

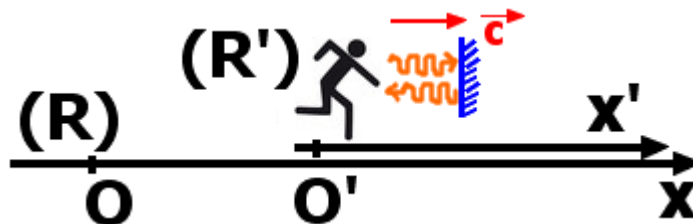
## LE MIROIR D'EINSTEIN

### Énoncé du problème

Dans ses souvenirs, A. Einstein rappelle une idée qui lui était venue alors qu'il avait seize ans (!) : « Si je poursuivais un faisceau lumineux se propageant à une vitesse  $c$ , je verrai un tel faisceau de lumière sous la forme d'une onde immobile d'un champ électromagnétique ». Autrement dit nous aurions affaire à deux champs statiques orthogonaux<sup>1</sup> : un champ électrique et un champ magnétique. D'une manière plus imagée si A. Einstein se déplaçait dans un référentiel à la vitesse de la lumière en tenant devant lui un miroir il ne verrait plus son image dans le cas où l'on raisonne en mécanique classique. Qu'en est-il si on analyse cette situation à partir des lois de la physique classique puis relativiste ?

### Analyse de la situation en physique classique

Appelons **(R)** le référentiel attaché à l'éther<sup>2</sup>. Pour modéliser convenablement notre expérience de pensée il faut tout d'abord définir un référentiel **(R')** dans lequel notre expérimentateur se déplace à une vitesse  $v \cong c$  par rapport à **(R)**. Il émet un flash lumineux en direction d'un miroir au repos dans **(R')**. Se pose alors la question suivante : l'impulsion lumineuse émise peut-elle atteindre le miroir ?



- Une réponse positive est en contradiction avec la théorie de l'électromagnétisme de Maxwell pour laquelle la lumière est une onde qui se déplace à une vitesse qui est indépendante du mouvement de la source. Or elle a ici, à l'aller, une vitesse de  $c-c=0$  dans **(R')**.
- Une réponse négative est en contradiction avec le principe de relativité de la mécanique galiléenne car on peut alors mettre ici en évidence un mouvement absolu de l'observateur à la vitesse  $c$ .

Reprenons notre exemple et supposons, comme l'indique le schéma ci dessus, qu'Einstein et son miroir soient au repos dans un référentiel **(R')**, lui même étant en mouvement rectiligne uniforme à la vitesse  $c$  dans le référentiel **(R)** de l'éther. La loi classique de composition des vitesses nous permet d'écrire :

$$V_{L/R'} = V_{L/R} + V_{R/R'} = V_{L/R} - c \quad (V_L : \text{vitesse de la lumière})$$

A l'aller  $V_{L/R} = c$  et au retour  $V_{L/R} = -c$ .  
On a donc pour  $V_{L/R}$  :

<sup>1</sup> Voir figure en annexe

<sup>2</sup> En physique classique on considère que la lumière est une onde électromagnétique qui a besoin d'un support pour se propager : l'éther électromagnétique.

$$V_{L/R'} = c - c = 0 \quad \text{à l'aller}$$

$$V_{L/R'} = -c - c = -2c \quad \text{au retour}$$

En mécanique classique cette loi conduit donc à une situation dans laquelle l'image dans le miroir ne se forme pas puisque la lumière n'y parvient pas !

On a donc un paradoxe qui va préoccuper A. Einstein jusqu'en 1905. A cette date il publie son première article sur la relativité restreinte. Que dit cette théorie à propos du sujet qui nous préoccupe ici ?

On s'appuiera par la suite sur les deux postulats de base d'Albert Einstein qui s'appliquent aux phénomènes physiques étudiés dans des référentiels inertiels ou galiléens. Un référentiel inertiel est un référentiel dans lequel tout objet sur lequel ne s'exerce aucune force est en mouvement de translation rectiligne uniforme. Ces deux postulats sont :

- **(P<sub>1</sub>)** : Les lois de la physique ont la même forme dans tous les référentiels inertiels (principe de relativité).
- **(P<sub>2</sub>)** : La vitesse de propagation de la lumière dans le vide est la même dans tout référentiel inertiel. Elle est donc indépendante du mouvement de la source.

