TEMPS ET DISTANCES DANS L'UNIVERS

LES DIFFÉRENTS DÉCALAGES VERS LE ROUGE

Patrice Bouchet, Département d'astrophysique Cea-Saclay, Béatrice Sandré

Nous lisons souvent dans des journaux à grands tirages qui, hélas, manquent souvent de journalistes éduqués aux faits de la science, des actualités qui nous informent, par exemple, que : « *une galaxie très lointaine a été découverte. Elle est située si loin que la lumière que nous percevons aujourd'hui l'a quittée lorsque l'Univers avait moins de 10 % de son âge actuel, et elle a donc voyagé pendant 13 milliards d'années* ».

Soyons clairs, ceci n'est pas une information sérieuse, dès lors qu'elle ne nous renseigne en rien. Le lecteur attentif et curieux ne manquera pas de se questionner :

- Si la galaxie est actuellement à 13 milliards d'années, elle n'était alors lorsqu'elle a émis cette lumière qu'à 1 milliard d'années de nous. Pourquoi a-t-elle donc tant tardé ?
- Si la galaxie était à 13 milliards d'années-lumière lorsque les photons que nous recevons aujourd'hui l'ont quitté 1 milliard d'années après le Big Bang, elle aurait donc voyagé à une vitesse de plus de 13 fois celle de la lumière ?

(Pour des raisons de simplicité de calcul mental, nous supposons dans cet exemple que l'Univers est âgé de 14 milliards d'années, l'âge communément accepté de nos jours étant de 13,75 d'après les observations de WMAP et surtout de Planck).

L'étudiant, le professeur ne manqueront pas de se poser la question : la distance d'alors ? Celle d'aujourd'hui ? La distance parcourue par la lumière ? La distance déduite de la luminosité ? Celle déduite des déformations géométriques des galaxies lointaines ? Et quid de l'expansion de l'Univers qui vient tout perturber ?

Répondre à ces questions n'est pas une simple affaire. S'y essayer présuppose en premier lieu d'accepter un modèle cosmologique qui soit construit sur des bases cohérentes établies à partir d'observations.

La notion même de distance sème un flou car il y en a plusieurs et elles peuvent être toutes très différentes les unes des autres car elles représentent chacune une particularité de notre Univers. Il en est de même pour le temps. Certains philosophes se complaisent à nous enseigner que le temps, en fait, n'existe pas, mais que seule la durée aurait un sens. Solution facile dans l'absolu, mais qui ne résout rien quant à nos questions sur cette galaxie dont la lumière a voyagé durant 13 milliards d'années, dans un univers qui s'en souciait peu, et qui pour une raison ou une autre (nous n'en savons fichtre rien !) a décidé de s'accélérer il y a 7 milliards d'années. Une accélération dont, en fait, malgré l'imagination et le génie de nos théoriciens, nous n'en connaissons ni la cause, ni ce qu'elle produira *in fine* ! Nous ne savons même pas si elle continue à agir à l'heure actuelle ! Après avoir rompu la barrière de l'attraction gravitationnelle, cette expansion se heurtera-t-elle à une autre, alliance entre le temps et l'espace, dont la notion même nous échappe ?...

Nous ne savons rien, mais nous avons à notre disposition des facteurs d'analyse qui nous permettent de palpiter au rythme de nos observations. La clé de ces réflexions reste le décalage vers le rouge observé dans le spectre électromagnétique des objets étudiés.

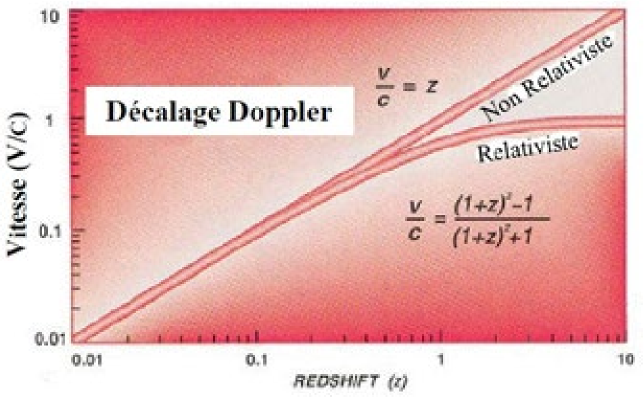
L'explication du fait que le spectre des galaxies est décalé vers le rouge, voire l'infrarouge, qui est la plus usuelle fait appel à l'effet Doppler-Fizeau. Cette explication est tout à fait correcte pour des distances proches, et le passage d'une voiture de course ou la sonnerie d'une ambulance sont là pour en témoigner :

