<u>DE LA DILATATION DES TEMPS A LA CONTRACTION DES LONGUEURS</u>

<u>INTRODUCTION</u>

Les ouvrages ayant pour sujet la relativité restreinte sont remplis de références à des observateurs dont le rôle est d'enregistrer les positions et les instants où les événements se produisent. La plupart du temps l'observateur est décrit comme étant au repos par rapport à l'un ou à l'autre de deux référentiels galiléens. En supposant un observateur dans chaque repère, on peut facilement imaginer une procédure expérimentale permettant d'obtenir les deux descriptions spatio-temporelles différentes d'un même événement. Tout cela semble évident. On peut même se demander, avec l'évêque Berkekey, contemporain de Newton, si cela signifierait quelque chose de parler d'un événement en l'absence de quelqu'un pour l'observer ! Néanmoins, l'utilisation de cette manière de parler comporte quelques dangers. Il est très important de réaliser, comme Einstein l'a souligné, que le rôle d'un observateur consiste avant tout à enregistrer des coïncidences, c'est à dire, des paires d'événements qui se produisent au même point de l'espace-temps. La lecture d'une horloge à un moment donné, dans un référentiel donné, est donc un événement. Ce que nous étudions à propos des événements physiques - par exemple, la collision entre deux objets ou l'émission d'un photon par un atome - peut être considéré comme des événements qui coïncident avec d'autres événements qui sont des lectures d'horloges. Les références incessantes à des lectures d'horloge peuvent sembler artificielles et souvent inutiles, mais elles servent à souligner une caractéristique essentielle du raisonnement en relativité restreinte : nous avons toujours affaire à des questions en lien directe avec des <u>*grandeurs obtenues à partir de mesures*</u>. Pour prévenir ou dissiper certains malentendus possibles, il est nécessaire de faire ici quelques rappels.

Bien qu'un événement soit, par définition, représenté par un point dans l'espace - temps, il peut néanmoins laisser une trace durable de son existence. Quelqu'un touche une vitre, par exemple, et y laisse une empreinte digitale. Le contact du verre est un événement survenant en un lieu unique et à un moment unique dans un référentiel donné. Une seconde plus tard, même si le verre n'a pas été déplacé, l'empreinte digitale est en un point différent de l'espace- temps. Mais il reste une preuve qu'un certain événement a eu lieu. Un exemple encore plus pertinent serait celui d'une montre qui tombe sur un sol en béton et s'arrête net. Si elle est laissée là où elle est tombée, elle représente une trace permanente de l'événement « *la montre heurte le sol* ». Un observateur, venant sur les lieux longtemps après, pourra noter les coordonnées spatio-temporelles de l'événement que l'on aura mesurées dans le référentiel défini par le sol (pour les coordonnées spatiales) et par les aiguilles de la montre (pour les coordonnées de temps).

En complément de la remarque précédente, il faut préciser que l'observateur n'est pas nécessairement limité à faire des mesures dans le référentiel où il est lui-même au repos. On peut imaginer toutes sortes d'expériences familières pour illustrer ce point. Par exemple, considérons un passager au repos dans un train qui traverse une gare. Sur le quai est accrochée une pancarte avec une flèche pointant dans la direction du mouvement du train et portant l'inscription « *Paris 10 km* ». Juste au-dessus de la pancarte est installée une horloge où on peut lire 10:53. Bien qu'étant un observateur lié au référentiel défini par le train, ce voyageur peut donc connaître les coordonnées spatio-temporelles de l'événement « train traverse la station » dans le référentiel mobile attaché à la gare, donc au sol dont elle est solidaire. Très souvent, cependant, on peut lire des phrases comme celles-ci : « *Un observateur A au repos dans le référentiel* ***(R)*** *observe qu'un événement se produit à la position x et au temps t ; le même événement est observé par un observateur B dans le référentiel* ***(R')*** *comme se produisant à la position x' et le temps t'* ». Ce qui est simplement dit ici est que l'événement a pour coordonnées d'espace-temps (x,t) dans un référentiel et (x',t') dans un autre. Mais une telle phrase peut sous-entendre qu'un observateur, enfermé dans son propre référentiel, est incapable d'enregistrer autre chose que les mesures de position et de temps dans ce référentiel de repos. Notre exemple du passager dans un train montre qu'il s'agit d'une caractéristique trop restrictive[1]. Le passager peut enregistrer non seulement la lecture de l'horloge de la gare mais aussi celle de sa propre montre. Bien sûr, il peut y avoir des situations où un observateur est limité et ne peut faire que des observations sur les instruments de son propre référentiel inertiel, mais il n'est pas toujours exclu qu'il puisse recevoir des informations sur les résultats des observations faites dans un autre référentiel. Ces points sont sans ambiguïté mais souvent oubliés .