Si on compare ces principes de départ avec les **réponses contradictoires** à la question d'Einstein on constate que la première d'entre elles est en accord avec P<sub>2</sub> et la seconde avec P<sub>1</sub>. A seize ans il avait déjà mis le doigt sur les points faibles de la théorie classique !

Examinons ses deux principes à la lumière des deux grandes théories qui s'étaient imposées à la fin du XIX<sup>e</sup> siècle : la mécanique et l'électromagnétisme. La première s'appuie, lorsqu'on passe d'un référentiel **(R)** à un référentiel **(R')**, sur les transformations de Galilée<sup>3</sup> selon lesquelles les relations existant entre les deux systèmes de coordonnées, dans le cas particulier où les axes Ox et O'x' sont confondus et la vitesse  $\vec{v}$  de l'un par rapport à l'autre est parallèle à Ox :

$$\begin{cases} x' = x - v.t \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = t \end{cases}$$

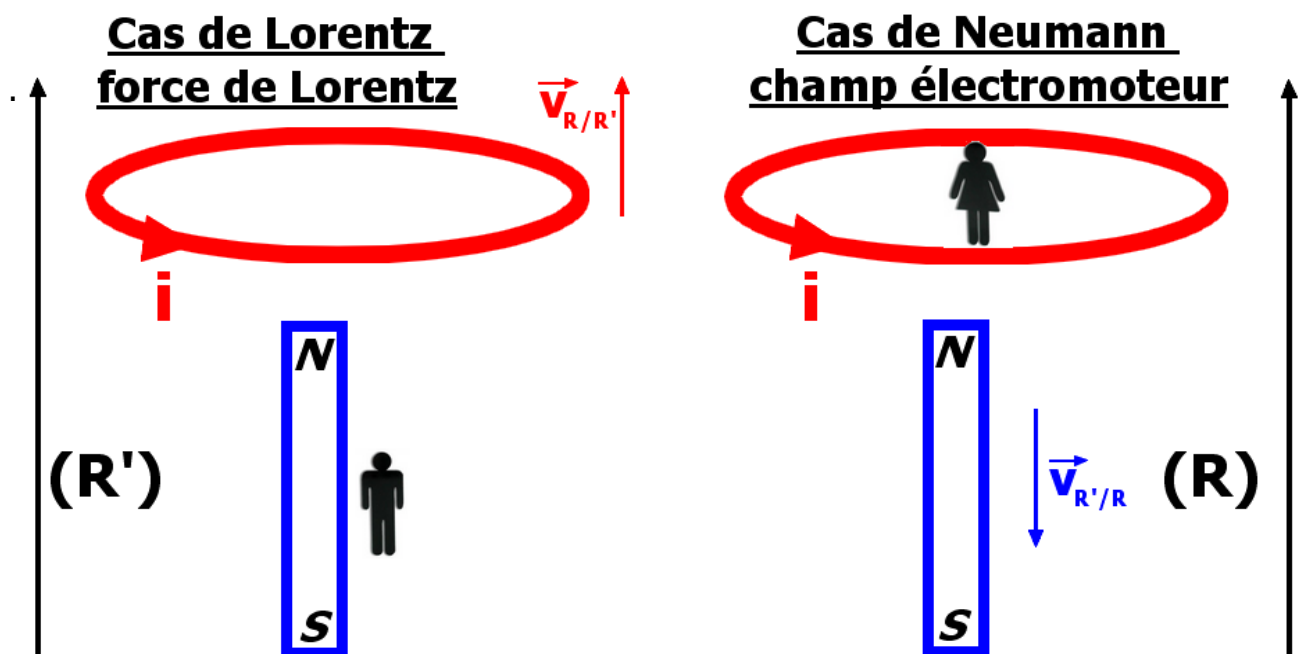
Or l'équation de propagation des ondes électromagnétiques n'obéit pas à cette transformation et sa forme dans **(R)** ne se retrouve pas dans **(R')**. Le principe de relativité galiléenne ne s'applique donc qu'à la mécanique. A. Einstein a donc comme objectif de trouver de nouvelles transformations pour lesquelles le principe de relativité s'applique à l'ensemble des domaines de la physique.

