

# MESURER SATURNE

Pierre Causeret

Quel est le diamètre de Saturne ? Et de ses anneaux ? Vous pourrez répondre à la question avec cette petite manip simple, nécessitant un instrument, lunette ou télescope, et un oculaire réticulé.

À la fin du 17<sup>e</sup> siècle, Johannes Kepler établissait un plan précis des orbites des six planètes connues du Système solaire. On connaissait alors les distances des planètes au Soleil ainsi que les distances des planètes entre elles à un instant donné, en unités astronomiques<sup>1</sup>. En 1672, Cassini et Richer mesuraient la parallaxe de Mars depuis Cayenne et Berlin et en déduisaient la valeur de l'unité astronomique. Ils ont obtenu environ 130 millions de nos kilomètres actuels<sup>2</sup>.

C'était encore peu précis mais les mesures se sont ensuite améliorées avec d'autres mesures de la parallaxe de Mars, avec des observations de passages de Vénus devant le Soleil ou avec la mesure de la parallaxe de l'astéroïde Éros. La mécanique céleste nous permet donc de connaître la distance d'une planète à un instant donné.

Pendant l'école d'été 2022, nous avons observé la planète Saturne le samedi 20 août avec le Dobson de 300 mm du Clea. Stellarium nous indiquait alors sa distance, un peu plus de 8,86 unités astronomiques, soit 1 330 000 000 km. Connaissant sa distance, comment trouver son diamètre ? Il suffit de déterminer son diamètre apparent, c'est-à-dire l'angle sous lequel on observe son diamètre depuis la Terre. Nous aurions pu photographier la planète au foyer du télescope et en déduire son diamètre apparent connaissant la taille d'un pixel et la focale de l'instrument. Nous avons choisi une méthode plus simple, chronométrier le passage de Saturne devant le fil d'un oculaire réticulé (avec réticule éclairé), en utilisant pour cela le mouvement apparent du ciel (figure 1).

## Les mesures

Voici les résultats des chronométrages en seconde, par 11 observateurs différents.

|      |     |     |     |     |      |      |     |      |      |      |
|------|-----|-----|-----|-----|------|------|-----|------|------|------|
| 1,55 | 1,3 | 1,6 | 1,4 | 1,1 | 1,27 | 1,33 | 1,1 | 0,95 | 1,57 | 1,35 |
|------|-----|-----|-----|-----|------|------|-----|------|------|------|

On fait la moyenne des résultats et on obtient 1,32 s.

Comment passer au diamètre apparent de Saturne ?

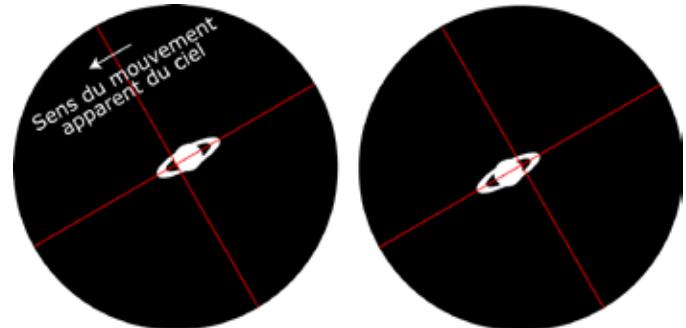


Fig.1. L'oculaire est tourné pour qu'un des fils du réticule soit parallèle à l'équateur céleste.

- 1a. On déclenche le chronomètre quand la planète est tangente au fil perpendiculaire au mouvement apparent.
  - 1b. On arrête le chronomètre quand la planète a traversé le fil.
- Dans la pratique, il est plus simple d'avoir une personne pour chronométrer, l'observateur se contentant de crier « top » deux fois.

## Calcul du diamètre apparent

Si on suppose que Saturne est proche de l'équateur céleste, la rotation de la Terre induit un mouvement apparent du ciel de 360° en 24 h, donc de 15° par heure, soit 15' par minute ou 15" par seconde. Notre mesure de 1,32 seconde correspond alors à un diamètre apparent pour Saturne de 19,8".

En réalité, Saturne n'étant pas sur l'équateur, il faut introduire un facteur  $\cos \delta$  où  $\delta$  est la déclinaison (voir encadré page suivante). Avec une déclinaison de -16° pour Saturne ce jour-là, le mouvement apparent n'est plus que de 14,4" par seconde et le diamètre apparent de Saturne devient 19".

