« Peut-on comprendre d'où provient l'efficacité des mathématiques en physique ? »
(*Etienne Klein à l'Institut d'astrophysique de Paris le mardi 5 janvier 2016*)

Comme dans la plupart des conférences sur des sujets de nature philosophique, le conférencier utilise de nombreuses citations pour justifier ses propos. Il n'est pas possible de les résumer sous peine d'en modifier profondément le sens. Ce qui suit résulte surtout de mes notes et d'une recherche de documents dans les livres des auteurs cités ou dans ceux du conférencier.

Christian Larcher, Comité de Liaison Enseignants Astronomes
http://clea-astro.eu/conferences/

Quelle « réalité » accorder aux mathématiques ?

Ces mathématiques utilisent différents concepts ou objets (ensembles, nombres, espaces…). Est-ce que ces concepts existent réellement ou non ? Ils sont très particuliers, ni naturels ni artificiels ; ils sont « réels », c'est ce que l'on pense tous, mais ils n'existent pas.
Est-ce que les mathématiques existent en une sorte d'AILLEURS par rapport à la physique ou faut-il les inclure dans une sorte d'extension du réel ?
Que signifie exister ? Exister, au sens philosophique, signifie être. Exister c'est devenir dans l'espace et le temps. Le préfixe ex signifie sortir ; exister signifie sortir de l'être pour devenir. Les objets mathématiques ne « deviennent » pas dans l'espace et le temps. Le théorème de Pythagore a une valeur de vérité qui transcende l'historicité de sa démonstration.

Les mathématiques sont-elles ontologiquement dans la nature ou résultent-elles seulement d'un jeu du langage humain ?

L'orateur fait référence à un échange entre deux mathématiciens : André Lichnerowicz (1915 - 1998) et Alain Connes (né en 1947).
Pour un mathématicien structuraliste comme Lichnerowicz, l'Être est mis entre parenthèses, l'Être des choses n'est d'aucune importance. Les mathématiciens utilisent des symboles qu'ils construisent et mettent ensembles sans leur faire correspondent une réalité précise. Il s'agit d'un système de déduction logique, obtenu à l'intérieur d'un langage. Les mathématiciens n'ont pas à se prononcer sur l'épistémologie des mathématiques.
Il y a cependant un cas qui fait exception, c'est le sens que l'on donne au théorème de Gödel. Pour Lichnerowicz : dans un système axiomatique donné, basé sur l'arithmétique, il y aura toujours une proposition indécidable dont on ne peut savoir si elle est vraie ou fausse. Elle n'a pas de statut de vérité ou de fausseté elle est indéterminée. Maintenant lisons le théorème de Gödel sous la plume de Gödel. « *Toute axiomatique basée sur l'arithmétique contient toujours une **proposition vraie qui n'est pas démontrable***». Ce n'est pas la même chose. Elle a une valeur de vérité fixée mais qui n'est pas accessible. Lichnerowicz dit *« Je ne comprends pas ce que veut dire une proposition vraie mais non démontrable. Comment peut-on la dire vraie si elle n'est pas démontrable ? »*

Alain Connes propose une analogie avec la réalité d'un tribunal :
« *…un théorème fondamental de la logique est que, si une proposition universelle est démontrable, elle est vraie. Mais la réciproque est fausse. Il existe des propositions universelles qui sont vraies mais qui ne sont pas démontrables. Pour le comprendre, faisons une analogie avec la réalité d'un tribunal. D'une certaine manière, quand on fait des raisonnements logiques à l'intérieur d'un système d'axiomes, c'est comme si l'on était au tribunal. Il y a des pièces à conviction : ce sont les axiomes. La déduction logique s'opère à partir de ces axiomes. Si certains faits sont démontrables à l'intérieur du tribunal, ils sont automatiquement vrais. Mais l'inverse n'est pas vrai. Il se peut qu'un fait soit vrai sans être démontrable à l'intérieur du tribunal. Il faut distinguer entre ce qui est démontrable au*

tribunal, dans le système déductif dans lequel on travaille, et la réalité. On sait maintenant que la plupart des énoncés vrais sont non démontrables ». C'est une position platonicienne.