$$z = \frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{v}{c}$$

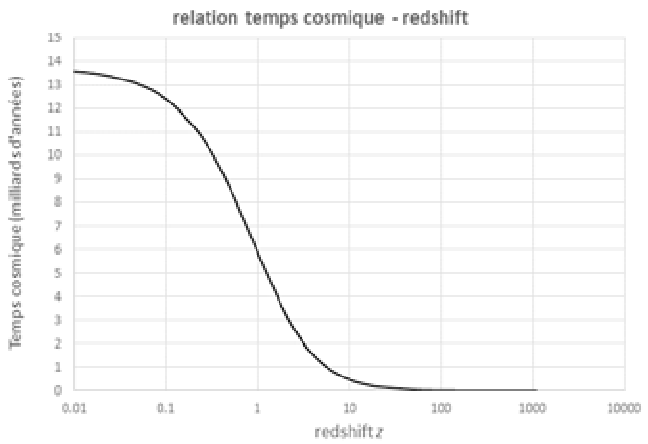
En clair, le bruit émis par un objet qui s'éloigne à grande vitesse est d'une fréquence plus grave que celui émis du même objet qui s'approche de nous, plus aigüe.

Pourtant, cette formule voudrait dire que le maximum du décalage serait de $z = 1$ si nous admettons que rien ne peut aller plus vite que la lumière. Or les astronomes depuis bien longtemps ont observé des décalages z beaucoup plus grand que cette valeur « limite ». La vitesse à considérer serait donc plus grande que celle de la lumière ? Et pour une vitesse infinie, le décalage serait infini ?
En fait, il se trouve que si l'effet Doppler peut expliquer les décalages vers le rouge pour des objets relativement

proches, ce n'est plus le cas pour des distances plus lointaines. Le diagramme ci-dessous nous indique clairement qu'à partir de la valeur $z > 0,1$ il faut faire appel à la relativité restreinte.



La courbe ci-dessous nous fournit l'équivalence entre l'âge de l'Univers et la valeur du décalage, (reproduite d'après Éric Simon, Webastro) :



Pour un décalage Z = 0,1 nous voyons que l'Univers était alors âgé de 12,4 milliards d'années. La lumière qui nous parviendrait aura donc voyagé pendant 1,3 milliard d'années. Que demander de plus, puisque nous pensons avoir tout compris ?

Il reste malgré tout certaines questions que nous devons nous poser : si une galaxie s'éloigne à une vitesse constante (proche de celle de la lumière, c) et que la lumière, qu'elle a émise lorsque l'Univers avait la moitié de son âge actuel, nous parvient juste maintenant, cela voudrait-il dire que nous serions incapables de regarder en arrière plus de la moitié de l'Univers ? Mais alors, quid du fond diffus cosmologique, des galaxies lointaines, des quasars ?

D'un autre côté, si un paquet de photons qui serait parti à la naissance de l'Univers nous parvenait maintenant, il devait donc être à 13,7 milliards d'années de nous. Mais la théorie du Big Bang nous dit que la partie de l'Univers observable maintenant était alors extrêmement petite alors… Alors ?

Quelque chose « cloche » ! Ce quelque chose c'est la théorie de la relativité générale qui nous aide à le comprendre. L'espace est devenu une pâte à modeler, les effets gravitationnels fabriquent l'espace-temps. L'Univers est un espace continu à 4 dimensions, rempli de matière et d'énergie. C'est surtout une substance qui peut être déformée, triturée, étirée, ou simplement coupée en deux. C'est la matière désormais qui définit sa courbure. L'espace dit à la matière comment se déplacer, et la matière dit à l'espace comment se courber. La lumière sera aussi étirée. En s'appuyant sur le principe cosmologique (un univers homogène et isotrope) la théorie de la relativité générale nous dit que les décalages vers le rouge résultent de la dilatation de l'espace-temps, et non pas de mouvements radiaux. (Encadré 1).

Encadré 1

L'Univers (à une dimension) est représenté à la date T_a par des boutons orange (les galaxies), cousus à intervalles réguliers (Univers homogène) sur un élastique (figure 1).

À une date T_m postérieure à T_a, la distance moyenne entre deux galaxies a augmenté ; l'élastique s'est allongé (figure 2).

Figure 1 : l'Univers à la date T_a

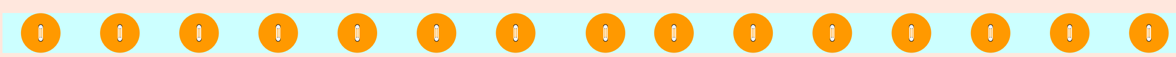


Figure 2 : l'Univers à la date T_m

Il existe donc à grande échelle, un décalage des longueurs d'onde que l'on appelle le redshift cosmologique (R(t) étant le facteur d'échelle). (Encadré 2).

