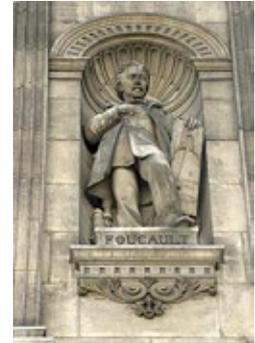


Une approche du pendule de Foucault

Christian Larcher

En 1851, Foucault invitait à venir à l'Observatoire de Paris, « voir tourner la Terre »... en regardant les oscillations d'un pendule ! Le chemin qui conduit de l'observation des oscillations à une interprétation en termes de rotation de la Terre n'est pas immédiat pour peu qu'on essaye d'identifier et de dépasser les obstacles. L'étude du pendule de Foucault cumule en effet plusieurs obstacles en particulier liés au changement de référentiel et à la difficulté d'admettre qu'un dispositif lié à la Terre puisse se déplacer comme si celui-ci en était indépendant mais aussi à une autre question, de nature plus philosophique, soulevée par Ernst Mach puis par Henri Poincaré : « S'il n'y a pas d'espace absolu, peut-on tourner sans tourner par rapport à quelque chose ? ». Pour les scientifiques la question de la rotation de la Terre ne se pose plus, la question philosophique de Mach reste entière.

Cette présentation du pendule de Foucault se situe à un niveau élémentaire.



Statue située sur la façade arrière de l'hôtel de ville de Paris

Introduction

Relativité des mouvements

Il arrive parfois que, lorsqu'on est assis dans un train, on éprouve un instant d'incertitude pour déterminer si c'est bien notre train qui démarre ou si, au contraire, c'est celui de la voie d'à côté. Si on ne dispose d'aucun repère fixe dans la gare, on ne peut pas le savoir immédiatement. Supposons qu'un piéton P assiste debout et immobile au départ du train. Pour ce piéton P le train s'éloigne progressivement. Dans le train, le voyageur V, immobile à sa place, voit son environnement proche immobile mais, s'il regarde par la fenêtre, il voit le piéton P, puis la gare fuir vers l'arrière du train. Ce qui est perçu par le piéton sur le quai d'une part et par le voyageur dans le train en marche d'autre part diffère car l'un et l'autre utilisent des référentiels différents. Pour le piéton il s'agit de la Terre dont il est solidaire, tandis que pour le voyageur c'est le train. On dit en physique que la perception du mouvement est relative au référentiel choisi. Cet exemple simple et familier peut servir d'analogie pour comprendre le mouvement apparent du Soleil et des astres vus depuis la Terre.

Notions élémentaires sur le Système solaire

Depuis Copernic et Newton, il est simple et commode de considérer que le Système solaire est constitué d'une étoile, notre Soleil, autour duquel gravitent des planètes qui, comme la Terre, tournent sur elles-mêmes. H. Poincaré, en bon mathématicien, explique que l'on pourrait tout aussi bien considérer une Terre fixe avec

des astres qui tournent autour. Mathématiquement il n'y a pas de proposition plus vraie l'une que l'autre. Mais considérer le Soleil comme étant fixe, en première approximation, a un contenu nettement plus riche que lorsqu'il s'agit de la Terre.

Il développe cet aspect dans *la Science et l'Hypothèse* : « la Terre tourne » et « il est plus commode de supposer que la Terre tourne » ont un seul et même sens ; il n'y a rien de plus dans l'une que dans l'autre » (Champs Flammarion 1968, page 133). Il revient sur ce point dans *La valeur de la science* (Flammarion 1970, page 185) : ... ces deux propositions contradictoires : « la Terre tourne » et « la Terre ne tourne pas » ne sont pas cinématiquement plus vraies l'une que l'autre. Affirmer l'une, en niant l'autre, au sens cinématique, ce serait admettre l'existence de l'espace absolu. S'il n'y a pas d'espace absolu, peut-on tourner sans tourner par rapport à quelque chose ? Il fait cependant remarquer que la théorie copernicienne est nettement plus riche que celle de Ptolémée. « ...le mouvement diurne apparent des étoiles, et le mouvement diurne des autres corps célestes, et d'autre part l'aplatissement de la Terre, la rotation du pendule de Foucault, la giration des cyclones, les vents des alizés, que sais-je encore ? Pour le Ptoléméen, tous ces phénomènes n'ont entre eux aucun lien ; pour le Copernicien, ils sont engendrés par une même cause. En disant, la Terre tourne, j'affirme que tous ces phénomènes ont un rapport intime... ».

