir se déplace dans le référentiel **(R')** du laboratoire avec la vitesse $\vec{V}$. L'angle de tir est θ dans le référentiel **(R)** et θ' dans celui du laboratoire[1].



Les horloges H_0 et H'_0 sont mises à zéro à l'instant où les origines O et O' sont confondues et marquent donc $t_0 = t'_0 = 0$.

L'événement E_0 « ***photon partant de l'émetteur*** » se produit au point d'abscisse x_0 pour **(R)** et x'_0 pour **(R')** aux instants t_0 et t'_0 avec :

$$(R) \quad \begin{array}{l} x_0 = 0 \\ t_0 = 0 \end{array}$$

$$(R') \quad \begin{array}{l} x'_0 = 0 \\ t'_0 = 0 \end{array}$$

L'événement E_1 « ***photon arrivant dans le récepteur après réflexion sur***

[1] Pour ne pas surcharger les deux premiers schémas l'axe Oy de (R) n'est dessiné qu'à l'instant t = t' = 0. Il en est de même sur le troisième schéma pour l'axe O'y' de (R')

M » se produit au point d'abscisse x_1 pour **(R)** et x'_1 pour **(R')** aux instants t_1 et t'_1.

$$(\boldsymbol{R}) \quad \begin{array}{l} \boldsymbol{x}_1 = 2\boldsymbol{l} \\ \boldsymbol{t}_1 \end{array}$$

$$(\boldsymbol{R}') \quad \begin{array}{l} \boldsymbol{x}'_1 = 2\boldsymbol{l}' \\ \boldsymbol{t}'_1 \end{array}$$

Nous avons donc :

$$\begin{array}{lcl} \boldsymbol{x}_1 - \boldsymbol{x}_0 = \Delta\boldsymbol{x} = 2\boldsymbol{l} & & \boldsymbol{t}_1 - \boldsymbol{t}_0 = \Delta\boldsymbol{t} \\ & \text{et} & \\ \boldsymbol{x}'_1 - \boldsymbol{x}'_0 = \Delta\boldsymbol{x}' = 2\boldsymbol{l}' & & \boldsymbol{t}'_1 - \boldsymbol{t}'_0 = \Delta\boldsymbol{t}' \end{array}$$

Analyse de la situation dans les deux référentiels

Dans **(R)** nous pouvons écrire[2] :

$$\Delta\boldsymbol{t} = (\boldsymbol{OM} + \boldsymbol{MA})/\boldsymbol{c} = 2\boldsymbol{OM}/\boldsymbol{c} = 2\boldsymbol{h}/\boldsymbol{c}.\sin(\theta)$$

Mesuré par deux horloges cet intervalle de temps est donc du type **impropre**.

Dans **(R')** nous pouvons écrire :

$$\Delta\boldsymbol{t}' = (\boldsymbol{O'M'} + \boldsymbol{M'A'})/\boldsymbol{c} = 2\boldsymbol{O'M'}/\boldsymbol{c} = 2\boldsymbol{h}/\boldsymbol{c}.\sin(\theta')$$

La loi de composition des vitesses relativistes nous permet d'exprimer $\sin(\theta')$ en fonction de $\sin(\theta)$:

$$\sin(\theta') = \frac{\sin(\theta).\sqrt{(1-\beta^2)}}{1+\beta.\cos(\theta)} = \frac{\sin(\theta)}{1+\beta.\cos(\theta)}.\frac{1}{\gamma}$$

On a alors :

$$\Delta\boldsymbol{t}' = \gamma.\frac{2\boldsymbol{h}}{\boldsymbol{c}.\sin(\theta)}.(1+\beta.\cos(\theta)) = \gamma.\Delta\boldsymbol{t}.(1+\beta.\cos(\theta))$$

Cet intervalle de temps est également du type **impropre**. Ce résultat est différent de la relation $\Delta\boldsymbol{t}' = \gamma.\Delta\boldsymbol{t}$ existant, pour deux événements, entre l'intervalle de temps propre et l'intervalle de temps impropre correspondant. Ceci est normal car aucune de ces deux quantités n'est mesurée par une seule horloge comme cela doit être le cas pour un intervalle de temps propre.