<sup>3</sup> La loi classique de composition des vitesses est directement déduite de ces transformations.

Le second principe, posant la constance de la vitesse de la lumière quel que soit le référentiel dans lequel elle est mesurée, est conforme à la théorie de Maxwell mais s'oppose à la loi de composition des vitesses déduite des transformations de Galilée.

En résumé, en physique classique,  $P_1$  ne s'applique qu'à la mécanique en accord avec les transformations de Galilée et  $P_2$  est en contradiction avec ces mêmes transformations pour l'électromagnétisme. **Les deux principes ne sont donc pas compatibles entre eux en physique classique.**

Rappelons que les recherches théoriques conduites entre 1886 et 1905 par H.A. Lorentz puis par H. Poincaré l'ont été essentiellement pour expliquer les résultats de l'expérience de Michelson & Morley. A. Einstein n'a pas le même objectif : dans son article fondateur de 1905 il présente en préambule l'expérience bien connue de la bobine et de l'aimant en mouvement relatif.



$$\vec{E} = \vec{v}_{R'/R} \wedge \vec{B}$$

$$\vec{E}_m = -\frac{\partial \vec{A}}{\partial t}$$

Si on attache un référentiel **(R)** à la bobine et un référentiel **(R')** à l'aimant, la loi classique expliquant l'apparition d'un courant dans la bobine est différente selon que l'observateur est au repos dans **(R)** ou dans **(R')**. Dans le repère de l'aimant les électrons libres de la bobine en mouvement constituent des charges  $q$  se déplaçant à la vitesse  $\mathbf{v}_{R/R'}$  qui sont soumises à la force de Lorentz d'expression  $\vec{F} = q \cdot \vec{v}_{R/R'} \wedge \vec{B}$ . On peut donc considérer que tout se passe comme si les charges étaient soumises à un champ électrique  $\vec{E} = \vec{v}_{R/R'} \wedge \vec{B}$ .

Dans le repère de la bobine les charges électriques au repos « voient » un champ magnétique variable qui engendre un champ électrique dit champ électromoteur  $\vec{E}_m = -\partial\vec{A}/\partial t$ ,  $\vec{A}$  étant le potentiel vecteur<sup>4</sup> du champ magnétique.

On a donc un même phénomène qui reçoit deux explications distinctes s'exprimant par des formulations totalement différentes selon le référentiel dans lequel on place notre observateur. Une telle approche ne peut pas satisfaire A. Einstein qui va chercher à fournir pour cette expérience une seule et même interprétation, répondant en cela à son premier principe de base.

### **Le miroir d'Einstein et la relativité restreinte**

En construisant de nouvelles transformations - appelées aujourd'hui transformations de Lorentz - A. Einstein va réécrire les lois de la cinématique et de la dynamique. Rappelons les expressions de ces transformations<sup>5</sup> :

$$\begin{cases} x' = \gamma(x - \beta ct) \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = \gamma(t - [\beta/c]x) \end{cases} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} \beta = v/c \\ \gamma = 1/\sqrt{1 - \beta^2} \end{cases}$$

Une conséquence immédiate de ces nouvelles transformations est que la loi de composition des vitesses n'est plus la même.

Dans la théorie relativiste la loi de composition des vitesses prend une forme plus compliquée et s'écrit à l'aller :

$$V_{L/R'} = \frac{V_{L/R} + V_{R/R'}}{1 + V_{L/R} \cdot V_{R/R'} / c^2} = \frac{V_{L/R} - c}{1 - V_{L/R}/c}$$

$$V_{L/R'} = \frac{c - c}{1 - 11} = \frac{0}{0} \quad \text{forme indéterminée}$$

Ceci est dû au fait que, dans les transformations de Lorentz, le terme  $\gamma$ , dit facteur de Lorentz, tend vers l'infini lorsque  $V_{R/R'}$  tend vers  $c$ , vitesse de la lumière<sup>6</sup> constante dans la théorie relativiste einsteinienne. Il n'est donc pas possible à un objet quelconque de masse non nulle d'atteindre la vitesse  $c$ . Pour contourner cette difficulté nous allons considérer que  $V_{R/R'}$  tend vers  $c$  sans l'atteindre et peut alors s'écrire  $V_{R/R'} = c - \varepsilon$ ,  $\varepsilon$  étant aussi petit que l'on veut. La loi relativiste de composition des vitesses devient :