Le dernier aspect délicat lié à l'introduction d'un observateur attaché à un référentiel donné est que l'on peut avoir l'impression que cet observateur a une vue instantanée sur l'ensemble de son référentiel[2]. C'est complètement faux. Un seul observateur ne peut pas, à un instant donné, être omniprésent. Il n'a alors conscience que des événements ayant lieu là où il se trouve. Considérons, par exemple, un flux de photons pénétrant dans son oeil. Si ces photons constituent l'image d'un objet éloigné, il est clair qu'ils représentent l'objet tel qu'il était à une époque antérieure du fait du temps de propagation de la lumière elle-même. Cependant, à un instant donné, un observateur peut très bien avoir la possibilité de recueillir des informations à partir desquelles il pourra reconstruire une description complète de ce qui se passait dans son référentiel de repos à un instant antérieur, mais il ne peut pas disposer de cette perception instantanément. Il faut donc se méfier lorsqu'on lit des phrases du genre : « *Un observateur attaché à un référentiel* ***(R)*** *voit l'événement qui se produit à la position x et au temps t* ». La plupart du temps de telles affirmations sont simplement des déclarations concernant les coordonnées spatio-temporelles d'un événement particulier tel qu'il est établi, dans le repère **(R)**, par une mesure directe (l'événement se produit là

[1] On admettra cependant que la proximité entre l'observateur qui passe devant la pancarte et l'horloge de la gare est aussi étroite que l'on veut afin de négliger le temps de propagation de la lumière informant le voyageur.
[2] La lecture des ouvrages de physique de TS s'appuyant sur les programmes de 2012 donne clairement l'impression que leurs rédacteurs appliquent cette idée.

se trouve l'observateur) ou indirecte (l'événement se produit en un lieu différent de celui où se trouve l'observateur). Mais dans ce dernier cas, il faut alors tenir compte d'un élément supplémentaire, le temps de propagation de l'information d'un point à l'autre.

Les développements précédents avaient pour but d'attirer l'attention du lecteur sur l'importance que l'on doit donner aux rôles possibles des observateurs et à leur manière de travailler selon leur position par rapport aux événements étudiés et les objectifs qu'ils se sont fixés. Dans l'ensemble des textes que vous trouverez ici on fera systématiquement appel à un observateur pour chaque événement étudié car il est capital de se souvenir que les coordonnées d'espace-temps sont toujours obtenues à l'issue d'un processus de mesure.

Remarquons pour terminer que la notion d'observateur ne recouvre pas forcément celle d'opérateur humain mais peut être étendue à un système de mesures automatisé ne nécessitant pas la présence d'une volonté humaine.