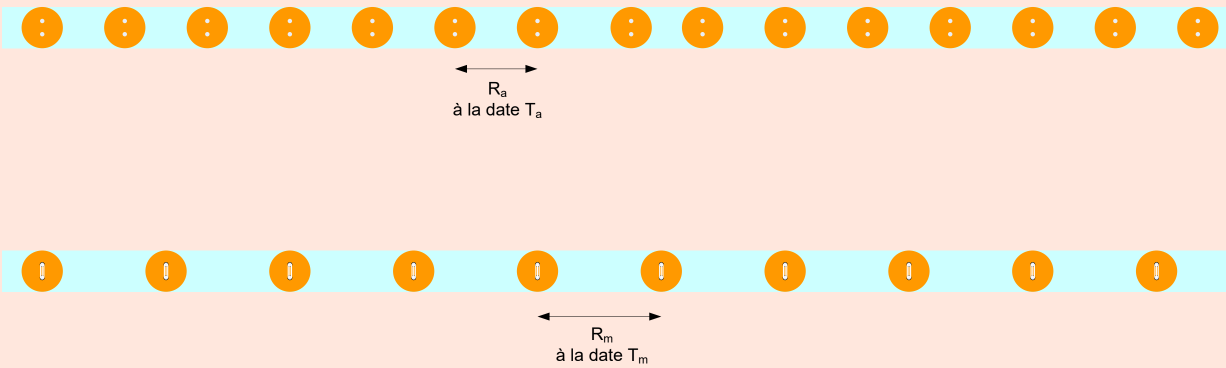
Encadré 2

On peut se représenter le facteur d'échelle de l'Univers R comme la distance moyenne entre 2 galaxies (ou 2 boutons) comme sur la figure 3.

Entre les dates T_a et T_m , toutes les longueurs de l'Univers ont été multipliées par le même facteur $\frac{R_m}{R_a}$, y compris les longueurs d'onde de la lumière émise à la date T_a (λ_a) et reçue à la date T_m (λ_m) : $\frac{\lambda_m}{\lambda_a} = \frac{R_m}{R_a}$

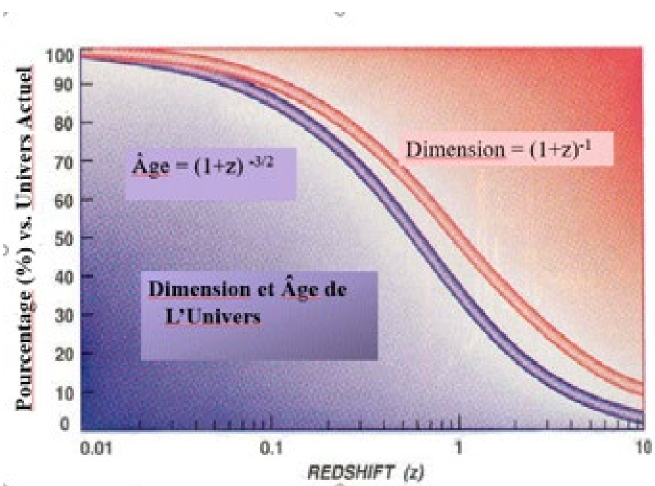
Or, par définition du décalage spectral, $z = \frac{\lambda_m - \lambda_a}{\lambda_a}$ d'où $\frac{R_m}{R_a} = z + 1$

Figure 3 : le facteur d'échelle



$$z = \frac{R_0}{R} - 1$$

C'est bien ce z que nous mesurons en dehors du groupe local, puisque la géométrie à de grandes distances invalide l'utilisation de la relativité restreinte. L'utiliser serait équivalent à dessiner la carte des pôles sans prendre en compte la courbure de la Terre !
Les modèles théoriques actuels nous fournissent une relation entre z et la dimension et l'âge de l'Univers.



Ils sont robustes, dans le sens où ils rendent compte des observations.

Il y a aussi un autre mécanisme physique qui produit un décalage des longueurs d'onde vers le rouge, que l'on appelle le redshift gravitationnel : lorsqu'ils passent à travers un champ gravitationnel les photons perdent de leur énergie, ce qui réduit donc leurs fréquences. C'est l'expérience qui a montré que la lumière était déviée de 1,75 seconde d'arc au bord du disque solaire, qui corroborait la théorie de la relativité générale d'Einstein. Selon cette théorie, le décalage vers le rouge peut s'exprimer par :

$$z = \left(1 - \frac{2GM}{rc^2}\right)^{-\frac{1}{2}} - 1$$

(M étant la masse du corps déviant, r son rayon, G la constante gravitationnelle)
Dans le cas du Soleil, ce décalage est très faible :

$$z = \left(1 - \frac{2(6.67 \times 10^{-14})(1.99 \times 10^{30})}{(7 \times 10^{5})(3 \times 10^{8})^2}\right)^{-\frac{1}{2}} - 1$$

$$z = 2 \times 10^{-6}$$

Ce décalage n'est en effet significatif qu'aux environs de corps super massifs, étoiles à neutrons et trous noirs. Ainsi, en 2018, la collaboration *Gravity* (Instituts Max Planck de Munich –MPIE– et de Cologne –MPIA), le LESIA de l'Observatoire de Paris, et l'IPAG de l'Université Grenoble Alpes a réussi à mesurer un décalage vers le rouge $z = 7.10^{-4}$ pour l'étoile S2 qui gravite autour du trou noir super massif Sgr A*, à partir d'observations réalisées avec le VLT de l'ESO et les instruments SINFONI et NACO.