Un peu plus loin dans la discussion Alain Connes dit une phrase assez étonnante :
« *Je crois qu'un des critères d'une vraie compréhension du monde physique extérieur, est notre capacité à comprendre sa position à l'intérieur du monde mathématique* »
On n'a jamais vu une phrase aussi platonicienne !

Pythagore (580 - 495 avant JC)
Pour lui, l'essence du monde, c'est le nombre. Si on la transcrit en langage moderne, cette conception revient à dire que la structure profonde de la Nature est mathématique, que le monde est « fait de mathématiques ».

Platon (324 - 322av JC)
L'explication platonicienne de la réussite des mathématiques consiste à admettre que les mathématiques constituent un langage intermédiaire qui permet de passer du monde sensible au monde des Idées, Idées qui forment la réalité profonde des choses.
En d'autres termes, si les mathématiques sont efficaces, dira un platonicien, c'est parce qu'elles permettent non pas d'atteindre mais de viser les structures profondes du monde.

Aristote (384 - 322 av JC)
Il place la source des mathématiques dans cette capacité que possède l'esprit humain à extraire des formes du monde sensible et à les analyser sous l'angle de la quantité. Pour lui, toutes les mathématiques ont une origine empirique, elles se construisent uniquement par «infiltration » à partir de l'observation. Si elles sont si efficaces, c'est parce que nous ne faisons rien d'autre que nous servir de structures qui nous ont été livrées par le monde physique lui-même. Tout ce qui constitue les mathématiques a été emprunté au monde physique.

Dans un livre récent faisant l'éloge des mathématiques un auteur dit à peu près la même chose. Par exemple il écrit: *« Un accélérateur de particules c'est de la théorie matérialisée ».*
On a fabriqué un objet physique qui fonctionne grâce à des mathématiques qui ont permis de le concevoir et de le construire. Donc le monde physique serait une sorte d'émanation en partie construite dans un monde mathématique beaucoup plus éthéré.

Pour finir sur une note assez drôle sur ces histoires de réalité des mathématiques, on peut remarquer que la classification des grandes écoles en France, repose sur des conceptions mathématiques qui datent de l'antiquité, celles de **Pythagore, Platon, Aristote**.
L'Ecole qui s'inspire de Pythagore c'est celle dont le surnom est la lettre X, polytechnique, où même les cours d'économie sont des cours de maths.
Les Ecoles qui viennent un peu après sont les écoles « Platoniciennes » dans lesquelles les mathématiques sont un langage intermédiaire entre le monde empirique et le monde des idées.
Les Ecoles qui viennent ensuite sont « Aristotéliciennes ». Les mathématiques servent à faire des « fit » de courbes expérimentales et ont toujours une impulsion empirique à leur origine.
Il n'est jamais très bon d'être complétement pythagoricien. Une blague traîne à Centrale : deux polytechniciens partent dans la brousse pour leur vacances, plantent leur tente, et, au petit matin il y en a un qui sort la tête et qui voit l'autre polytechnicien qui court autour de la tente, poursuivi par un lion, Il s'inquiète et l'autre qui court dit à celui qui est resté dans la tente : ne t'inquiète pas, le danger est plus apparent que réel car j'ai deux tours d'avance. C'est un raisonnement pythagoricien.

Aucun des trois auteurs de l'antiquité ne peut expliquer ce que l'on appelle aujourd'hui «l'efficacité des mathématiques »

Nature du couplage entre les sciences physiques et les mathématiques
Par quel miracle les êtres mathématiques qui sont abstraits s'associent-ils à la détermination des êtres qui sont soumis à la contingence, à la mobilité ? En termes plus simples : comment ce qui est EST peut-il s'accorder à ce qui DEVIENT ?
De nos jours, au lycée, plus personne ne s'étonne du fait qu'un calcul sur un circuit RLC donne une valeur que l'on retrouve facilement en faisant l'expérience. Il existe une bijection entre les résultats calculés et les résultats mesurés. Comment se fait-il que des calculs permettent de dire à l'avance ce que donne une mesure ? C'est cela qu'il faut expliquer.