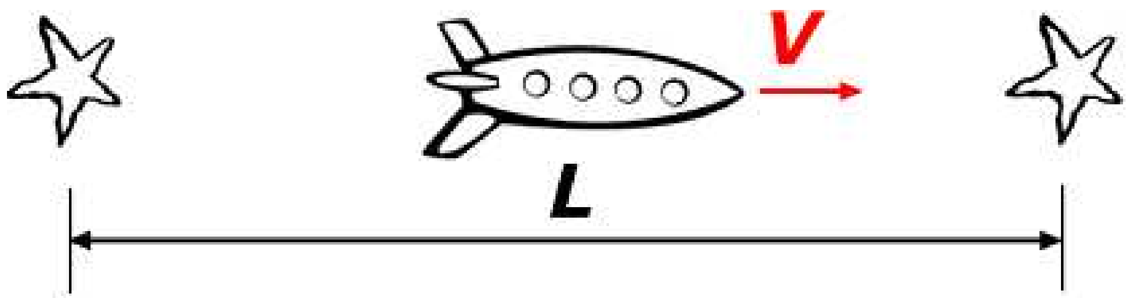
COMPARAISON DES LONGUEURS DANS 2 REFERENTIELS INERTIELS

Les lois de transformation n'étant plus, en relativité restreinte, celles de Galilée mais celles de Lorentz, la mesure de l'espace, comme celle du temps, ne donnera pas les mêmes résultats selon le référentiel dans lequel elle est faite. Considérons le déplacement d'un référentiel **(R')** par rapport à un référentiel **(R)** à la vitesse $\vec{v}$. Comme d'habitude, nous considérerons que Ox et O'x' sont confondus, que $\vec{v}$ leur est parallèle et que, au moment où O' passe en O, nous avons t' = t = 0.

On peut aborder l'étude de l'obtention de la valeur d'un intervalle d'espace – qu'on appellera dans la suite une longueur – de plusieurs manières que l'on va détailler ci dessous.

Voyage d'une fusée entre deux repères

On considère une fusée qui se déplace à la vitesse **V** entre deux étoiles séparées par la distance L mesurée dans leur référentiel de repos **(R)**.



Dans le référentiel **(R)** la fusée parcourt la distance L à la vitesse V en un temps Δt = L/V. Dans **(R)** on a donc affaire à un intervalle de temps impropre car il faut deux horloges pour l'obtenir, une à chaque extrémité du voyage. Dans le repère **(R')** de la fusée le pilote mesure un temps propre $\Delta t'$ qui s'exprime donc de la façon suivante :

$$\Delta t' = (1/\gamma).\Delta t = \sqrt{(1-\beta^2)}.\Delta t = \sqrt{(1-\beta^2)}.L/V$$

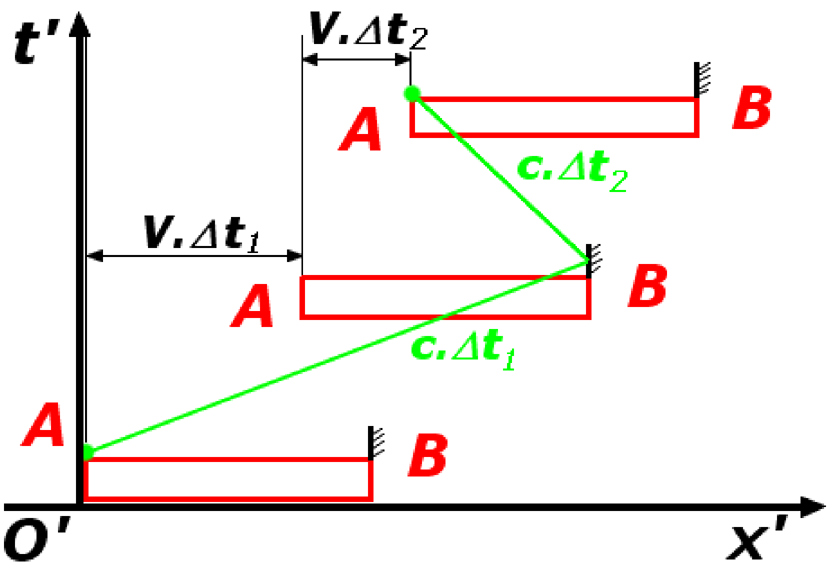
Ce temps propre correspond à l'intervalle de temps existant entre les passages des deux étoiles à la hauteur du pilote et qui le croisent à la vitesse V. Pour le pilote la distance entre les deux étoiles est donc L' telle que :

$$\Delta t' = L'/V \quad \Rightarrow \quad L' = \sqrt{(1-\beta^2)}.L$$

Ainsi dans le référentiel où les repères spatiaux – ici les étoiles - sont en mouvement à la vitesse V la distance qui les sépare est diminuée d'un facteur 1/γ par rapport à sa mesure dans le référentiel où les repères sont au repos.

