

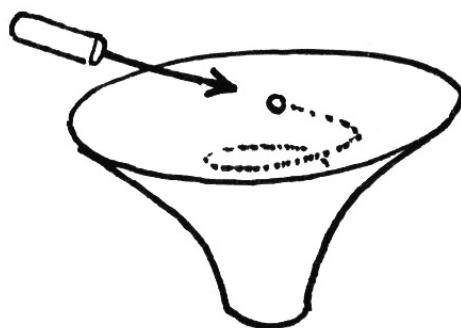
# LA REPRÉSENTATION MÉCANIQUE DES MOUVEMENTS PLANÉTAIRES

Roland Trotignon, Société astronomique populaire de Toulouse

*Bien avant les simulations numériques, des systèmes mécaniques rendaient compte des mouvements des planètes. L'auteur présente quelques exemples.*

**S**i de nombreux sites internet proposent des simulations informatiques des mouvements planétaires, les représentations par maquettes mettant en jeu des objets matériels sont beaucoup plus rares.

Les musées des sciences représentent souvent l'action de la force de gravitation sur un corps en mouvement par un entonnoir en matière plastique, un vortex, dans lequel on injecte une bille avec une vitesse et une orientation réglables.



On donne ainsi une bonne idée qualitative des différentes orbites possibles ; on voit nettement en cas d'orbite elliptique les différences de vitesse entre le passage à l'apoastre et au périastre. On ne peut cependant s'assurer de la validité de la deuxième loi dite « loi des aires ».

## Vers une représentation de la loi des aires.

Peut-on représenter plus précisément la 2<sup>e</sup> loi de Kepler sur une maquette ?



Une solution originale est donnée au musée des sciences de Guangzhou (Chine). Comme représenté sur la figure, un secteur est rempli de billes. Lorsque le secteur se déplace, le nombre de billes restant constant, et le secteur garde approximativement la même surface.

Bien qu'astucieux, ce mode de représentation semble poser des problèmes ; le glissement des billes n'est pas assuré et lorsque j'ai visité le musée en question, la maquette ne fonctionnait pas.

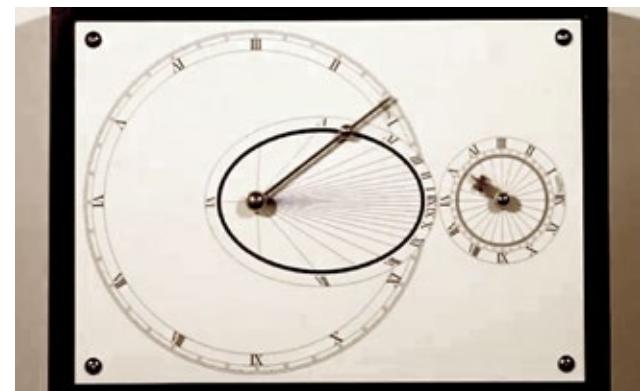
## Le cométarium

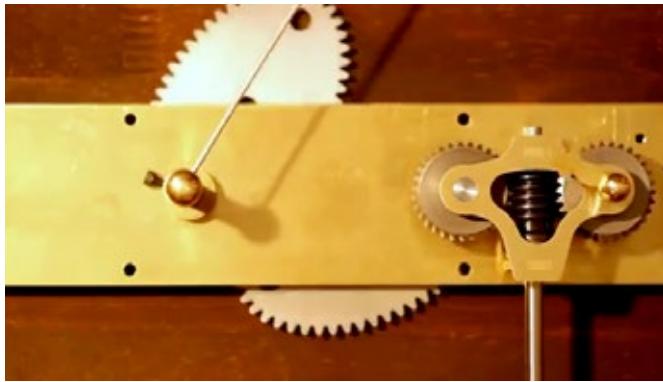
Au XVIII<sup>e</sup> siècle, John Theophilus Desaguliers a conçu un instrument qui fut nommé cométarium car il pouvait représenter le mouvement des comètes sur des orbites elliptiques. Le mécanisme consiste en 2 roues elliptiques dentées engrenant l'une sur l'autre.



Bien que l'on puisse démontrer que la loi des aires n'est pas parfaitement reproduite, le fonctionnement est impressionnant et donne une bonne idée des variations de vitesse selon la distance.

Les deux vidéos figurant dans la bibliographie montrent le cométarium en fonctionnement.