Comme nous le voyons, selon les distances considérées et les masses en jeu, le décalage vers le rouge peut s'expliquer de différentes manières, quand bien même l'effet Doppler est le plus souvent mentionné, à juste titre puisque c'est celui qui gouverne notre espace proche. Pourtant, celui qui nous concerne directement lorsque nous prétendons remonter aux origines, c'est le décalage cosmologique. Mais si nous voulons regarder loin, étudier le rôle des corps massifs dans un espace malléable, il nous faut aussi prendre en compte le décalage gravitationnel à une époque où il pouvait être de première importance en fonction des masses en jeu.

Il reste que le redshift z cosmologique est la seule quantité observable pour des objets à grande distance, à partir duquel seront déduits distances variées, temps et durée trop souvent confondus, et c'est bien la valeur de ce paramètre que va aller chercher au plus lointain de l'Univers le *James Webb Space Telescope* (JWST).

Alors qu'en est-il des distances ? Soulignons tout d'abord que la théorie de la relativité générale est une théorie qui fonctionne, en ce sens qu'elle rend compte des observations : (i) avance du périhélie de Mercure ; (ii) inflexion de la lumière au bord du disque solaire durant une éclipse ; (iii) observations de décalages gravitationnels aux abords d'objets massifs ; (iv) télémétrie laser-Lune pour tester l'invariance de Lorentz, c'est-à-dire la recherche de transgressions des principes de la relativité restreinte, testée avec la mission franco-française *Microscope* (« *Microsatellite à traînée compensée pour l'observation du principe d'équivalence* »), mission financée et pilotée par le Centre national d'études spatiales, CNES, conçue et réalisée par l'Office national d'études et de recherches aérospatiales (ONERA), qui a pris fin en 2018 et dont l'analyse des résultats est toujours en cours, (v) *Gravity Probe B* (2004 – 2010) qui a mesuré la décroissance prévue de 2,8 centimètres dans son orbite de 40 000 kilomètres avec une précision de 0,25 %, tout en confirmant l'effet Lense-Thirring selon lequel la rotation de la Terre « tourne » l'espace-temps environnant (comme si la Terre en rotation était immergée dans du miel), et bien d'autres observations encore que la théorie newtonienne ne pouvait expliquer.

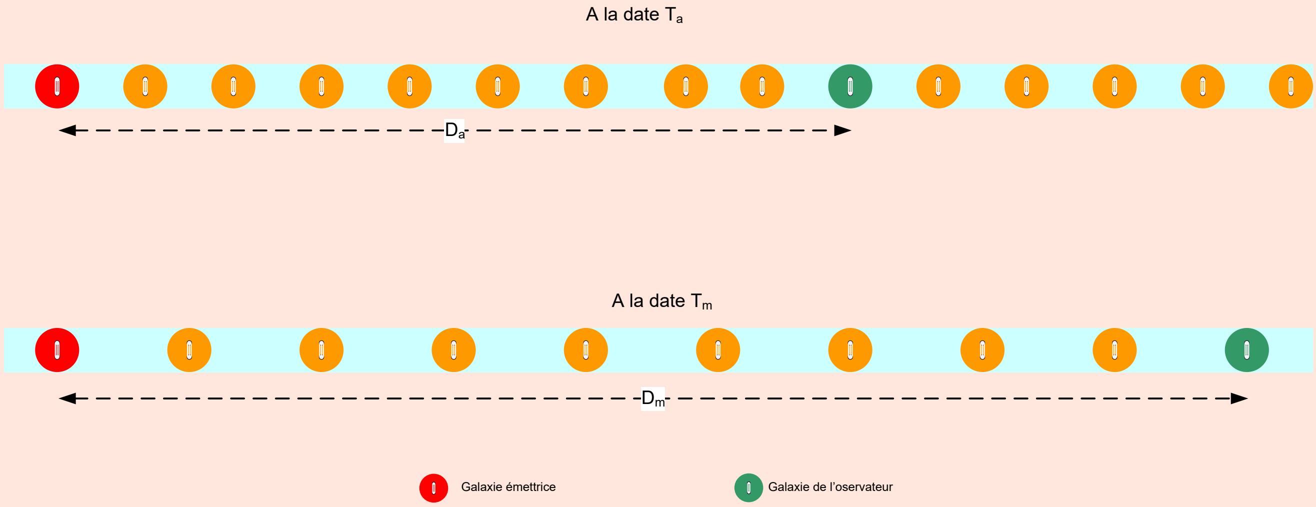
Bien que cela puisse paraître intuitif, il est trop souvent omis de préciser de quelle distance nous parlons : la distance « d'avant », celle à laquelle était l'objet lorsque la lumière fut émise (D_a) ; la distance à laquelle est cet objet maintenant (D_m) ; la distance qu'a parcourue la lumière avant de nous arriver (D_{vdl}, pour « voyage de la lumière ») [Encadré 3] ; mais aussi la distance déduite de la luminosité de l'objet (puisque nous savons que cette luminosité décroit selon l'inverse du carré de la distance (D_l). C'est sans doute la distance dont la notion est la moins comprise lorsqu'il s'agit de cosmologie : si pour les objets relativement « proches », elle fournit une information relativement fiable quant à leur distance, dans le cadre de la cosmologie on ne peut plus faire une telle approximation.