Aller-retour d'un flash lumineux le long d'une règle en mouvement

Dans cette seconde approche de la question on considère une règle de longueur L dans son référentiel de repos **(R)**. **L** est donc sa longueur propre. Cette règle est en mouvement à la vitesse **V** dans le référentiel **(R')** d'un observateur situé à l'origine O' de **(R')**. Sa longueur mesurée par un observateur au repos dans **(R')** est alors **L'**. A l'instant t = t' = 0 l'extrémité A de la règle, prise comme origine O du référentiel **(R)**, croise l'origine O' de **(R')**.



La règle est munie d'un miroir à son extrémité B. On a représenté ci dessus le mouvement de la règle dans le repère spatio-temporelle de **(R')** avec ses différentes positions :

A l'instant t'=0 un flash lumineux est émis par l'observateur au repos en O' de **(R')**.
A l'instant où le flash atteint l'extrémité B et se réfléchit.
A l'instant où l'impulsion lumineuse repasse à la première extrémité A .

La lumière a donc fait un aller-retour le long de la règle. Dans le référentiel **(R')** elle a mis l'intervalle de temps impropre Δt_1 pour faire le trajet aller et Δt_2 pour celui de retour. Dans la durée Δt_1 la règle a parcouru la distance V. Δt_1 et la lumière (L' + V.Δt_1). Sa vitesse ne dépendant pas du référentiel cette distance est également c.Δt_1. On peut alors écrire :

$$c.\Delta t_1 = L' + V.\Delta t_1 \quad \Rightarrow \quad \Delta t_1 = L' \big/ (c - V)$$

Durant Δt_2 la règle a parcouru la distance V. Δt_2. La lumière s'approchant maintenant de la première extrémité A de la règle elle parcourt dans cet intervalle de temps la distance (L' – V.Δt_2). Comme on l'a montré précédemment cette distance est également c.Δt_2. On peut alors écrire :

$$c.\Delta t_2 = L' - V.\Delta t_2 \quad \Rightarrow \quad \Delta t_2 = L' \big/ (c + V)$$

Au total l'intervalle de temps pour faire l'aller-retour est $\Delta t = \Delta t_1 + \Delta t_2$. Donc :

$$\Delta t = \Delta t_1 + \Delta t_2 = L' \big/ (c - V) + L' \big/ (c + V)$$
$$\Delta t = 2c\, L' \big/ (c^2 - V^2) = 2cL' \big/ c^2.(1 - \beta^2) = 2L' \big/ c.(1 - \beta^2)$$

Cet intervalle de temps est impropre puisque l'horloge notant son début (départ de l'impulsion lumineuse à l'extrémité A) est différente de celle notant sa fin (retour de l'impulsion lumineuse à l'extrémité A). Appliquons la relation de dilatation du temps entre Δt et Δt_0 (durée de l'aller-retour dans le repère **(R)** attaché à la règle.

$$\Delta t = \gamma.\Delta t_0 \quad \Rightarrow \quad \Delta t_0 = \Delta t \big/ \gamma = \Delta t.\sqrt{(1 - \beta^2)}$$
$$\Delta t_0 = 2L'.\sqrt{(1 - \beta^2)} \big/ c.(1 - \beta^2) = 2L \big/ c$$