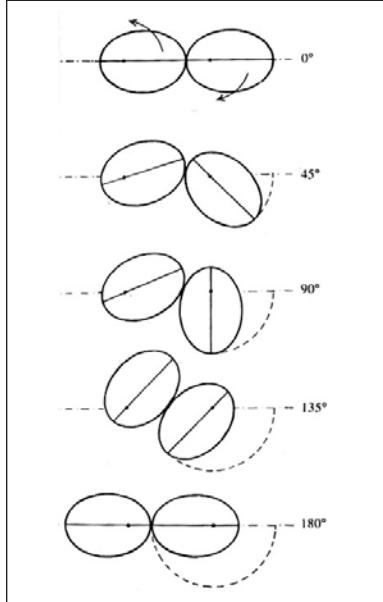




Le schéma ci-dessous, tiré de l'ouvrage de Henry C. King « Geared to the stars » montre la façon dont les deux engrenages elliptiques engrènent en donnant une vitesse de rotation variable à l'ellipse de gauche à partir d'une vitesse de rotation constante de l'ellipse de droite.

Le rapport de vitesse entre les deux roues dentées est celui des dimensions des deux rayons instantanés de rotation.

Si  $e$  est l'excentricité des ellipses, dans la position du haut ( $0^\circ$ ), le rapport est de  $(1-e) / (1+e)$  ; dans la position indiquée  $-135^\circ$ , le rapport instantané est égal à 1 ; dans la position du bas ( $-180^\circ$ ), le rapport est  $(1+e) / (1-e)$ .



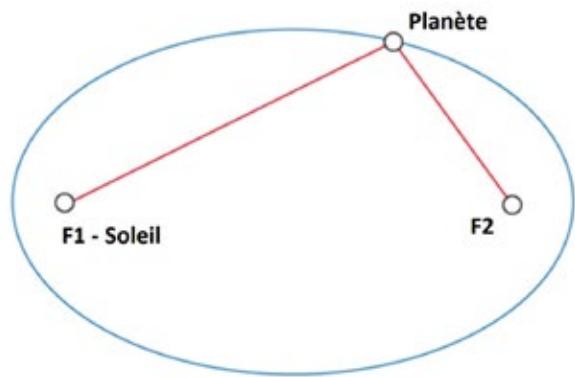
Le rapport entre la vitesse maximale et la vitesse minimale de la roue de droite est de  $(1+e)^2 / (1-e)^2$ .

## Le dispositif à foyer vide

Un autre dispositif, celui du 'foyer vide', consiste à faire se mouvoir la planète sur une ellipse en l'entraînant à partir du foyer qui n'est pas le foyer du corps exerçant l'attraction centrale.

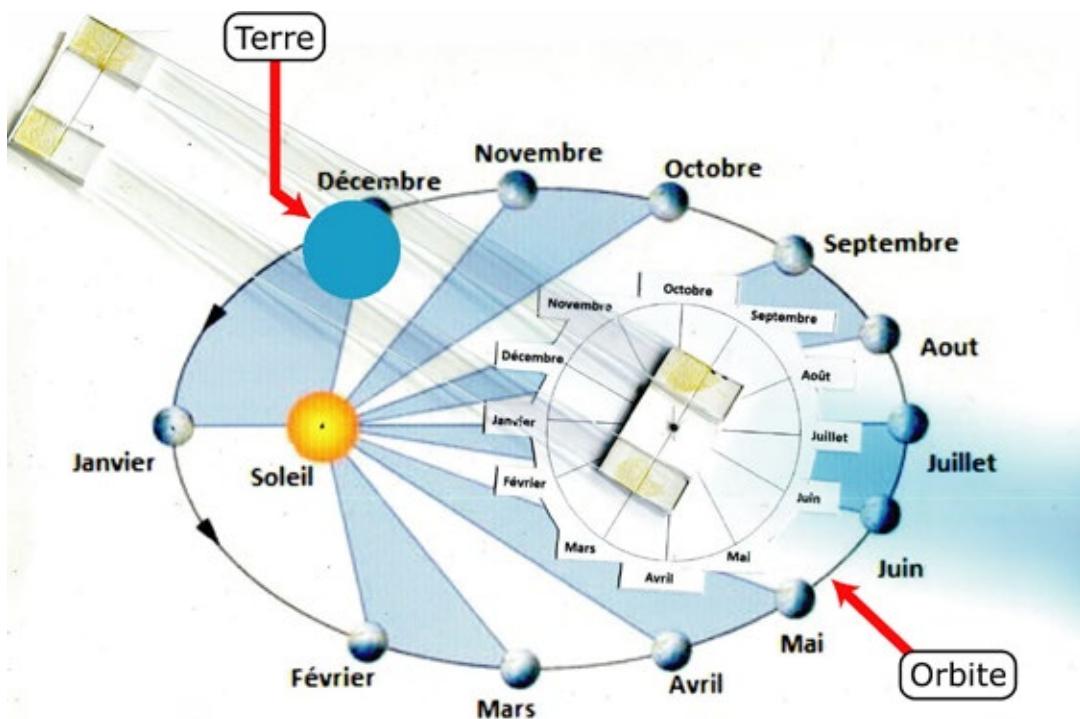
La droite F2-Planète tournant à une vitesse de rotation uniforme, la droite F1-Planète tourne en respectant approximativement la loi des aires. Une maquette n'est pas très difficile à réaliser.