En effet, si on raisonne dans un univers en expansion, la luminosité reçue par un observateur dépend de cette expansion, le photon émis par la source lumineuse parcourant une distance supplémentaire durant son trajet dû à l'« étirement » des distances. L'atténuation observée est alors plus importante que celle correspondant à la distance de l'objet à l'observateur au moment de l'émission du photon. En d'autres termes, l'expansion de l'Univers fait que les galaxies paraissent beaucoup plus lointaines qu'elles ne le sont en réalité. Ce qui explique que cette distance pour des objets extrêmement lointains atteint des valeurs extrêmes qui ne reflètent en rien la réalité géométrique d'un œil « euclidien ». Notons cependant que c'est à partir de la relation distance de luminosité – redshift qu'a pu être découverte l'accélération de l'expansion de l'Univers. (Encadré 4).

Encadré 3

D_a est la distance entre la galaxie émettrice et l'observateur à la date T_a.
D_m est la distance entre la galaxie émettrice et l'observateur à la date T_m.

Figure 4 : les distances

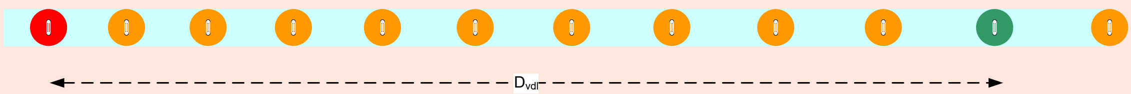


$$\frac{D_m}{D_a} = \frac{R_m}{R_a} = z + 1$$

Si on appelle D(t) la distance entre la galaxie émettrice et l'observateur à la date t et R(t) le facteur d'échelle de l'Univers à cette même date,

$$\frac{D(t)}{R(t)} = \frac{D_a}{R_a} = \frac{D_m}{R_m} = r$$

r est appelée **coordonnée comobile** de la galaxie émettrice.



$$D_{vdl} = c\left(T_m - T_a\right)$$

Au cours du voyage de la lumière depuis la galaxie émettrice, jusqu'à l'observateur, « l'élastique » s'allonge de plus en plus et les chemins à parcourir d'un bouton au suivant sont de plus en plus long. Ils mesuraient R_a au début du voyage et R_m à la fin. La distance D_{vdl} est donc comprise entre D_a et D_m.

Le lecteur trouvera aussi au cours de ses recherches d'autres distances, que l'on ne fera qu'évoquer ici. En premier lieu, la distance angulaire, qui découle du rapport entre la taille réelle et la taille observée. Il est bien connu que plus un objet est lointain, et plus sa taille diminue.
Mais la relation entre les deux, qui reflète les observations réalisées dans un univers proche, n'est plus la même dans un univers relativiste : un univers plat en expansion tend à faire voir un objet plus grand qu'il ne l'est, comme par un effet de loupe.
De plus, aussi bien la distance de luminosité que la distance angulaire influent sur la brillance de surface des galaxies, qui n'est que le rapport entre sa luminosité divisée par sa surface.

Celle-ci était constante dans un univers newtonien, alors qu'elle décroît inversement proportionnellement avec le redshift z dans un univers relativiste.
Il n'est pas question ici de reprendre tous les calculs. Il suffit au lecteur de comprendre que :

$$D_a < D_{vdl} < D_m < D_l$$

$$\left.\begin{array}{l} D_l = D_m(1+z) \\ D_m = D_a(1+z) \end{array}\right] D_l = D_a(1+z)^2$$

Encadré 4 : distance luminosité

Soit Dn le nombre de photons de fréquence n_e quittant la galaxie émettrice entre les dates T_a et T_a+ DT_e.
Les premiers qui partent à T_a auront une longueur d'avance sur les derniers de $d_e = c\Delta T_e$.
À la date T_m d'arrivée à l'observateur, les premiers seront distants des derniers de :

$d_r = d_e\left(1+z\right) = c\Delta T_e\left(1+z\right) = c\Delta T_r$ car l'expansion de l'Univers entre T_a et T_m a multiplié toutes les distances

par $\dfrac{R\left(T_m\right)}{R\left(T_a\right)} = 1+z$

De plus, les longueurs d'onde ont elles aussi été multipliées par $1+z$; les fréquences et donc les énergies des photons ont été divisées par $1+z$.

La puissance d'émission de cette galaxie était $L_e = \dfrac{\Delta n \times h\nu_e}{\Delta T_e}$.

La puissance à la réception est $L_r = \dfrac{\Delta n \times h\nu_r}{\Delta T_r} = \dfrac{\Delta n \times h\nu_e}{\Delta T_e \times \left(1+z\right)^2} = \dfrac{L_e}{\left(1+z\right)^2}$

L'Univers étant supposé homogène et isotrope, cette puissance à la date T_m est uniformément répartie sur une sphère de rayon D_m. D_m est la distance entre la galaxie émettrice et l'observateur à la date T_m de réception.