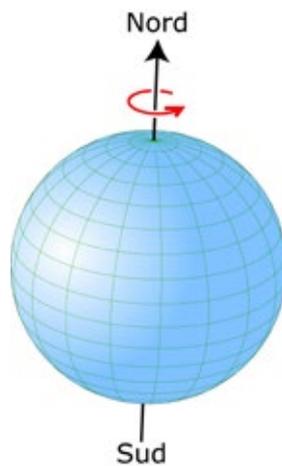
Nous nous placerons par la suite dans la représentation copernicienne.

Dans le référentiel héliocentrique, la Terre tourne autour du Soleil en un an (par définition) à la vitesse moyenne

de 30 km/s soit 108 000 km/h. Autrement dit, toutes les heures, nous parcourons avec la Terre 108 000 km sur l'orbite de la Terre autour du Soleil.

Dans la suite du texte nous ferons, comme l'indiquait Foucault, abstraction de ce mouvement de translation circulaire du référentiel géocentrique (ce qui revient à confondre jour solaire et jour sidéral).

Dans le référentiel géocentrique¹ la Terre fait un tour sur elle-même en un « jour solaire » de 24 h. En d'autres termes au bout de 24 h on retrouverait de nouveau les étoiles dans les mêmes directions. La Terre tourne autour d'un axe imaginaire passant par ses pôles géographiques Nord et Sud. Cette rotation s'effectue dans le sens direct à condition d'orienter son axe du Sud vers le Nord. On peut dire aussi que c'est le sens inverse des aiguilles d'une montre si on regarde la Terre en étant situé au-dessus du pôle Nord. Pour nous, fixes par rapport à la Terre, c'est toute la sphère céleste qui tourne de 15° par heure dans le sens direct si on regarde vers le pôle Nord, très proche de l'étoile polaire sensiblement immobile. Si on regarde vers le Sud, les étoiles semblent tourner dans le sens des aiguilles d'une montre (sens indirect ou rétrograde) autour du pôle Sud.



Dans l'hémisphère nord l'étoile polaire est la seule que l'on voit à l'œil nu toujours dans la même direction. L'angle entre la direction de l'étoile Polaire et le plan horizontal local donne approximativement la latitude du lieu. Par définition la latitude du pôle vaut 90°, à l'équateur elle vaut 0°00, à Paris cette latitude est proche de 49° (plus précisément 48° 51'). Au pôle Nord, si l'on reste debout immobile par rapport à la Terre pendant 24 h on aura fait « seulement » un tour complet dans le référentiel géocentrique. Dans le même référentiel terrestre si l'on était immobile à l'équateur pendant ces mêmes 24 h on se serait déplacé d'environ 40 000 km (valeur du périmètre de la Terre), avec une vi-

¹ Le référentiel géocentrique est un référentiel dont l'origine est le centre de la Terre et dont les trois axes pointent vers des étoiles lointaines.

tesse de 1 670 km/h, c'est-à-dire environ 464 m/s dans le référentiel géocentrique.