Avant Galilée (1564 – 1642) la question ne se posait pas ; il n'y avait pas de sciences physiques mathématisées.
Que disait Galilée ? Dans le livre « L'Essayeur » (Il Saggiotore, 1623), il écrit :
« Le livre de la Nature est écrit en langage mathématique. La philosophie est écrite dans ce livre gigantesque qui constamment se tient ouvert devant nos yeux (je veux dire l'Univers), mais on ne peut le comprendre si d'abord on n'apprend pas à connaître la langue et les caractères dans lesquels il est écrit. Il est écrit en langue mathématique et ses caractères sont les triangles, les cercles, et d'autres figures géométriques, sans lesquelles il est HUMAINEMENT impossible d'en comprendre un seul mot, sans lesquelles on est vraiment dans un labyrinthe obscur ».

Que faut-il comprendre par les termes : *« il est humainement impossible … » ?*
Il y a deux façons de comprendre cette idée :

- Ce langage mathématique est pensé comme étant **celui de la nature** elle-même. C'est la Nature qui possède ce langage. Nous devons apprendre ce langage pour communiquer avec elle.
- Ce langage est pensé comme le **langage de l'Homme**. C'est l'homme qui fait les mathématiques donc c'est nécessairement dans ce langage-là que devront être traduits les faits naturels pour nous devenir intelligibles.

Dans ce deuxième cas, on force la nature à parler ce langage qui est le nôtre, pas le sien. On l'oblige à cracher des résultats qui ne sont pas de sa nature.
Ce sont les allemands qui ont le plus travaillé ce « humainement », en particulier Kant et Husserl.

Emmanuel Kant (1724 - 1804) répond explicitement à cette question dans la préface de la « Critique de la raison pure » : « *Lorsque Galilée fit descendre ses boules sur un plan incliné […] il se produisit une illumination pour tous les physiciens. Ils comprirent que la raison ne voit que ce qu'elle produit elle-même selon son propre projet, qu'elle doit prendre les devants avec les principes qui déterminent ses jugements et* ***forcer la nature à répondre à ses questions*** *et non pas se laisser conduire en laisse par elle* » (Folio essais, Gallimard 1980 page 43). Finalement l'expérimentation est une opération de torture qui contraint la nature à répondre aux questions posées.

Edmund Husserl (1859 – 1938) refonde l'ensemble des sciences et de la philosophie. Dans un livre intitulé « *La crise de l'humanité européenne* », écrit au moment où le nazisme arrive au pouvoir, il considère que les racines de ce mouvement remontent très loin, jusqu'à Galilée. Depuis Galilée l'humanité européenne connait une crise car elle devient étrangère à sa propre essence. A qui la faute demande-t-il ? A Galilée. Car la révolution galiléenne ne se ramène pas à la victoire de la science sur l'ignorance, l'illusion ou le préjugé, la révolution galiléenne accomplit surtout la substitution par laquelle le monde mathématique, c'est-à-dire le monde de l'idéalité, est pris **pour le seul monde réel.**
« Le geste de Galilée est à la fois découvrant et recouvrant. Il est découvrant parce qu'il fraie la voie à l'infinité des découvertes en physique mais également recouvrant car il recouvre le monde tel que nous l'éprouvons d'une mathématisation qui l'éloigne de nous et nous le rend étranger ».

