REPORTAGE

Le temps d'un tableau

Pierre Causeret, Dijon

Il est amusant de voir comment les inscriptions sur un tableau anonyme peuvent nous renseigner sur l'époque et le lieu où il a été peint. À condition d'avoir quelques notions d'astronomie.

Comment faire de l'astronomie avec des tableaux ? C'est pour une visite du riche musée des Beaux-Arts de Dijon, organisée par l'IREM¹ à destination d'enseignants de maths et de physique début 2014, que je me suis intéressé à la question. Un des tableau de ce musée montre des éphémérides où sont notées les heures de lever et de coucher du Soleil pour chaque jour de l'année, du 1^{er} janvier au 31 décembre. Les chiffres sont parfaitement lisibles et cette table est reproduite à la fin de l'article. Quels renseignements peut-elle nous apporter ?



Fig.1. Vanité ou Allégorie des cinq sens. Tableau du musée des Beaux-Arts de Dijon. École allemande xvIf. Les cinq sens sont représentés ici : la vue (la mèche pour éclairer), l'ouie (la flûte), le toucher (les cartes), l'odorat (l'encrier), le goût (le tabac). La feuille remplie de nombres est intitulée « Tabellatur auff und niedergang der Sonen für jede Tag deβ gantzen Jahrs »: Table du lever et du coucher du Soleil pour chaque jour de l'année entière (MBAD photo PC).

Les heures utilisées

On peut vérifier que l'heure du lever et l'heure du coucher sont toujours symétriques par rapport à 12 h. Pour le 1^{er} janvier par exemple, il s'écoule 4 h 07 entre 7 h 53 et 12 h et à nouveau 4 h 07 de midi à 4 h 07 (figure 2). Cela signifie qu'il s'agit

d'heures solaires vraies locales². L'heure solaire vraie est l'heure d'un cadran solaire classique. Il est midi au milieu de la journée quand le Soleil est au sud. Mais cette heure a plusieurs inconvénients, tout d'abord, elle n'est pas régulière, le jour solaire vrai ayant une durée qui varie légèrement. On utilise maintenant une heure solaire moyenne, réglée sur un jour constant de 24 heures. De plus, l'heure solaire vraie est une heure locale qui varie suivant sa longitude. L'heure de la montre est la même partout en France, c'est l'heure de Greenwich à laquelle on ajoute 1 h ou 2 h (heure d'hiver ou heure d'été).

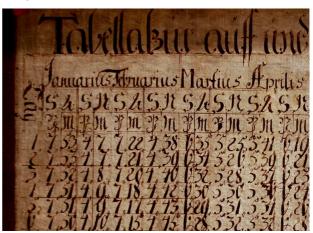


Fig.2. Détail du tableau. Le 1^{er} janvier, le Soleil se lève à 7 h 53 et se couche à 4 h 07. Les noms des mois sont en latin.

La durée de la journée

Le tableau permet de calculer la durée de la journée. On trouve les journées les plus courtes entre le 18 et le 25 décembre, les plus longues entre le 18 et le 25 juin. Cela signifie que les solstices ont lieu autour du 21-22 décembre (hiver) et 21-22 juin (été). La journée et la nuit durent chacune 12 h les 21 mars et 23 septembre, les équinoxes ont donc lieu le 21 mars (printemps) et 23 septembre (automne). Ces

26

¹ Institut de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques.

² Marie Noëlle Racine a relevé trois erreurs de copie puisque trois fois, cette symétrie n'est pas respectée (voir le tableau à la fin de l'article). Elle a d'ailleurs écrit un article sur ces éphémérides pour la « feuille de vigne » n° 124 une publication de l'IREM de Dijon qui devrait être disponible en ligne à l'adresse http://irem.u-bourgogne.fr/publications.html.

dates nous renseignent sur le type de calendrier utilisé.

Le calendrier julien, instauré par Jules César en -46, prévoit une année bissextile tous les 4 ans, ce qui donne une durée moyenne de 365,25 jours. L'année des saisons (intervalle entre deux équinoxes de printemps par exemple) dure en moyenne 365,2422 jours. L'écart entre les deux est minime sur une année mais après 16 siècles, l'équinoxe avait lieu le 11 mars au lieu du 21 comme il était prévu au début du calendrier julien. Cela avait de l'importance pour l'Église qui fixait la date de Pâques en fonction de l'équinoxe (premier dimanche suivant la pleine Lune qui suit l'équinoxe de printemps). En 1582, le pape Grégoire XIII décide de supprimer 10 jours de l'année pour que l'équinoxe revienne au 21 mars et modifie la répartition des années bissextiles (3 supprimées tous les 4 siècles) pour éviter un nouveau décalage. C'est le calendrier grégorien adopté à Rome en octobre 1582 et toujours en vigueur aujourd'hui. Les pays catholiques l'utilisèrent assez rapidement mais les pays protestants préférèrent pendant longtemps garder le calendrier julien pourtant imprécis, plutôt que de prendre un calendrier plus juste mais papiste. L'Allemagne catholique l'adopta en 1583 mais seulement en 1700 pour les régions protestantes.