Pour avoir $\Delta\boldsymbol{t}' = \gamma.\Delta\boldsymbol{t}$ il est nécessaire que $(1+\beta.\cos(\theta)) = 1$. Pour résoudre cette équation en θ nous devons avoir $\beta.\cos(\theta) = 0 \quad \Rightarrow \quad \theta = \pi/2$. Il s'agit du cas « classique » de l'expérience de pensée de l'horloge de lumière pour laquelle le photon est envoyé perpendiculairement au plan du miroir.

Un autre cas intéressant existe également : existe t'il un couple de valeurs (β,θ) tel que l'intervalle de temps $\Delta t'$ puisse être mesuré, dans **(R')**, par une seule horloge ? Pour cela il faudrait que θ' soit égal à $\pi/2$. Recherchons la valeur de β compatible avec cette contrainte.

---

[2] La longueur h, distance du miroir aux axes Ox et O'x', est un invariant de notre étude puisque cette distance est perpendiculaire à la vitesse $\vec{\boldsymbol{V}}$.

La loi relativiste de composition des vitesses nous permet d'obtenir l'expression de cos(θ') en fonction de cos(θ) :

$$\cos(\theta') = \frac{\cos(\theta) + \beta}{1 + \beta.\cos(\theta)}$$

Si θ' = π/2 alors cos(θ') = 0 ⇒ $\cos(\theta) + \beta = 0 \Rightarrow \cos(\theta) = -\beta$

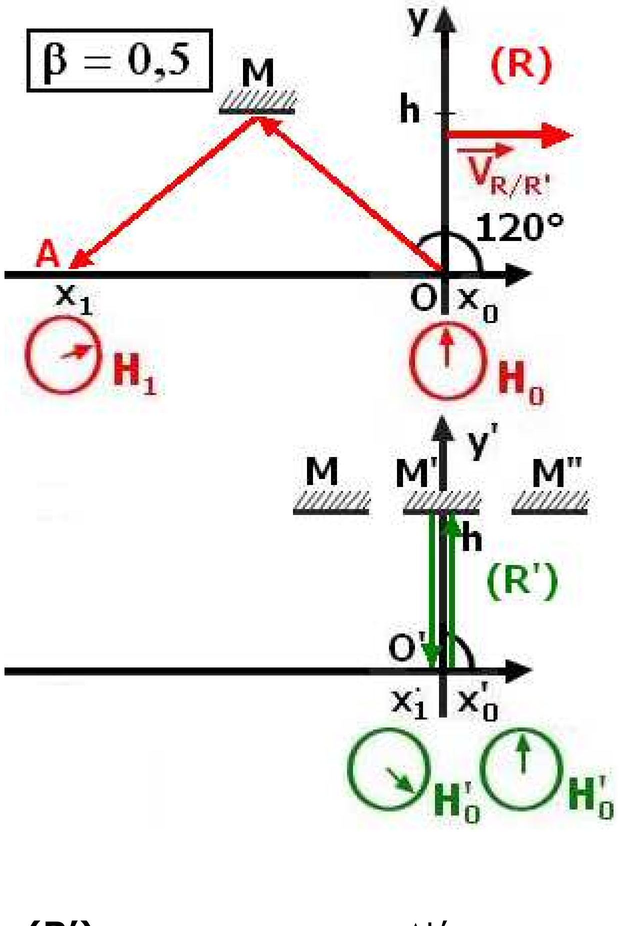
Reprenons l'expression générale que nous avions trouvée précédemment pour Δt' en fonction Δt :

$$\Delta t' = \gamma.\Delta t.(1 + \beta.\cos(\theta))$$

Elle devient, en remplaçant cos(θ) par –β :