L'éclat reçu par l'observateur est donc $E = \dfrac{L_r}{4\pi D_m^2} = \dfrac{L_e}{4\pi\left[D_m\left(1+z\right)\right]^2}$

Or, la distance luminosité D_i est définie par $E = \dfrac{L_e}{4\pi D_l^2}$ d'où : $D_l = D_m\left(1+z\right) = D_a\left(1+z\right)^2$

Il en est de même pour l'âge de l'Univers : il nous faut différencier le temps actuel lorsque nous recevons la lumière (Tm, pour Temps maintenant) et le temps où la lumière a été émise (Ta, pour Temps avant)) ; de la même façon, le rayon de l'Univers, maintenant Rm, et avant Ra.

Nous pouvons expliciter chacun des termes (les équations sont relativement simples) : pour cela, la première chose à faire, c'est de choisir un modèle de l'Univers. Il est en dehors du cadre de cet article d'expliquer les tenants et aboutissants dans lesquels se perdent parfois les cosmologistes. Les deux paramètres à considérer sont (1) la valeur de la constante de Hubble H_0 qui relie (entre autres) distance et vitesse de la récession apparente des galaxies dans l'univers observable (la fameuse loi de Hubble), et (2) la densité de matière Ω dans cet univers qui définit sa géométrie, et qui est la somme de ce que ne voyons pas Ω_Λ (l'énergie noire), et Ω_M (la matière baryonique, que nous voyons peu ou pas). Nous resterons très conventionnels et choisirons H_0 = 72 km/s/Mpc, et $\Omega_0 = 1$, c'est-à-dire la valeur actuelle équivalente à la densité critique, qui fait que l'Univers est « plat » (c'est ce qu'on appelle un univers Einstein – de Sitter). (Encadré 5).

Dans ce cadre théorique accepté par la grande majorité des astronomes, la formule fondamentale qu'il nous faut utiliser pour toutes ces considérations est :

$$\frac{R_m}{R_a} = (z+1) = \left(\frac{T_m}{T_a}\right)^{\frac{2}{3}}$$

(T en milliard d'années)

Soit :

$$T_a = T_m \times (z+1)^{-1.5}$$

Une fois Ta connu, les distances se calculent avec les formules suivantes (encadré 6) :

$$D_a = 3 \times T_a \times \left[(z+1)^{\frac{1}{2}} - 1\right]$$
$$D_m = D_a(1+z)$$
$$D_l = D_m(1+z)$$
$$T_{vdl} = T_m - T_a$$

Prenons un exemple concret : un décalage vers le rouge dans le spectre d'une galaxie mesuré à z = 1 (nous considérerons dorénavant l'âge de l'Univers actuel Tm = 13,75 milliards d'années).

Par définition du redshift cosmologique :

$$\frac{R_m}{R_a} = 2 \ \rightarrow \text{Ta} = 4{,}9 \text{ milliards d'années,}$$

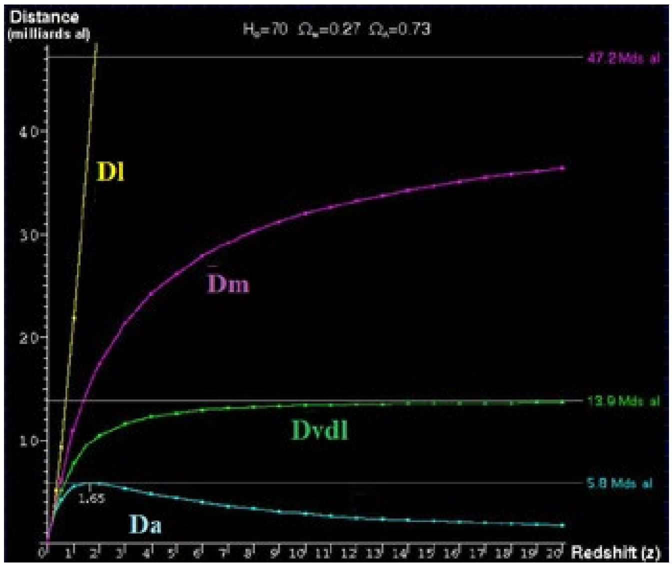
et lorsque la lumière a été émise, la distance de la galaxie à la nôtre était alors Da = 6 milliards d'années-lumière ; elle est maintenant à la distance Dm = 12 milliards d'années-lumière, et sa distance de luminosité est de 24 années-lumière. Depuis qu'elle a été émise, la lumière que nous recevons maintenant a voyagé durant (Tm - Ta) = 8,85 milliards d'années, et a donc parcouru une distance de 8,85 milliards d'années-lumière.