Le monde mathématisé nous devient étranger. La physique à tendance à remplacer ce que l'on voit par des lois dont l'énoncé est absurde. Pour Husserl on a érigé la mathématisation du monde en règle absolue. Notre raison ne répond plus à la question : «qu'est-ce ? » mais à la question « comment ? ». Ce qu'explique Husserl, et qui sera repris par Heidegger, c'est que l'Europe a abandonné une pensée *« méditante »* pour une pensée exclusivement *« calculante »* en remplaçant toutes les questions commençant par « pourquoi » par des questions commençant par « comment ».

Mais des physiciens ont aussi tenté d'expliquer la relation avec les mathématiques (avec sans doute des conceptions différentes de la nature des mathématiques et de leurs liens avec le réel)

Johannes Kepler (1571 - 1630) écrit : *« Que peut saisir l'esprit humain à part les nombres et les grandeurs* ? » Kepler est le pionner du réductionnisme. La science ne vise jamais qu'à élaborer un modèle propre à éclairer l'intelligibilité du réel, et ce modèle n'est jamais qu'un modèle réduit. On fait des mathématiques parce qu'on n'a pas d'autre choix.

De même, pour **Richard Feynman (1918 - 1988)**, Prix Nobel 1965, nous faisons de la physique mathématique faute de pouvoir faire mieux : *« La physique est mathématique non parce que nous en savons beaucoup sur le monde physique mais au contraire parce que nous en savons fort peu. Seules les propriétés mathématiques du monde nous sont accessibles et la puissance de la physique vient précisément de ce qu'elle limite ses ambitions aux seules questions mathématisables ».*
Parler de la nature du temps c'est… perdre son temps. Par contre s'interroger sur la façon de le représenter mathématiquement dans les lois physiques permet d'aboutir à des généralités conceptuelles.

Albert Einstein (1879 - 1988) **s'**émerveillait de leur admirable efficacité **:** *« Comment se fait-il que les mathématiques, qui sont un produit de la pensée humaine et sont indépendantes de toute expérience, puissent s'adapter d'une façon si admirable aux objets de la réalité ? »* (Albert Einstein, 1934, La Géométrie et l'Expérience, Gauthier-Villars)
« La raison humaine serait-elle capable, sans avoir recours à l'expérience, de découvrir par la pensée seule les propriétés des objets réels ?». On sent, de la part d'Einstein, une sorte d'étonnement qu'il exprimera de façon plus concise en disant : *« Ce qui est incompréhensible c'est que le monde soit compréhensible ».*

Plus récemment, pour **Pierre Lochak** (né en 1971), Professeur de mathématiques à l'Université Paul Sabatier de Toulouse : *« Comment un ensemble de symboles abstraits articulé par un jeu de règles précises, issu très souvent d'une activité intellectuelle peut-il posséder de telles capacités d'adaptation au monde empirique ? »*

Gilles Châtelet (1944 – 1999) Mathématicien et philosophe interroge autrement les relations :
« Comment se fait-il que la mathématique qui, dans les sciences, est à la fois la bonne à tout faire et la reine des sciences, soit si utile à cette « cuisinière malpropre et performante » qu'est la physique ?»
Ce qui est en jeu ici, c'est une hiérarchie des sciences, qui pose ensuite la question de leurs liens mutuels. Si les mathématiques sont au-dessus du lot, comment se fait-il qu'elles daignent s'appliquer généreusement en deçà d'elles-mêmes.

Les mathématiques, en physique, sont devenues une sorte de « treuil ontologique » capable de prédire de nouveaux objets physiques par des arguments mathématiques. Il y avait la découverte de Neptune par Le Verrier mais il s'agissait d'une nouvelle planète, une de plus ; on en connaissait d'autres. Prévoir des objets que l'on n'a jamais vu, des objets totalement inconnus c'est autre chose ! Ce fut le cas pour le photon, les positrons, les neutrinos, les quarks, les bosons intermédiaires, et plus récemment le boson scalaire de Higgs. On ne connaissait aucun champ scalaire auparavant.