## Du diamètre apparent au diamètre réel

La planète Saturne, située à une distance  $r$  de 1,33 milliard de km nous apparaît sous un angle  $a$  de 19". Quel est son diamètre réel  $d$  ? C'est un problème habituel en astronomie que l'on peut résoudre avec  $d = ra$  si l'angle est en radian, ou avec de la trigonométrie, ou encore avec la proportionnalité entre l'angle au centre et la longueur d'un arc :

$$360^\circ \rightarrow 2\pi r \text{ avec } r = 1 330 000 000 \text{ km}$$

$$1'' \rightarrow 2\pi r / (360 \times 3600) \text{ soit } 6 450 \text{ km}$$

$$19'' \rightarrow 19 \times 2\pi r / (360 \times 3600) \text{ soit } 122 500 \text{ km}$$

122 500 km au lieu de 120 500 pour le diamètre équatorial, ce n'est pas si mal ! Mesurer un temps au centième de seconde était sûrement ambitieux.

1 L'unité astronomique est, à l'origine, la mesure du demi grand axe de l'orbite terrestre, soit approximativement 150 millions de km. En 2012, sa valeur fut fixée à 149 597 870 700 mètres, le mètre étant défini comme la distance parcourue par la lumière en un temps donné.

2 Voir l'article de Béatrice Sandré sur le sujet dans le n° 137 des Cahiers Clairaut.

Les valeurs minimale et maximale chronométrées donnent respectivement 88 000 et 149 000 km...

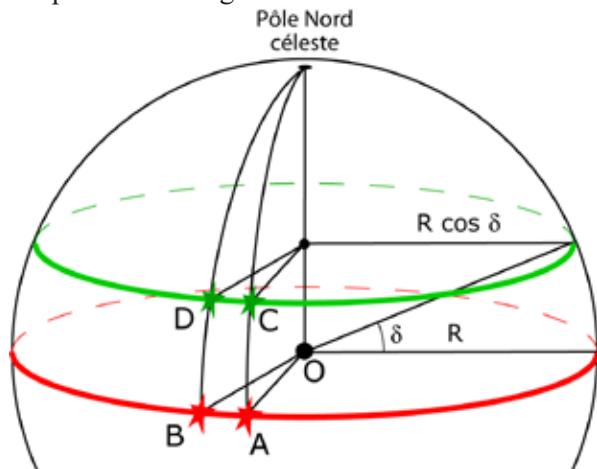
### Mouvement apparent et déclinaison

On se place sur la sphère céleste (imaginaire) de rayon  $R$ . Une étoile située sur l'équateur céleste (en rouge ici), se déplace de A en B en 1 minute. La longueur de l'arc AB est égale à  $2\pi R/1440$  (24 h = 1 440 minutes).

Pendant ce même temps, l'étoile verte de déclinaison  $\delta$  va se déplacer de C en D, l'arc de parallèle CD étant égal à  $2\pi R \cos \delta / 1440$ .

Pour un observateur en O, l'étoile verte s'est déplacée d'un angle plus petit que l'étoile rouge, le facteur étant égal à  $\cos \delta$ .

Remarque : pour des temps courts, on assimile l'arc de parallèle CD calculé ici et l'arc de grand cercle CD correspondant à l'angle de sommet O.



### La mesure des anneaux

La même mesure a été effectuée pour mesurer le diamètre des anneaux. Par chance, les anneaux apparaissent comme une ellipse dont le grand axe est presque parallèle au sens du déplacement.

Le temps moyen mesuré était de 3,3". Avec la même méthode que précédemment, on en déduit le diamètre apparent des anneaux puis leur diamètre réel. On trouve 307 000 km.

Cela semble beaucoup : dans un télescope d'amateur, on observe les anneaux A et B dont le diamètre maximal est donné à un peu moins de 280 000 km. Les valeurs minimale et maximale chronométrées donnaient respectivement 281 000 et 345 000 km.

### Conclusion

Il ne faut pas attendre de cette méthode une grande précision mais elle permet d'obtenir un bon ordre de grandeur pour le diamètre de Saturne et de ses anneaux. Si on veut obtenir de meilleurs résultats, il faudrait filmer le passage de Saturne pour avoir une meilleure précision sur le chronométrage ou mesurer les diamètres apparents avec une autre méthode... ■