$$\Delta t' = \gamma.\Delta t.(1 - \beta^2)$$

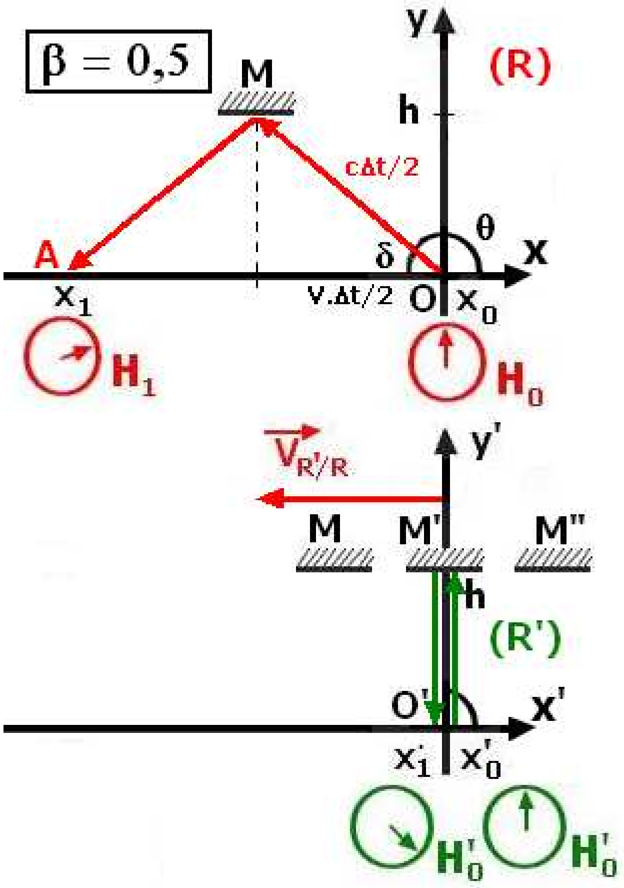
Nous pouvons faire également ici le schéma de l'expérience de pensée pour cette configuration ci en choisissant β = 0,5 et donc θ = 120° :



Dans le référentiel **(R')** nous mesurons Δt' avec une seule horloge H'_0 implantée à l'origine O' du repère et il s'agit donc là d'une intervalle de temps **propre**. Mais ce résultat ne doit pas nous surprendre : nous sommes encore dans le cas « classique », malgré ce que l'on pourrait croire, de l'expérience de pensée de l'horloge de lumière dans laquelle le photon est envoyé selon l'axe des y' qui est perpendiculaire au plan du miroir, ce dernier se déplaçant ici parallèlement à l'axe O'x'.

Montrons le en se plaçant du point de vue du référentiel **(R)** du système (miroir, émetteur, récepteur) et non pas, comme précédemment de celui **(R')** du laboratoire. On a bien sûr :

$$\vec{V}_{R'/R} = -\vec{V}_{R/R'} .$$



Nous avons bien entendu :

$$\cos(\delta) = V.(\Delta t/2)/c.(\Delta t/2) \quad \Rightarrow \quad \cos(\delta) = \beta = 0{,}5 \quad \Rightarrow \quad \delta = 60° \Rightarrow \theta = 120°$$

Nous retrouvons la situation classique de l'horloge de lumière qui respecte – principe fondamental en **RR** – la réciprocité et l'équivalence totale des référentiels, aucun ne pouvant être privilégié par rapport aux autres. La conclusion est toujours la même, quel que soit le référentiel à partir duquel on fait les observations. On peut donc énoncer les deux affirmations suivantes :

- ✓ ***Si on envoie un photon sur un miroir dans une direction faisant un angle de 120° (vers « l'arrière » donc) avec l'axe Ox du repère attaché au référentiel (R) du miroir, la direction du photon à l'aller et au retour observée dans un référentiel (R'), en mouvement relatif par rapport à (R) avec une vitesse telle que β = 0,5, est parallèle à l'axe des y' et perpendiculaire au plan du miroir.***

- ✓ ***Si on envoie un photon sur un miroir dans une direction faisant un angle de 0° (perpendiculaire au plan du miroir) avec l'axe O'x' du repère attaché au référentiel (R') du laboratoire, la direction du photon à l'aller et au retour observée dans un référentiel (R) attaché au miroir et en mouvement relatif par rapport à (R') avec une vitesse telle que β = 0,5, fait un angle de 120° (vers « l'arrière » donc) avec l'axe O'x'.***

Pierre MAGNIEN
25 JUILLET 2017