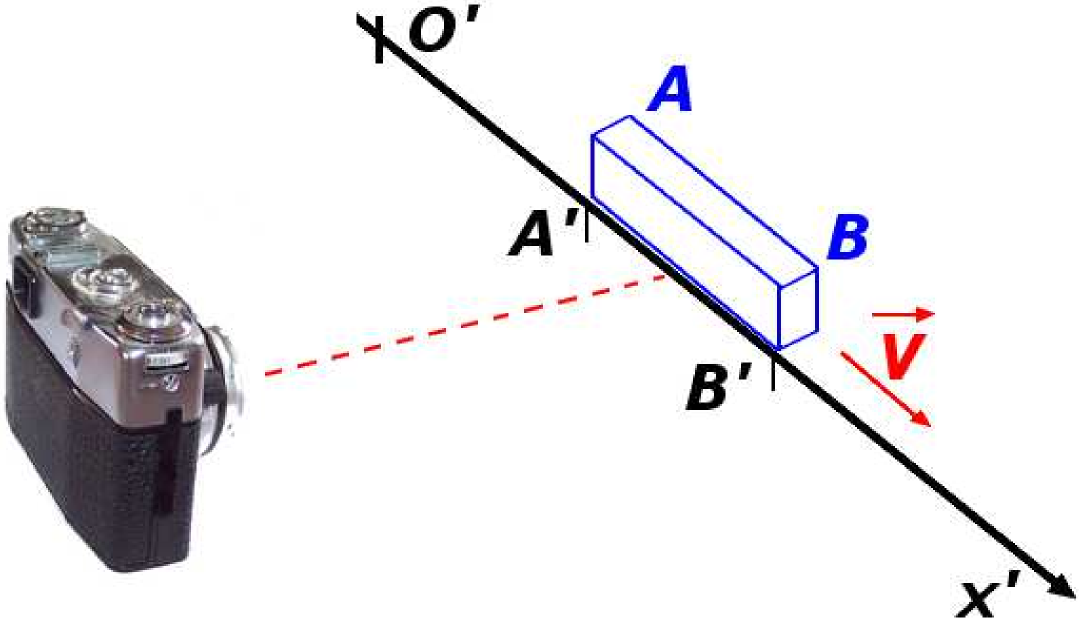
Finalement, après regroupement et simplification :

$$L' = L.\sqrt{(1 - \beta^2)}$$

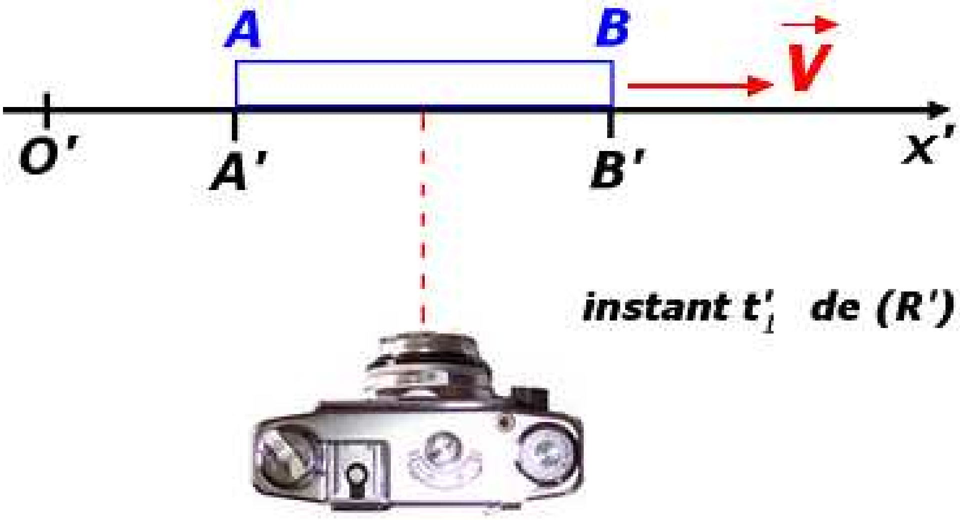
Nous retrouvons la même expression que dans le paragraphe précédent.

Photographie d'une règle en mouvement

On peut imaginer une expérience de pensée s'appuyant sur un protocole de mesure utilisant un appareil photographique au repos dans le repère **(R')** saisissant l'image de notre règle en mouvement devant les graduations de l'axe O'x' de **(R')**.