L'histoire du boson de Higgs

Dans les années soixante on avait trouvé un modèle physique appelé « modèle standard » qui semblait décrire correctement tous les faits expérimentaux connus, sauf ce qui concerne la masse des particules. Deux possibilités se présentaient :

- Soit la théorie est fausse, il faut donc la changer
- Soit quelque chose dans les faits nous échappe

Quelques physiciens supposent alors que la masse des particules pourrait ne pas être une propriété intrinsèque des particules mais une propriété secondaire. Ils émettent l'hypothèse d'un champ quantique scalaire de spin nul dont les quanta seraient des bosons scalaires. A l'été 1964 ils rédigent un article bourré d'équations mathématiques qui ne fait qu'une page et demi. La recherche de cette particule intermédiaire, hypothétique mais qui compléterait harmonieusement le modèle standard (et que l'on appelle actuellement le boson de Higgs), justifie la construction du LHC au CERN. Elle est effectivement, découverte 48 ans plus tard. Dans ce cas, on voit que la théorie devance de très loin l'expérience.

Eugène Wigner (1902 - 1995) Physicien Hongrois Prix Nobel de physique 1963.
La mathématique dit-elle les choses du monde ou simplement les relations entre les choses ? Ces interrogations ont fait l'objet, en 1960, d'un article célèbre signé de Eugène Wigner et intitulé *« The Unreasonable Effectiveness of Mathematics in the Natural Sciences* » ce qui a été traduit en français par *« la déraisonnable efficacité des mathématiques dans les sciences de la nature*» ; la traduction n'est pas vraiment satisfaisante car le terme anglais « *unreasonable* » ne veut pas dire déraisonnable (contraire à la raison), il indique seulement qu'il n'existe pas de raison d'expliquer cette efficacité. Pour Eugène Wigner l'efficacité des mathématiques en physique relève d'un miracle, et ce miracle permet un dévoilement de la nature aussi impressionnant qu'émouvant.

Que signifie « efficacité » ?
La notion d'efficacité des mathématiques recouvre plusieurs significations.
Il peut s'agir d'abord d'une capacité de **prédiction** ou de **rétrodiction**. Une théorie mathématique sera dite efficace si elle peut anticiper les résultats expérimentaux ou reproduire les données déjà obtenues. Elle doit être capable de fournir des résultats numériques qui reproduisent ce que l'on mesure ou bien ce que l'on observe. Mais l'efficacité ne se mesure pas seulement à cette possibilité de **« sauver les phénomènes »** c'est-à-dire rendre compte de la réalité des observations.
L'efficacité d'une théorie mathématique peut aussi venir du fait qu'elle met en évidence des structures « **explicatives ».** Exemple : les théories de jauge, par lesquelles on décrit aujourd'hui l'interaction électrofaible, ne manifestent pas seulement leur efficacité par le fait qu'elles reproduisent les données recueillies auprès des détecteurs ; elles sont aussi et surtout efficaces parce qu'elles donnent un schéma expliquant la structure de cette interaction électrofaible en termes de symétries abstraites. La structure de la théorie possède donc, en plus de l'efficacité strictement prédictive, une **efficacité explicative**. Cela rejoint les remarques de **René Thom** qui, dans « *Prédire n'est pas expliquer »* (publié en 1993, Champs Flammarion n°288) soulignait, en bon aristotélicien, la nécessité de ne pas confondre les fonctions prédictives et explicatives dans le domaine des sciences de la nature. Il en tirait au passage argument pour régler leur compte aux physiciens qui, disait-il, font des calculs parfaitement prédictifs mais sans rien comprendre à ce que ces calculs signifient. Soulignons au passage que cette capacité explicative va de pair avec une capacité unificatrice : expliquer, c'est en effet ramener la diversité des phénomènes à un petit nombre de principes.

Enfin, l'efficacité des mathématiques peut également jouer à un troisième niveau, plus aérien, qui est celui de la générativité : une théorie mathématique est efficace si elle permet **d'engendrer de nouvelles idées**, de nouveaux **concepts**, des stratégies inédites, des solutions originales à des problèmes anciens. L'importance de cette définition a été notamment soulignée par Alain Connes, qui insiste beaucoup sur la « *générativité conceptuelle* » des formalismes mathématiques de la physique (dans « *Matière à penser* », le livre qu'il a écrit en collaboration avec **Jean-Pierre Changeux**).