L'œuvre de Léon Foucault (1819-1868)

L'histoire de l'expérience du pendule de Foucault

Ce scientifique de génie n'a vécu que 48 ans mais le nombre de ses inventions est impressionnant : détermination dans un laboratoire de la vitesse de la lumière, découverte des « courants dits de Foucault » utilisés pour le freinage électromagnétique des camions ou des autocars, invention des miroirs paraboliques en verre argenté pour les télescopes. Avant Foucault, ils étaient en bronze poli.

Mais son nom est plus particulièrement associé à l'expérience du pendule ; ce pendule ne démontre pas que la Terre tourne mais illustre une des conséquences de ce mouvement.

Le mouvement d'un pendule pesant résulte de son inertie. Plus sa masse est importante plus son inertie est grande. Si on l'écarte de sa position d'équilibre (la verticale du lieu), il tend spontanément à y revenir mais son inertie l'entraîne bien au-delà de la verticale et le phénomène se reproduit alternativement de nombreuses fois avant que les frottements de l'air diminuent progressivement son amplitude.

Le pendule de Foucault est assimilable à un pendule simple, sa période (durée nécessaire pour qu'il fasse un aller et un retour complet) augmente avec sa longueur.

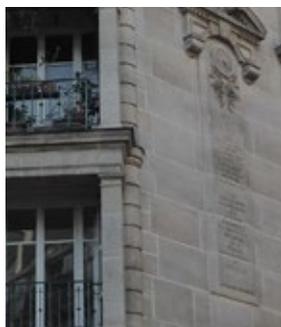
Foucault fit sa première expérience, en janvier 1851, dans la cave de sa maison (un hôtel particulier qui



était situé au coin de la rue d'Assas au n° 36 et de la rue de Vaugirard n° 78). Un immeuble plus récent (photo ci-dessus) a pris la place de l'hôtel particulier qu'habitaient Foucault et sa mère.

Sur une plaque située à la partie droite de la photo ci-dessous, il est écrit :

Ici s'élevait un hôtel où mourût le 11 février 1868 Jean Bernard Léon Foucault, membre de l'Institut, né à Paris le 19 septembre 1819. C'est dans cet hôtel qu'il réalisa en 1851 la célèbre expérience qui démontre la rotation de la Terre par l'observation d'un pendule.



Côté rue de Vaugirard

Le pendule faisait deux mètres de long. Il refit son expérience à l'Observatoire de Paris, dans la salle de la méridienne, haute de 11 m. À l'époque il convia un public privilégié le 3 février 1851 à l'Observatoire en annonçant : « *Vous êtes invités à voir tourner la Terre, dans la salle méridienne de l'Observatoire de Paris* ».

À la demande du prince président Louis-Napoléon Bonaparte (futur empereur des Français), Foucault installe son pendule au Panthéon.

Celui-ci était constitué d'une sphère de 28 kg située à 67 m en-dessous de son point d'attache. Sa période (un aller et un retour) était de 16,4 secondes ; cette période est indépendante de l'amplitude du mouvement à condition que celle-ci reste faible (de l'ordre de 2,6° au Panthéon). Les oscillations du pendule étaient circonscrites dans un cercle de 6,0 m de diamètre au sol. Entre deux oscillations consécutives, on observait une déviation de l'ordre de 2,3 mm sur un cercle gradué centré sur la verticale du point d'attache du pendule. En moyenne environ 1 cm par minute soit 1° en 5 min. La grande longueur du pendule autorise à assimiler l'arc tracé dans l'espace par la boule à un segment de droite dont on peut repérer la direction par rapport au plan horizontal. C'est cette direction, qu'on appellera la **direction d'oscillation du pendule dans le plan horizontal** (ou trajectoire au sol).