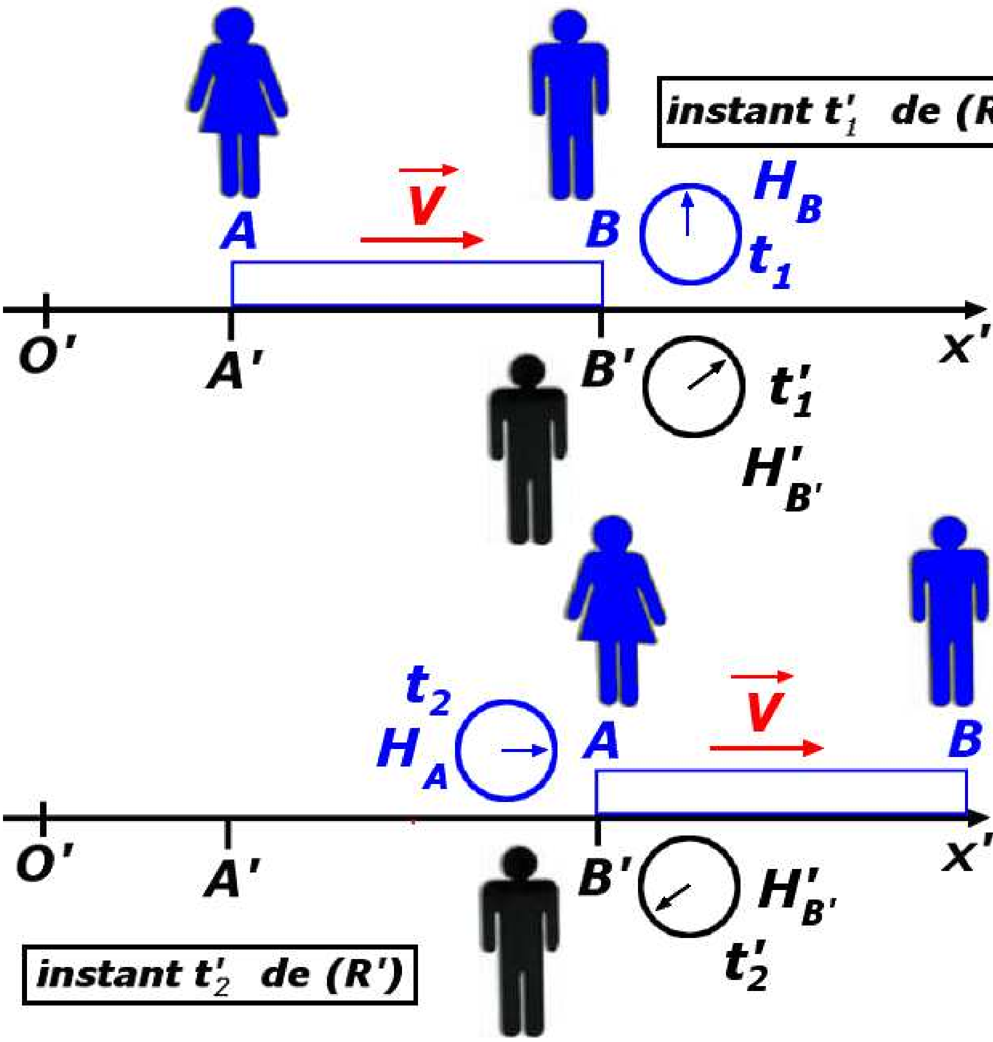


L'opérateur doit déclencher son appareil lorsque son axe optique est sur la médiatrice de la distance A'B' afin d'être sûr que l'image qui s'imprime sur la pellicule provient des positions occupées par les deux extrémités ***au même instant*** t'_1 de **(R')**.



En effet les temps de propagation de la lumière, en provenance de A et de B, étant les mêmes pour parvenir jusqu'à l'objectif, on mesure bien la position de ces deux points dans le référentiel **(R')** au même instant.

L'expérience n'étant pas réalisable en laboratoire, il nous faut raisonner à partir de ce que nous savons. Considérons le schéma suivant :



Dans le référentiel **(R'),** un observateur placé en B' voit passer tout d'abord l'extrémité B de la règle à l'instant t'_1 puis l'extrémité A à l'instant t'_2. $\Delta t' = t'_2 - t'_1$ est un intervalle propre puisqu'il est mesuré par une seule horloge H'_B de **(R')**. Durant $\Delta t'$ la règle s'est déplacée de la distance L' = A'B' et nous avons donc .$\Delta t' = L'/V$.