Elle a également été mise en avant par Freeman Dyson, qui rappelait que « *pour le physicien, les mathématiques ne sont pas seulement un outil permettant de calculer les phénomènes ; elles sont aussi la source principale des principes et des concepts qui permettent d'élaborer de nouvelles* théories ».

Roger Penrose (né en 1931) classe les théories physiques en fonction des différents sens du mot efficacité. Ces trois définitions, ces trois modalités de l'efficacité étant posées, il établit une sorte de classification des théories en fonction de leur capacité prédictive en physique.

- Penrose qualifie de « **superb »** les théories qui sont les plus efficaces de ce point de vue, car elles cumulent les trois modalités de l'efficacité. Il cite comme exemples la mécanique classique, la relativité, l'électromagnétisme de Maxwell et l'électrodynamique quantique.
- Il qualifie de « **useful »** les théories qui, tout en ayant une très bonne confirmation expérimentale, ne possèdent ni le niveau de prédictivité ni la cohérence interne des « superb theories ». Il cite comme exemples la théorie électrofaible, la chromodynamique quantique, le modèle standard de la cosmologie.
- Enfin, Penrose introduit le concept de « **tentative theory »** qui renvoie à des théories élégantes et séduisantes qui ne sont encore confirmées par aucune donnée expérimentale, mais qui conduisent à manipuler des idées qui pourraient devenir fécondes. L'exemple canonique de « tentative theory » est évidemment la théorie des cordes.

On a distingué ainsi différentes modalités d'« efficacité » ; reste la question « Comment comprendre l'efficacité des mathématiques en physique » et les tentatives pour y répondre.

Pour Pythagore la question ne se pose même pas. Le monde EST mathématique, donc il faut faire des maths pour le comprendre, il n'y a pas d'autres solution. Cette efficacité est non miraculeuse elle est EVIDENTE.

Pour Platon, il y a le monde des idées et le monde empirique. Les mathématiques font le lien entre les deux. Il faut accepter l'idée qu'il y a deux mondes et que l'ontologie des mathématiques est une ontologie séparée par rapport au monde empirique. Il y a énormément de mathématiciens qui sont platoniciens (Gödel, Villani, Connes…). On ignore s'il y a beaucoup de physiciens qui le sont. Le platonisme pose la question de la correspondance entre ces deux mondes. Le cerveau du mathématicien a des antennes très spéciales qui lui permettent de se connecter là-haut et de redescendre dans le monde empirique. C'est le cerveau du mathématicien qui fait le *« boson intermédiaire* » entre le monde des idées et le monde empirique.

Peu de mathématiciens se réclament d'Aristote. Peut-être Grothendieck (1928 - 2014) ? il procède par une mise en concept, en parlant de ce qu'il a observé pour atteindre des niveaux d'abstraction qui peuvent être bien supérieurs à ceux qui proviendraient d'une démarche platonicienne.

Comment se fait-il qu'à partir d'un argument mathématique on peut prédire l'existence de nouvelles sortes d'objet physique ?

La découverte de Neptune en 1846 avait été saluée par la presse en disant que c'est la première planète découverte par le seul calcul. Découverte fabuleuse mais on ne faisait que découvrir une planète de plus. On connaissait déjà des planètes. C'est spectaculaire mais moins que la découverte de nouvelles particules. Quand Dirac prédit le positron, il prédit un objet que l'on n'a jamais vu. Le boson de Higgs découvert en 2012 est décrit par un champ scalaire. On ne connaissait pas de particules décrites par un champ scalaire. Donc on a prédit 48 ans à l'avance la détection d'une nouvelle sorte d'objet physique. Là on s'éloigne tout à fait d'une sténographie du réel qui serait là pour dire, d'une manière condensée la régularité des phénomènes. Il existe des choses que l'on n'a jamais vues qui doivent exister sinon on n'y comprend rien. C'est cette puissance là qu'il faut expliquer et ces différentes écoles n'ont pas compris ces enjeux-là. Le problème c'est la séparation physique-philo. Les philosophes ne connaissent pas ces choses-là, les physiciens ne s'intéressent pas à la philosophie. Donc on est dans une sorte de trou qui empêche que la question soit posée convenablement.