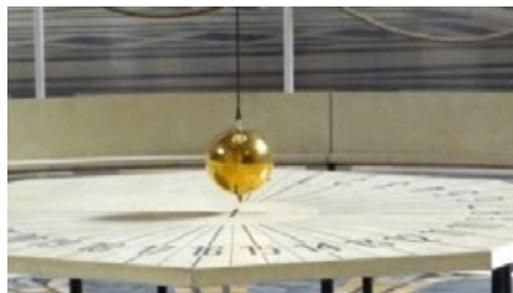
Foucault montrait que la direction d'oscillation du pendule, repérée dans le plan horizontal, tournait lentement autour de la verticale du point d'attache par rapport au référentiel local. Cette rotation s'effectuait dans l'hémisphère nord dans le sens des aiguilles d'une montre, et il interprétait ce phénomène

comme une conséquence de la rotation de la Terre. Les frottements de l'air diminuant l'amplitude des oscillations, le pendule du Panthéon ne fonctionnait que durant 6 h environ. Quand l'amplitude des oscillations devenait faible, une petite table munie de graduations centrée sur la direction du pendule au repos, permettait de faire des mesures (cf. photo ci-dessous). Plus tard dans le cadre de l'exposition universelle de 1855, Foucault utilisa un dispositif électromagnétique ingénieux qui compensait exactement les pertes d'énergie et prolongeait ainsi la durée de fonctionnement du pendule.

Les questions que Foucault s'est posées

Pourquoi ce pendule tourne-t-il ?

Foucault eut l'idée d'étudier sur le long terme l'évolution du plan d'oscillation du pendule. Il fut très surpris d'observer qu'il tournait lentement, toujours dans le même sens, ce qui était incompréhensible du fait de la seule action des deux forces appliquées : son poids et la tension du fil.



Comme il n'existait pas d'autres forces, il fit l'hypothèse que le phénomène résultait de la rotation propre de la Terre, qu'on ne pouvait plus ici négliger. Siméon-Denis Poisson (1781-1840), dans son mémoire sur les projectiles, s'était interrogé sur l'effet de cette force sur le pendule et avait conclu que son effet était « *trop petit pour écarter sensiblement le pendule de son plan et avoir une influence appréciable sur le mouvement* ». Léon Foucault par contre avait perçu que le pendule, par ses oscillations successives, avait « *l'avantage d'accumuler les effets* ».

Comment un objet relié à la Terre peut-il s'affranchir du mouvement propre de la Terre ?

C'est une question légitime que Foucault bien sûr s'est posée. Il rapporte avoir fait une expérience avec une tige vibrante en rotation : « *L'indépendance du plan d'oscillation et du point de suspension peut être rendue évidente par une expérience qui m'a mis sur*

la voie et qui est très facile à répéter. Après avoir fixé, sur l'arbre d'un tour et dans la direction de l'axe, une verge d'acier ronde et flexible, on la met en vibration en l'écartant de sa position d'équilibre et en l'abandonnant à elle-même. Ainsi l'on détermine un plan d'oscillation qui, par la persistance des impressions visuelles, se trouve nettement dessiné dans l'espace ; or on remarque qu'en faisant tourner à la main l'arbre qui sert de support à cette verge vibrante, on n'entraîne pas le plan de vibration ». Pour Foucault, le pendule lié à la Terre est comme la tige liée au mandrin.

Pour vérifier les propos de Foucault j'ai refait cette expérience décrite à l'aide d'une perceuse électrique et une longue tige cylindrique en métal. J'ai fixé cette tige sur une perceuse maintenue horizontalement. J'ai mis son extrémité en vibration, d'abord dans le plan horizontal puis dans le plan vertical, enfin dans un plan quelconque en faisant tourner le mandrin de la perceuse à une vitesse constante mais quelconque. Dans tous les cas la tige continue à vibrer dans son plan initial **comme si le mandrin de la perceuse ne tournait pas.**

Par la suite Foucault a imaginé un dispositif extrêmement simple, plus proche de la situation du pendule accroché au Panthéon. L'illustration ci-dessous permet de refaire l'expérience. On met le pendule en mouvement puis l'on fait tourner le plateau sans à coup. Il est toujours surprenant de constater que le pendule continue d'osciller toujours dans son plan de départ, comme la tige fixée au mandrin.