Un observateur attaché à la règle sur son extrémité A est au repos dans le référentiel **(R)**. Il voit passer la marque B' à l'instant t_1 lu sur son horloge propre H_A. Un autre observateur attaché à la règle sur son extrémité B voit passer la même marque B' à l'instant t_2, lu sur son horloge H_B. Pour eux entre t_1 et t_2 le repère B' a franchi la distance L qui est la longueur propre de la règle à la vitesse –V du référentiel **(R')** se déplaçant dans le référentiel **(R)**. On a donc $L = AB = V.(t_2 - t_1) = V.\Delta t$, donc $\Delta t = L/V$ qui est un temps impropre puisqu'il est obtenu à partir de DEUX horloges au repos dans **(R)**.

On a donc entre L et L' la relation suivante : $L' / L = \Delta t' / \Delta t$. Or entre $\Delta t'$ et Δt nous avons la relation qui lie un intervalle de temps impropre à un intervalle de temps propre.

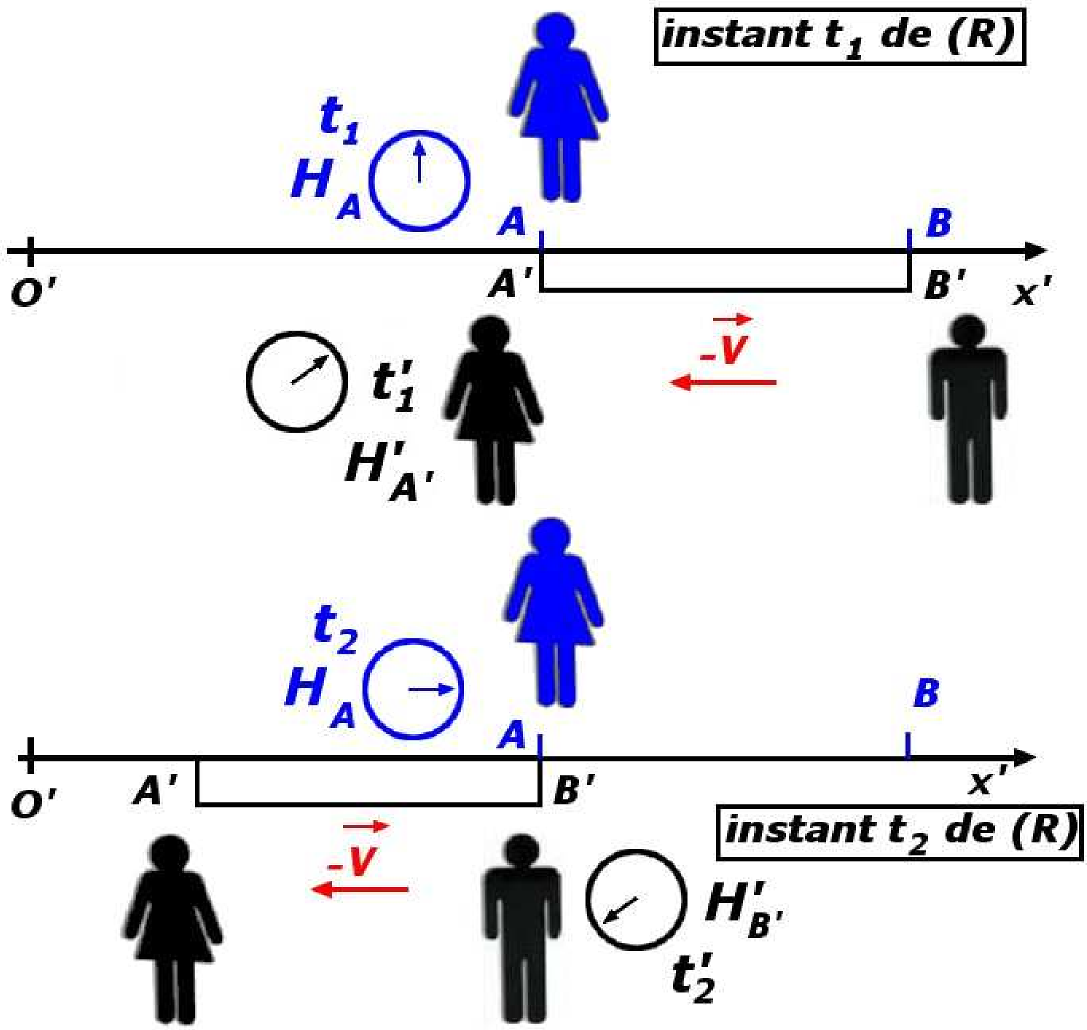
$$\Delta t = \Delta t' \Big/ \sqrt{(1-\beta^2)} \quad \Rightarrow \quad \Delta t' \Big/ \Delta t = \sqrt{(1-\beta^2)}$$

On peut alors écrire :

$$L' = L.\sqrt{(1-\beta^2)}$$

Nous retrouvons, là encore, la même expression.