Paul Dirac (1902 – 1984) Prix Nobel 1933 (Beau-frère d'Eugène Wigner**),** publie en 1918 une équation à la fois quantique et relativiste. Il réussit à faire une sorte de mariage conceptuel entre les principes de la mécanique quantique et de la relativité à l'aide de matrices.
Il aboutit à des solutions qui correspondent à des énergies négatives qui s'appliqueraient à des particules qui « *remontent le temps* ». En 1932 il arrive à la conclusion que ces particules sont en fait des antiparticules d'énergie positive qui suivent le cours normal du temps. Par exemple, à l'électron correspond le positron son antiparticule qui sera effectivement découverte assez rapidement par Anderson.
Dirac était le beau-frère de Wigner et il n'était pas d'accord avec lui. Il pensait que les mathématiques que l'on utilise en physique ne sont pas quelconques ; ce n'est pas toutes les mathématiques mais une partie d'entre elles. Il observe en 1938 que « ce serait une bonne chose de donner une préférence à ces parties des mathématiques qui ont un groupe de transformation intéressant en amont d'elles-mêmes ». Autrement dit les mathématiques sont intéressantes pour les physiciens si elles produisent ou contiennent beaucoup d'invariants.

Paul Dirac, grand physicien, fut un grand taiseux, aux limites de l'autisme. Un champion Olympique de laconisme. Une anecdote concerne Pauli et Dirac qui, en Angleterre, prennent un jour un train ensemble. Pauli ne savait pas trop comment parler à Dirac. Après une heure de silence de la part de Dirac, Pauli commença à chercher désespérément une remarque grâce à laquelle il pourrait amorcer une conversation. Voyant au loin un troupeau de moutons, il se tourna vers Dirac : « On dirait que ces moutons ont été tondus tout récemment. » Dirac regarda dans leur direction, et répondit : « Au moins de ce côté-ci »
La remarque est en fait profonde car ce qu'il veut dire c'est que notre cerveau, lorsqu'il reçoit des informations visuelles, utilise des logiciels d'invariance. Si je regarde une tasse de café je ne la vois que partiellement ce qui ne me gêne pas pour dire qu'il s'agit d'une tasse de café. Alors que si j'étais intellectuellement honnête il faudrait que je la regarde sous tous les angles pour affirmer que c'est une tasse de café. Notre cerveau utilise des « trucs » d'invariance ; à partir d'un point de vue partiel il en tire une inférence générale.

L'idée de Dirac est que la physique utilise des mathématiques riches en invariants pour des inférences. Il avait noté que la richesse en invariants est souvent un indice de la profondeur de la théorie, de sorte qu'un bon critère de l'applicabilité d'un formalisme mathématique en physique est l'existence de groupes assez riches de transformations. Exemple : théorie des nœuds, théorie des groupes, théorie des fonctions à une variable complexe, équations covariantes.

On cherche à savoir comment s'est faite l'articulation entre le monde physique et ces lois physiques. Est-ce qu'elles sont immanentes ? Est-ce qu'elles sont transcendantes ? Est-ce qu'elles étaient fixées à l'avance ?
La question de l'efficacité des mathématiques, semble périphérique et inutile en pratique, mais elle devient cruciale quand on essaie de décrire l'Univers primordial puisque l'on se trouve avec des questions qui sont de type « poule /oeuf» ; qu'est ce qui est premier, la poule ou l'œuf ? Où est le coq ?