La torsion du fil au cours des oscillations influe-t-elle sur les oscillations ?

Le pendule de Foucault est nécessairement fixé à la Terre, or celle-ci tourne très lentement sur elle-même, ce qui provoque une légère torsion du fil.

Foucault s'était interrogé sur l'effet de cette torsion et avait vérifié que, si le pendule est suffisamment long, cette très faible torsion ne modifiait en rien le plan d'oscillation du pendule.

Dans sa communication à l'Académie des Sciences en 1851 il écrivait : « ...pourvu que le fil soit rond et homogène, on peut faire tourner assez rapidement sur lui-même dans un sens ou dans l'autre sans influencer sensiblement sur la position du plan d'oscillation ».



Descriptions de ce qui se passe à différentes latitudes et interprétations

Le cas particulier du pendule au pôle Nord

C'est un cas particulier parce que le pôle Nord est immobile par rapport au référentiel géocentrique ainsi que le point d'attache du pendule. (Ce serait la même chose au pôle Sud mais on a plus l'habitude de raisonner dans l'hémisphère nord !).

On met le pendule en mouvement dans une direction quelconque, que l'on peut repérer facilement, par exemple la direction d'une étoile très proche de l'horizon (ou sa projection sur l'horizon). Pour un



observateur situé au pôle, immobile par rapport au sol, la direction d'oscillation du pendule dans le plan horizontal fait un tour complet sous ses pieds en 24h, dans le sens des aiguilles d'une montre. Mais cet observateur a fait un tour sur lui-même dans ce même temps du fait de la rotation de la Terre !

Le pendule a en fait oscillé toujours dans le même plan par rapport aux étoiles (celui qui contient l'étoile repère et l'axe de la Terre) alors que la Terre « en dessous de lui » a fait un tour complet dans le sens direct.

On peut modéliser avec le dispositif de la photo ci-dessus en faisant en sorte que le petit carton planté dans la sphère avec une aiguille reste fixe par rapport à un repère extérieur dans la salle, et en faisant tourner la Terre. On peut embrocher sur une seconde épingle très proche un petit bonhomme pour voir qu'il tourne avec la Terre .

Le pendule à l'équateur

À l'équateur, si on met le pendule en mouvement dans n'importe quelle direction, il oscille toujours localement dans sa direction d'origine.

La verticale à l'équateur est toujours perpendiculaire à l'axe de la Terre et tourne avec la Terre, engendrant une surface qui a la forme d'un disque. La Terre ne tourne pas autour de l'axe du pendule, donc le pendule ne semble pas tourner autour de son axe, quelle que soit la direction dans lequel on le lance ; c'est l'axe du pendule qui tourne avec la Terre.



Le pendule entre le pôle et l'équateur

La loi du sinus

Foucault, dans sa note à l'Académie des Sciences du 3 février 1851, remarquait que si la direction d'oscillation du pendule dans le plan horizontal tourne de 360° par jour au pôle, par rapport au référentiel local, partout ailleurs, cet angle diminue d'un coefficient égal au sinus de la latitude du lieu d'expérience. Ce qui s'est appelé « la loi du sinus ».

La Terre met 6 h pour faire un quart de tour (soit 90°); pendant cet intervalle de temps, la direction d'oscillation du pendule dans le plan horizontal tourne d'un angle α donné par « la loi des sinus » :



$\alpha = \alpha_T \cdot \sin \lambda$. Avec α_T = angle de rotation de la Terre.
 λ = latitude du lieu

Soit à Paris, pour $\alpha_T = 90^\circ$, $\alpha = 90^\circ \cdot \sin 48,85 = 68^\circ$ dans le référentiel local, soit $11,25^\circ$ par heure.

Le tableau ci-dessous donne les valeurs de ω , vitesse de rotation de la direction d'oscillation du pendule, en fonction de la latitude λ pour différentes positions du pendule.