Envisageons la même expérience mais en considérant la règle au repos dans **(R')** et se déplaçant par rapport à **(R)** à la vitesse –V. Nous pouvons, comme précédemment, rechercher la relation entre la mesure de sa longueur au repos et celle de la même règle en mouvement.
Dans le référentiel **(R)** on considère un observateur au repos en A. Il voit passer l'extrémité A' de la règle à l'instant t_1 puis l'extrémité B' à l'instant t_2. $\Delta t = t_2 - t_1$ est un intervalle propre puisqu'il est mesuré par UNE SEULE horloge H_A.



Durant Δt, A a vu défiler la règle B'A', c'est à dire la distance L = V.Δt qui est une longueur impropre puisque mesurée entre deux points qui se déplace dans **(R)**.
Considérons maintenant deux observateurs attachés au référentiel **(R')** du laboratoire qui se déplace à la vitesse –V par rapport à **(R)**. Celui qui est en

A′ voit passer le repère A à l'instant t'_1 lu sur son horloge $H'_{A'}$ et l'observateur placé en B′ voit A à l'instant t'_2, lu sur son horloge $H'_{B'}$. Pour eux entre t'_1 et t'_2 le repère A a franchi la distance L′ qui est la distance propre entre les points A′ et B′ dans le référentiel où ces observateurs sont fixes, c'est à dire **(R′)**. On a donc $L' = V.(t'_2 - t'_1) = V.\Delta t'$, $\Delta t'$ étant un temps impropre attaché au référentiel **(R′)** puisqu'il nécessite la lecture de DEUX horloges.

On a donc entre L′ et L la relation $L/L' = \Delta t / \Delta t'$, L'/L représentant maintenant le rapport entre une longueur propre et la longueur impropre correspondante. Or entre $\Delta t'$ (intervalle de temps impropre) et Δt (intervalle de temps propre) nous avons la relation :

$$\Delta t' = \Delta t \Big/ \sqrt{(1-\beta^2)} \quad \Rightarrow \quad L/L' = \sqrt{(1-\beta^2)}$$

$$L = L'.\sqrt{(1-\beta^2)}$$

L'expression trouvée ici semble l'inverse de celle trouvée précédemment mais il faut se rappeler qu'elle se rapporte à un observateur au repos dans **(R)** qui regardant passer la règle au repos dans le référentiel **(R′)** du laboratoire. Ceci confirme la réciprocité des effets, aussi bien pour la dilatation des durées que pour la contraction des longueurs.

D'une manière générale, pour chaque observateur, une règle en mouvement par rapport à son référentiel lui paraîtra plus courte que si elle y était au repos. On voit bien, dans cet exemple étudié du point de vue de chaque référentiel, l'importance de plusieurs concepts :

- **L'observateur** attaché à un événement qui permet de distinguer clairement ce qui est mesure propre et mesure impropre.
- **La procédure de mesure** sur laquelle doivent se mettre d'accord des observateurs en mouvement relatif

CONCLUSION

Une telle contraction des objets est-elle visible ? Même si nous tenons compte des autres dimensions d'un objet, nous devrions nous attendre à une contraction uniquement dans la direction du mouvement. De ce fait les objets mobiles devraient apparaître aplatis. Cependant la contraction n'est généralement pas visible. En effet si l'on tient compte des diverses durées de propagation de la lumière pour parvenir à l'œil d'un observateur au repos à partir des différentes parties d'un objet en mouvement, on constate alors que l'objet semble déformé. S'il est très éloigné, il apparaît à l'œil comme s'il avait été affecté d'une rotation mais sans contraction perceptible.

Pierre MAGNIEN
18 mars 2014