Sur le tableau du musée des Beaux-Arts, noté école allemande XVII^e siècle, l'équinoxe a lieu le 21 mars. Il s'agit donc du calendrier grégorien. Et à cette époque-là, il n'était adopté que dans les régions catholiques. Cela apporte donc un renseignement précieux si ce n'est sur l'origine du tableau, au moins sur l'origine des éphémérides utilisées. Mais ce n'est pas terminé.

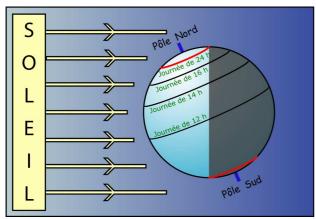


Fig.3. La durée de la journée au solstice d'été dépend de la latitude.

Le jour du solstice d'été, la journée dure 24 heures sur le cercle polaire alors qu'elle dure toujours 12 h à l'équateur. La durée de la journée le 21 juin nous renseigne donc sur la latitude du lieu. Le tableau indique le lever du Soleil à 4 h 04 le matin, le coucher à 7 h 56 le soir, donc une durée de 15 h 52 min pour la journée du 21 juin. Cette durée nous permet de connaître la latitude pour laquelle les éphémérides ont été réalisées.

On peut utiliser la formule cos $H = -\tan \varphi \tan \delta$ en remplaçant H par 119° (1 heure correspond à 15°, 15 h 52 min donnent 238° ou 2×119 °) et δ par 23,49° (déclinaison du Soleil au 21 juin ou obliquité de l'écliptique au $XVII^e$ siècle). On obtient une latitude de 48° 8'.

Conclusion

Il faut trouver une ville située à une latitude de 48° 8' N dans une région catholique sans doute d'Allemagne (école allemande). Plusieurs grandes villes correspondent : Munich en Allemagne (latitude 48° 9'), Vienne en Autriche (48° 12,5') ou encore Bratislava en Hongrie (48° 8,7').

L'astronomie ne suffit plus pour départager ces villes ; on peut envisager de demander à un spécialiste d'observer certains détails du tableau comme les monnaies, la montre ou l'écriture.



Les repères jaunes sont tous à la bonne latitude. Les trois grandes villes indiquées sont de bonnes candidates.

Quelle précision peut-on attendre ?

Si les calculs du tableau sont corrects, on peut supposer que l'erreur est au maximum de + ou - 30 secondes le matin et + ou - 30 secondes le soir. Une variation de 30 secondes correspond à un écart de latitude de 3,4' ou encore 6,3 km sur le terrain. Munich et Bratislava peuvent convenir, Vienne est très légèrement trop au nord.

Une dernière remarque

Les spécialistes auront remarqué que l'on n'a pas tenu compte de la réfraction atmosphérique dans les heures de lever et de coucher du Soleil, contrairement à ce qui se fait aujourd'hui. En effet, la déviation des rayons lumineux par l'atmosphère fait que l'on voit le Soleil se lever quelques minutes avant qu'il n'ait dépassé l'horizon géométrique, ce qui allonge la durée de la journée.

Sur le tableau, les heures données pour le lever et le coucher le 21 mars et le 23 septembre (6 h - 6 h) montrent que, effectivement, on n'a pas tenu compte ici de la réfraction. Ce qui signifie que ces heures ne sont pas le résultat d'observations mais de calculs.

Recopie du calendrier éphéméride (les données surlignées en rose indiquent des erreurs de copie du peintre) :