Ici aussi, on démontre qu'en toute rigueur la loi des aires n'est pas respectée ; si l'excentricité de l'ellipse est faible, la démonstration est suffisante pédagogiquement.



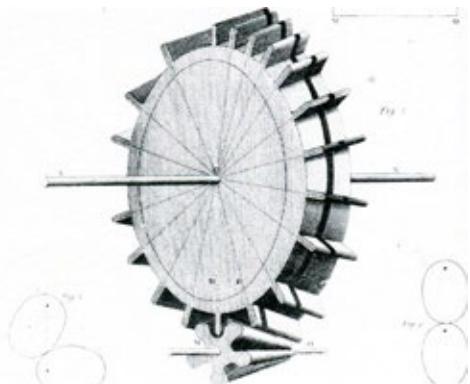
Une réglette tournante centrée sur la petite roue de droite porte la planète Terre. Lorsque la réglette tourne à une vitesse de rotation uniforme, la planète Terre représentée par une petite bille bleue a une vitesse sur orbite différente selon son éloignement du Soleil.

Le modèle ci-dessous s'inspire du dispositif à foyer vide :

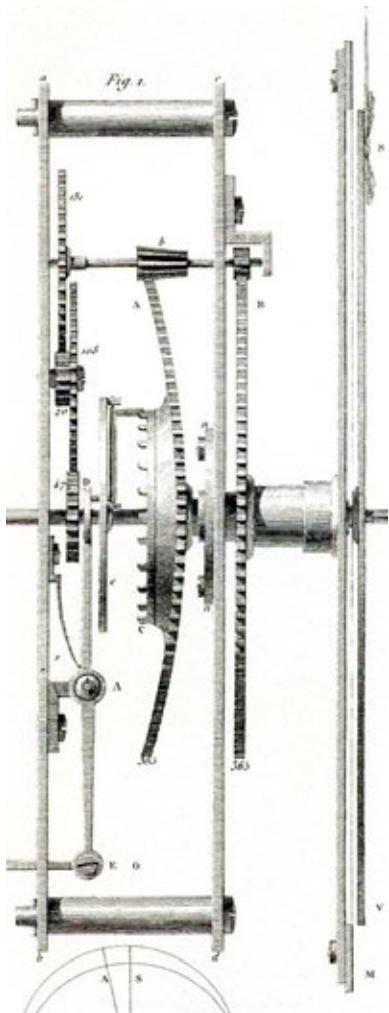


## Réalisations horlogères

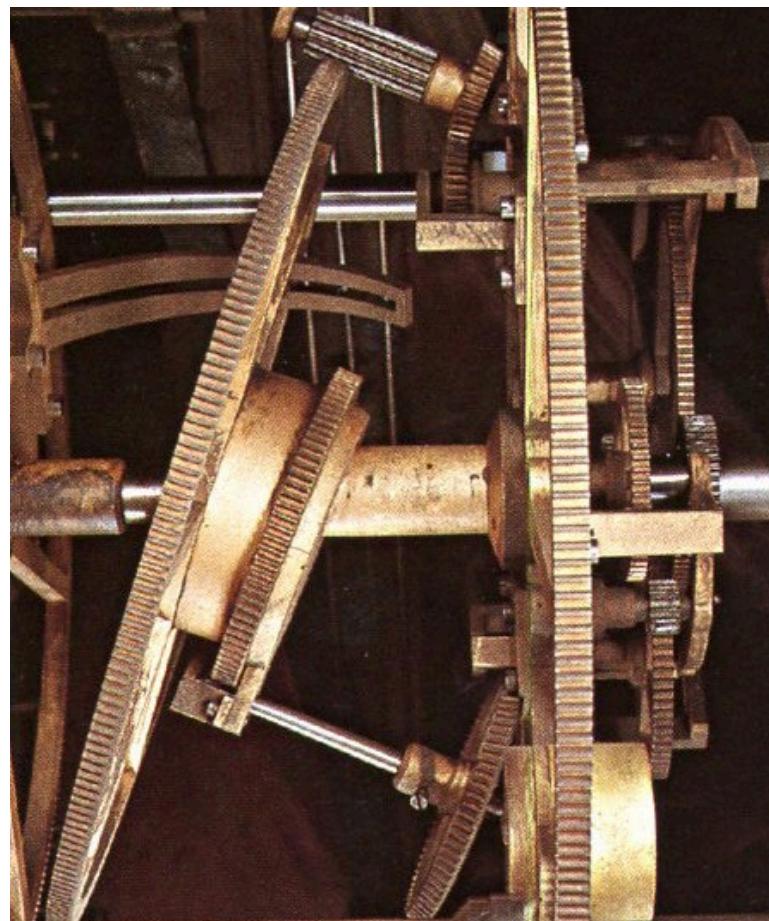
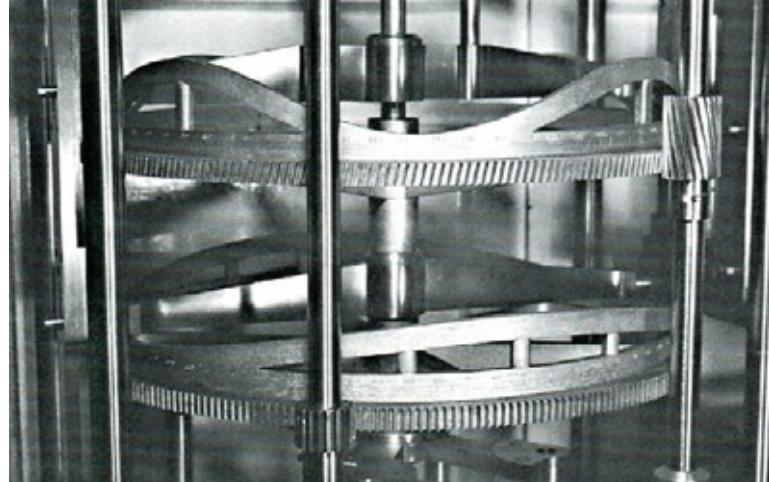
Dans les horloges astronomiques ou dans les planétaires, la représentation des mouvements non réguliers a été réalisée par des engrenages coniques. Par exemple Ole Roemer a proposé l'emploi de roues coniques à dents irrégulièrement espacées.



Antide Janvier a utilisé dans ses magnifiques horloges astronomiques des roues dentées courbées venant engrener sur un pignon conique.



Ces dispositifs horlogers ne peuvent rectifier que les petites inégalités par rapport aux moyens moyens. Les deux dernières photos sont des détails de l'horloge astronomique de Strasbourg réalisée par Jean-Baptiste Schwilgué.



## Sources

Henry C.King *Geared to the Stars* - University of Toronto Press.

Martin Beech *On Ptolemy's equant, Kepler Second Law, and the Non-existent "Empty-Focus Planetarium* -Regina Center.

Martin Beech *The mechanics and origin of cometaria* -JAHH 5(2):155-163.

Yasuo Ogawara *Using a Vortex to Teach Kepler's Laws and Potential Energy* Keto Senior High School, Kanagawa, Japan.

Henri Bach *Les trois horloges astronomiques de la cathédrale de Strasbourg* - Éditions Ronald Hirle.

*Recueil de machines composées et exécutées par Antide Janvier* - Jules Didot aîné.

Vidéo du cometarium sur :

<https://www.youtube.com/watch?v=h7i7I5lhB70>

<https://www.predictionx.org/cometarium>