Le lecteur pourra s'amuser à faire les mêmes calculs pour la galaxie la plus lointaine observée à ce jour : la petite galaxie GN-z11 observée dans le champ de la Grande Ourse, dont le spectre présente un décalage vers le rouge z =11,09. Il pourra constater que si la plupart des informations disponibles dans la presse et sur la toile s'accordent généralement sur le fait que la lumière reçue a été émise lorsque l'Univers n'avait que 327 millions d'années, les valeurs de distance peuvent différer selon le modèle cosmologique tenu pour « bon » (H, Ω, âge de l'Univers), et le manque de claire définition de ce dont il est fait état ! Compte tenu des incertitudes sur la valeur de tel ou tel paramètre, nous pouvons affirmer que la galaxie GN-z11 était alors à 2,4 milliards d'années-lumière de la nôtre (Da), et qu'elle elle est actuellement à 29,4 milliards d'années-lumière (Dm). Elle a voyagé pendant 13,4 milliards d'années et sa distance de luminosité est de 356 milliards d'années-lumière.

Qui ne serait guère intéressé à refaire ces calculs peut utiliser le diagramme ci-dessous (en partie reproduit du site https://www.astronomie-ca.com). Mais attention ! la valeur H_0 est légèrement différente de celle considérée dans cet article (70 au lieu de 73), et l'Univers est plus âgé dans ce modèle que ne le montrent les dernières observations (13,9 milliards d'années au lieu de 13,75).

Il reste que, compte tenu des incertitudes, ce diagramme fournit les informations nécessaires à tout lecteur avisé qui voudrait comprendre ce que nous disent certains journalistes qui veulent de bonne foi nous informer, mais qui n'ont rien compris à la merveilleuse aventure qu'est l'expansion de l'Univers

L'objectif de cet article est de fournir des outils pour que les professeurs aident leurs étudiants à décrypter les informations fournies dans la presse. Les premières questions qu'ils doivent se poser sont :



- Quel modèle cosmologique ? (L'espace est-il considéré comme plat, ou doté d'une courbure soit positive, soit négative ?)
- Quelle valeur de la constante de Hubble a été considérée ?
- De quel redshift s'agit-il ? (Cosmologique ou Doppler-Fizeau ?)
- Et surtout, de quelle distance s'agit-il ?

L'étudiant pourra alors interpréter, par exemple, une note parue dans Science News, le 17 avril 1999 :

« Une galaxie a été découverte à 14,25 milliards d'années-lumière de la Terre. La lumière a quitté la galaxie quand l'univers avait seulement 5% de son âge actuel. Son spectre présente un décalage vers le rouge de 6,68 »

Il comprendra alors que les informations essentielles manquent et que la distance indiquée n'est que la distance parcourue par la lumière, sans rapport avec la distance réelle par rapport à nous, ni au moment de son émission, ni au moment de l'observation. Je le laisse faire les calculs….

■

Encadré 5

Dans le cas d'un univers rempli d'un fluide (gaz dont les particules sont des galaxies) parfait, homogène, isotrope et de pression nulle, les équations d'Einstein régissant l'évolution de l'Univers s'écrivent :

$$\chi\rho c^2 = \frac{3}{c^2R^2}\left(kc^2 + \dot{R}^2\right) - \Lambda \qquad (1)$$

$$\chi P = 0 = -\frac{1}{c^2}\left(2\frac{\ddot{R}}{R} + \frac{\dot{R}^2}{R^2} + \frac{kc^2}{R^2}\right) + \Lambda \qquad (2)$$

R est le facteur d'échelle de l'Univers, $\dot{R}$ et $\ddot{R}$ ses dérivées première et seconde par rapport au temps.

ρ est la masse volumique du fluide ; elle varie au cours du temps mais la conservation de la masse impose que ρR^3 soit une constante.

k = 0, -1 ou +1 selon la géométrie de l'Univers (euclidienne, hyperbolique ou sphérique).

c est la vitesse de la lumière dans le vide.

La pression P du gaz de galaxies est considérée comme nulle.

$\chi = \frac{8\pi G}{c^4}$ est une constante où G est la constante de gravitation universelle.

Λ est une constante d'intégration appelée constante cosmologique.

Dans le cas particulier d'un univers euclidien, k = 0, et **dans ce cas là seulement**, l'équation (1) s'écrit :

$$\frac{8\pi G}{3}\rho = \frac{\dot{R}^2}{R^2} - \frac{\Lambda c^2}{3}$$

$\frac{\dot{R}}{R} = H$ étant la constante de Hubble, cette équation peut aussi s'écrire :

$$\frac{8\pi G}{3}\rho = H^2 - \frac{\Lambda c^2}{3} \text{ soit}$$

$$\frac{8\pi G}{3H^2}\rho + \frac{\Lambda c^2}{3H^2} = 1$$

$\frac{3H^2}{8\pi G} = \rho_c$ est homogène à une masse volumique et appelée masse volumique critique.

L'équation (1) peut alors s'écrire : $\frac{\rho}{\rho_c} + \frac{\Lambda c^2}{3H^2} = 1$

$\Omega_m = \frac{\rho}{\rho_c}$ est appelé densité de matière de l'Univers $\Omega_\Lambda = \frac{\Lambda c^2}{3H^2}$ est appelée densité d'énergie du vide.