<sup>4</sup> L'existence du potentiel vecteur du champ magnétique est le fruit de la théorie de l'électromagnétisme de Maxwell. On montre dans cette dernière que la divergence du champ magnétique  $\mathbf{B}$  est nulle. En conséquence  $\mathbf{B}$  peut être exprimé comme étant le rotationnel d'un vecteur  $\mathbf{A}$  appelé potentiel vecteur magnétique. Ce dernier et le potentiel scalaire électrique sont des concepts plus fondamentaux que les champs correspondants. (Pour en savoir plus voir un cours d'électromagnétisme).

<sup>5</sup> Les transformations de Lorentz ont été proposées également par H. A. Lorentz et H. Poincaré.

<sup>6</sup> Aujourd'hui on préfère dire que  $c$  est une constante universelle de structure de l'espace - temps. De ce fait, même si la lumière n'avait pas cette vitesse dans le vide - par exemple s'il s'avérait que le photon n'avait pas une masse nulle - la relativité restreinte ne serait pas remise en cause.

$$V_{L/R} = \frac{c - (c - \epsilon)}{1 - c(c - \epsilon)/c^2} = \frac{\epsilon}{\epsilon/c} = c \quad \text{à l'aller}$$

Nous retrouvons ici la constance de la vitesse de la lumière quelque soit le référentiel dans lequel on la mesure. Dans le référentiel d'Einstein les rayons lumineux en provenance de son visage parviennent au miroir et peuvent se réfléchir. Au retour nous pouvons écrire :

$$V_{L/R'} = \frac{V_{L/R} + V_{R/R'}}{1 + V_{L/R} \cdot V_{R/R'} / c^2} = \frac{V_{L/R} - c}{1 - V_{L/R}/c}$$

$$V_{L/R'} = \frac{-c - c}{1 + 1} = \frac{-2c}{2} = -c$$

On a donc, bien sûr, un résultat qui respecte les deux principes de base choisis par A. Einstein.

### **La dynamique relativiste et le miroir d'Einstein**

En réalité, dans n'importe quel référentiel, Einstein et son miroir ne peuvent pas atteindre la vitesse de la lumière. En effet l'inertie d'un corps augmente avec sa vitesse, et s'accroît infiniment lorsque sa vitesse approche la limite  $c$ . De ce fait il est de plus en plus difficile d'accélérer un corps car au fur et à mesure que sa vitesse augmente il en est de même de son inertie<sup>7</sup>. L'expression de l'inertie  $I(v)$  d'un objet ayant une vitesse  $v$  dans un référentiel **(R)** est donnée par :

$$I(v) = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \beta^2}} \quad \text{avec } m_0, \text{ masse inerte au repos}$$

Le photon, particule associée à l'onde électromagnétique, peut se déplacer à la vitesse  $c$  car il possède une masse au repos nulle. Pour lui le temps est « figé » et il ne « vieillit pas » !