Position sur Terre	λ	$\sin \lambda$	ω ($^\circ$ /h)
au pôle	90°	1	15
à Paris	$48,85^\circ$	0,75	11,25
au Caire en Égypte ou La Serena au Chili	30°	0,5	7,5
à l'équateur	0	0	0

Dans l'hémisphère sud, on trouve les mêmes valeurs avec des latitudes s'exprimant par la même valeur numérique, mais avec un sens de rotation opposé.

En un point quelconque de latitude λ (dans l'hémisphère nord, en dehors du pôle) on choisit de lancer le pendule dans la direction du nord. Par exemple à Paris au Panthéon dont la latitude est proche de 48° ; le sinus de cet angle λ vaut 0,75 c'est-à-dire $3/4$.

La direction d'oscillation du pendule dans le plan horizontal semble tourner dans le sens horaire (inverse du sens de rotation de la Terre), mais quand la Terre aura fait un tour complet sur elle-même (360°), la direction d'oscillation du pendule dans le plan horizontal n'aura tourné, d'après « la loi du sinus », que de $360 \cdot 3/4$ soit 270° . Pour qu'il revienne dans sa position initiale il faudra qu'il tourne encore de 90° soit 8 h de plus. Pour que le plan d'oscillation décrive un tour complet il faudra donc attendre au total $24 + 8 = 32$ h. Au bout de 32 h,

le plan d'oscillation du pendule du Panthéon a fait un tour complet.

Notons que ceci est vrai quelle que soit la direction dans laquelle on lance le pendule. En fait, lancer le pendule vers l'est, par exemple, ne diffère de le lancer vers le nord que par l'heure à laquelle on le lance puisque le pendule passera à l'est quelques heures après qu'on l'a lancé vers le nord !

Foucault indique que l'on peut expliquer l'introduction du sinus soit par des considérations géométriques soit par une étude analytique.

Éléments d'interprétation

Essayons de nous représenter ce qui se passe ; les choses se compliquent car la verticale du point d'attache n'est plus confondue avec l'axe de la Terre comme au pôle ; mais il ne lui est pas non plus perpendiculaire comme à l'équateur ! Belfield-Lefèvre a donné une interprétation géométrique en 1852.

La verticale du lieu tourne avec la Terre ; elle ne décrit pas un disque comme à l'équateur mais un cône dont l'axe est l'axe de la Terre et le sommet est le centre de la Terre. Par ailleurs lorsque la Terre fait un quart de tour 90° , le point d'attache du pendule décrit un quart de cercle de latitude λ . La direction du nord, est la tangente au méridien local. Si l'on prolonge cette tangente vers le nord, elle rencontrera l'axe de rotation de la Terre au-dessus du pôle.

À une latitude donnée l'ensemble des tangentes au méridien forme un cône (celui qui est sur la figure précédente). Plus la latitude est grande (c'est-à-dire plus on est près de l'équateur), plus le sommet du cône situé sur l'axe de la Terre sera pointu et éloigné du pôle nord. À l'équateur, ce cône devient un cylindre centré sur l'axe terrestre.

L'axe du pendule tourne un peu avec la Terre comme à l'équateur mais la Terre tourne aussi autour de l'axe du pendule comme au pôle. C'est la combinaison de ces deux rotations qui régit le phénomène observé dont la loi du sinus rend compte quantitativement.

Conclusion

Nous avons présenté les questions que se posait Foucault sur les oscillations de son pendule (plus exactement sur la direction d'oscillation du pendule dans le plan horizontal) et des éléments d'interprétation de son comportement.

Dans un prochain article, nous nous proposons d'approfondir le sujet avec une description plus fine des oscillations, du statut de la « loi du sinus », de ce qui diffère suivant la latitude et sur ce qui est commun. L'introduction de la force de Coriolis permettra de rendre compte du phénomène. ■