Si l'Univers est euclidien, la première équation des cosmologies peut alors s'écrire :

$$\Omega_m + \Omega_\Lambda = 1$$

Pour déterminer le modèle de notre Univers (facteur d'échelle en fonction du temps) et son point d'évolution, il est nécessaire de connaître 3 paramètres de notre Univers actuel, son âge t_0, sa densité ρ_0 à cette date et la constante de Hubble $H_o = \frac{\dot{R}}{R}$ actuelle .

Encadré 5 (suite)

Le modèle d'univers ainsi déterminé fixe sa géométrie (valeur de k) et la valeur de la constante cosmologique.
Mais si on suppose la constante cosmologique nulle, 2 paramètres suffisent, ρ_0 et H_0.

Et dans le cas particulier où ρ_0 serait juste égal à $\frac{3H_o^2}{8\pi G} = \rho_{c_o}$ l'Univers serait euclidien.

Ce modèle d'Univers euclidien à constante cosmologique nulle est appelé modèle d'Einstein-de Sitter.

Dans le cas général, (k et Λ non nuls), on peut toujours noter Ω la somme $\Omega_m + \Omega_\Lambda$ mais Ω n'est en aucun cas une densité de matière.

Seule Ω_m est une densité de matière, sensible à la gravitation. La masse volumique ρ diminue au cours de l'expansion de l'Univers de telle sorte que la masse gravitationnelle soit conservée : ρR^3 est une constante. Cette matière est composée de la matière que nous connaissons (protons, neutrons, électrons …) et de matière que nous ne connaissons pas (mais qui se manifeste dans les courbes de rotation des galaxies, dans le spectre des fluctuations du rayonnement cosmologique…), qu'on appelle la matière noire et dont on ne sait pas grand-chose.

$\Omega_\Lambda = \frac{\Lambda c^2}{3H^2}$ n'est pas une densité de matière. La densité d'énergie correspondante ne se dilue pas au cours de l'expansion.

Elle est créée en même temps que l'espace et pour cela est appelée énergie du vide. C'est elle qui permet de construire des modèles avec accélération de l'expansion. On ne sait rien de l'énergie du vide et on l'appelle énergie sombre.

Encadré 6

Le modèle le plus simple des univers relativistes non statiques est celui d'un univers euclidien et sans constante cosmologique, appelé Univers d'Einstein-de Sitter. Dans ce cas particulier la loi de variation du facteur d'échelle en fonction du temps déduite des équations d'Einstein est :

$$R(t) = R_o \left(\frac{t}{t_o}\right)^{\frac{2}{3}}$$

R_0 est le facteur d'échelle à la date t_0.
Pendant l'intervalle de temps élémentaire $t \rightarrow t + dt$, alors que le facteur d'échelle est R(t) la distance parcourue par la lumière peut s'exprimer en fonction du temps mais aussi de la coordonnée comobile soit $R(t)dr = c\,dt$.
De la date d'émission Ta de la lumière à la date de réception par l'observateur Tm, la lumière se déplace de la coordonnée comobile $r = 0$ à la coordonnée $r = r_c$.

$$\int_0^{r_G} dr = \int_{T_a}^{T_m} \frac{c\,dt}{R(t)}$$

$$\int_0^{r_G} dr = \frac{D_a}{R_a} = \frac{D_m}{R_m} = \int_{T_a}^{T_m} \frac{c}{R(a)}\left(\frac{T_a}{t}\right)^{\frac{2}{3}} dt$$

$$r_G = \frac{D_a}{R_a} = \frac{c}{R_a} T_a^{\frac{2}{3}} \int_{T_a}^{T_m} t^{\frac{-2}{3}} dt = \frac{c}{R_a} T_a^{\frac{2}{3}} [3t]_{T_a}^{T_m}$$

$$D_a = 3cT_a^{\frac{2}{3}}\left[T_m^{\frac{1}{3}} - T_a^{\frac{1}{3}}\right] = 3cT_a\left[\left(\frac{T_m}{T_a}\right)^{\frac{1}{3}} - 1\right]$$

Or, dans le modèle d'Einstein-de Sitter,

$$\left(\frac{T_m}{T_a}\right)^{\frac{2}{3}} = \frac{R_m}{R_a} = 1 + z$$

D'où

$$D_a = 3cT_a\left(\sqrt{1+z} - 1\right)$$

Cette expression n'est valide que pour le modèle euclidien à constante cosmologique nulle, dit modèle d'Einstein-de Sitter.

L'observation des supernovæ des galaxies lointaines permet de mesurer leur décalage spectral et leur distance-luminosité. On en déduit leur distance Da (encadré 4) en fonction du décalage spectral. Ces mesures ne vérifient pas la loi $D_a = 3cT_a\left(\sqrt{1+z} - 1\right)$. Le modèle d'Einstein de-Sitter n'est pas le bon.