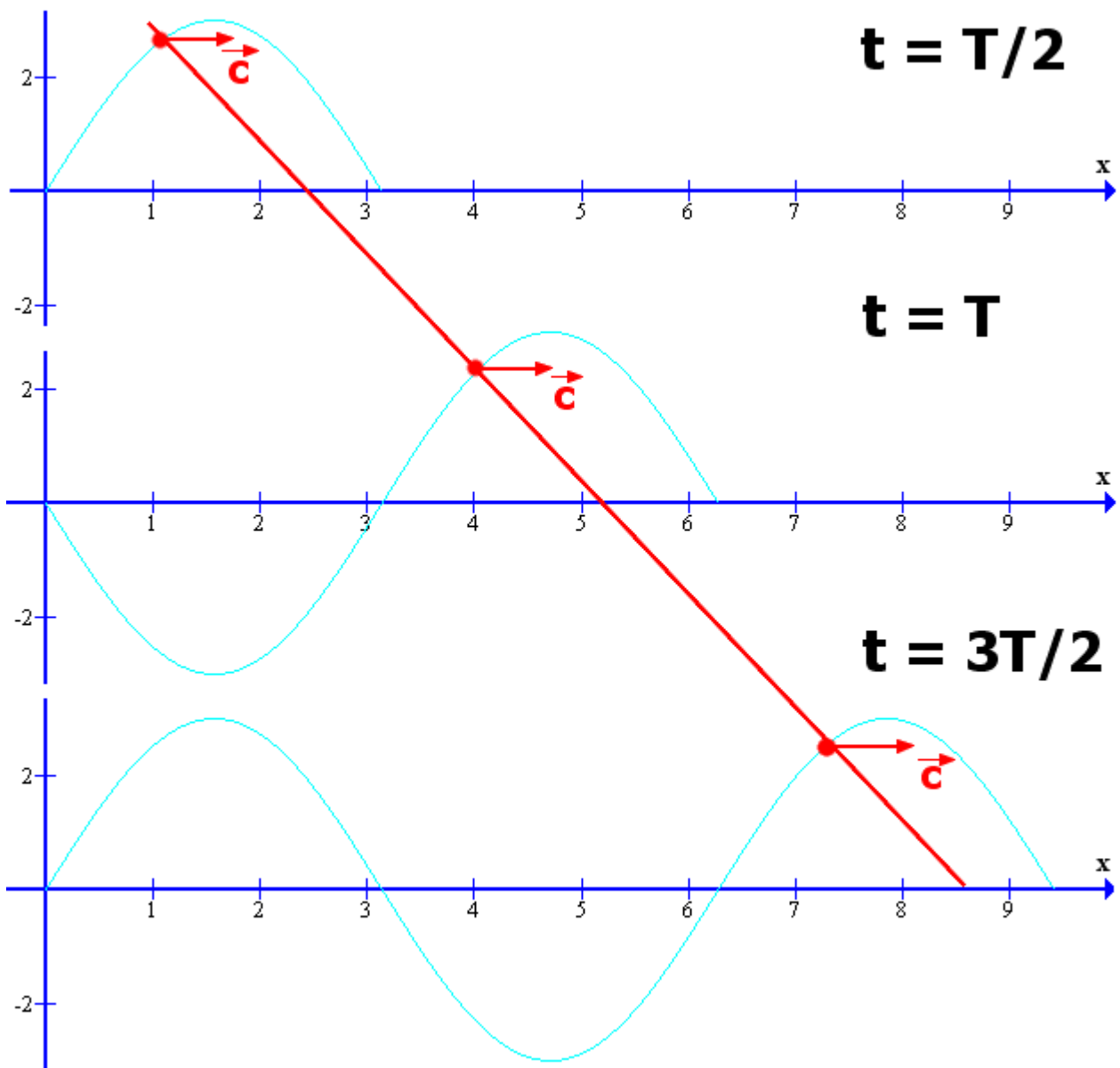
**Pierre MAGNIEN**

---

<sup>7</sup> Aujourd'hui on préfère conserver le terme de masse pour désigner la masse dans le référentiel de repos. La quantité  $m$  est donc, comme en mécanique newtonienne, un invariant relativiste. On passe ensuite par l'expression de la quantité de mouvement  $\vec{p} = m \gamma(v) \cdot \vec{v}$  pour montrer qu'aucun corps ayant une masse au repos non nulle ne peut atteindre la vitesse  $c$ .

## ANNEXE : DETECTEUR DE LUMIERE SE DEPLACANT A LA VITESSE $c$

Dans son livre « Einstein : sa vie, son temps » (Champs / Flammarion) Philippe Frank illustre la question du jeune adolescent de 16 ans par le diagramme suivant. On y voit une onde lumineuse à plusieurs instants consécutifs de sa propagation et un détecteur optique – point rouge - qui avance à la même vitesse par rapport au référentiel de l'éther.



On constate alors que le détecteur n'enregistre aucune oscillation et occupe à chaque instant un lieu pour lequel la phase de l'onde lumineuse est constante. Il ne perçoit qu'un champ électrique statique pour lequel il n'est pas conçu.