	Τ																						_					iede	-	g de						,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,												\neg
	Januarius			Februarius			Martius			Aprilis			Majus				Junius			Julues			Augustus				September				October			November				December			n							
	S	м	S	м	S	м	S	м	S	м	S	м	S	м	S	м	S	м	s	м	S	м	S	м	s	м	S	м	S	м	S	м	s	м	S	м	S	м	S	м	S	м	S	м	S	м	S	м
1	7	53	4	7	7	22	4	38	6	35	5	25	5	41	6	19	4	51	7	9	4	15	7	47	4	6	7	54	4	35	7	25	5	24	6	36	6	14	5	46	7	7	4	53	7	46	4	14
2	7	53	4	7	7	21	4	39	6	34	5	26	5	39	6	21	4	50	7	10	4	13	7	47	4	7	7	53	4	36	7	24	5	25	6	35	6	16	5	44	7	9	4	51	7	47	4	13
3	7	52	4	8	7	20	4	40	6	32	5	28	5	37	6	23	4	48	7	12	4	12	7	48	4	7	7	53	4	38	7	22	5	26	6	34	6	18	5	42	7	10	4	50	7	48	4	12
4	7	51	4	9	7	18	4	42	6	30	5	30	5	36	6	24	4	46	7	14	4	11	7	49	4	8	7	52	4	39	7	21	5	28	6	32	6	19	5	41	7	12	4	48	7	49	4	11
5	7	51	4	9	7	17	4	43	6	29	5	31	5	34	6	26	4	45	7	15	4	11	7	49	4	9	7	51	4	40	7	20	5	30	6	30	6	21	5	39	7	14	4	46	7	49	4	11
6	7	50	4	10	7	15	4	45	6	28	5	32	5	32	6	28	4	43	7			10	7	50	4	9	7	51	4	32	7	18	5	32	6	32	6	23	5	37	7	15	4	45	7	50	4	10
7	7	49	4	11	7	14	4	46	6	26	5	34	5	30	6	30	4	42	7	18	4	9	7	51	4	10	7	50	4	43	7	17	5	34	6	26	6	24	5	36	7	17	4	43	7	51	4	9
8	7	49	4	11	7	12	4	48	6	24	5	36	5	28	6	32	4	40	7	20	4	9	7	51	4	11	7	49	4	45	7	15		36	6	24	6	26	5	34	7	18	4	42	7	51	4	9
9	7	48	4	12	7	10	4	50	6	22	5	38	5	26	6	34	4	39	7	21	4	8	7	52	4	11	7	49	4	46	7			38	6	22	6	28	5	32	7	20	4	40	7	52	4	8
10	7	47	4	13	7	9	4	51	6	20	5	40	5	25	6	35	4	38	7	22	4	7	7		-	12			4	48	7	12	100	39	6	21	6	30	5	30	7	21	4	39	7	53	4	7
11	7	47	4	13	7	7	4	53		18		42		23				36		24	4	7	7	53		12				50		10		41				32	5	28		22		38	7	53	4	7
12	7	46	4	14	7	5	4	55	6	16	5	44	5	21	6	39	4	35	7	25	4	6	7	54	4	13	7	47	4	51	7	9		42	6	18	6	34	5	26	7	24	4	36	7	54	4	6
13		46		14	7	4	4	56	1	14			1.50			40	-	14		26	4	6	7	54	-	14		200000	4	53		7				17				25	7	25	4	35	7	54	4	6
14		44		16	7	2	4	58		13		47				41		32			4	6	7			15			4	55		5		45		15		37		23		26	4	34	7	55	4	5
15		43	4	17	7	-	5	*		11		49		16				31		29			7			16						4	-	47		13		39		21	7	28	4	32	7	55	4	5
16	1.	42		18	6	59	5	1	6	9	5	51	5.00	15				30			4		7	55		17		300305	4	58	7	2	_	49		11	-		5	20	7	29	4	31	7	55	4	5
17	1	41		19	6	57	5	3	6	8	5	52		13	-	47		28		32	4		7	55		18			5		7	-		51	6	9				18		31		29	7	55	4	5
18	1			20	1		5	5	6	6	5	54	1	11				27			4		7	56				41	5	1		59			6	8		44		16			4	28	7	56	4	4
19	100					53		7	6	4	5	56	-	10				26			4	4	7	56		20			5	3		57	5	54	6	6				15	2	33		27	7	56	4	4
20		37				50		10	6	2	5	58		8	6			25			4		7			21			5	5		55			6	4		47		13	7	34	4	26	7	56	4	4
21		36		24			5	11	6	-	6	-	5	7	6		100	24			4	4	7			22		2000000	5	6		54	5		6	2	6	49		11	7	35	4	25	7	56	4	4
22	L.	35 34		25		47			5	58		2	5	6 5	6			23			4		7			23			5	7		53	5	59	6	1				10		36	4	24		56	4	4
23		33		26 27		45 44				56			5	-	6	55 57		22			4			56		24			5	8 10		52 50	6	-	6 5	- 58	-	52 54	5	8	7	-	4	23	7	56	4	4
24							-		500	54		6	100	3	6	-		21		(30.00)			7	56		25		0.000000		11				2				0.00		5		100000	4	22	7	56	4	4
25		32				42 40		18		52		8	5	1	6	59		20 19			4		7	56		26						49 48	6			56			5		7		4	20			4	4
26				30				20		51		9	5	-	7	-					4		7	55		27				12 14				6 8		54		57 59	5	3	'	41	4	19	7	55	4	2
27		29						21		49			4		-	2		18 17		42	4	5 5	-			28 30						46 44	6	9		52	7	59	5	1	7	42	4	18	7	55 55	4	2
	T.			32	Ь	37	5	23				13			7	4 5						6	7							18	-				-	51 49	7	-	4	-	7	43	4	17	7	55	4	5
30	- 25	26 25		34 35	-	-	-	-		46 44			1 8	55 53		7	- 80	16 15			4	-	7	54 54	- 80	31		270200	50	20		42 40	222	11 13	-	49 47	7	2	4	58 56	7			16 15	7	54	4	0
	1				-	-		-		100			4	23	,	,	- 23				4	О	/	54									0	13	Э	4/		4			′	45	4	12	7		4	0
31	1	24	4	36	-	-	-	-	15	42	ь	18	_	-	-	-	4	14	1	46	-	-	-	-	4	33	/	21	5	21	ь	39	-	-	-	-	7	ь	4	54	-	-	-	-	1	54	4	O