

AVEC NOS ÉLÈVES

Mirages cosmiques

Johan Richard, astronome CRAL observatoire de Lyon

Les lentilles gravitationnelles, un sujet bien compliqué pour des élèves ? L'auteur nous présente des pistes qu'il a testées avec des élèves pour les sensibiliser au sujet et leur faire calculer ... la masse de galaxies.

Nous décrivons ici un phénomène naturel très utilisé en astronomie : la déflexion de la lumière par les galaxies massives, qui fait un effet de loupe appelé « lentille gravitationnelle ». Même si ce phénomène peut sembler très complexe (son explication physique fait appel à la Relativité), il est étonnamment facile à illustrer par des observations et des expériences concrètes simples, que nous avons pu présenter dès la classe de troisième. Au lycée, ce phénomène peut servir d'application pour illustrer des notions telles que la gravitation, la matière noire, la cosmologie et la relativité, en lien avec les programmes des classes de première et terminale scientifiques. Enfin, la notion peut être approfondie dans le cadre d'un T.P.E.

Description du phénomène

Le principe est le suivant : dans l'Univers la présence d'un objet massif s'accompagne d'une déformation de l'espace environnant due à son champ de gravitation. Un rayon lumineux provenant d'une source astrophysique et passant à proximité de cet objet massif va suivre cette déformation et son trajet ne sera plus rectiligne : il subira un changement d'orientation, ou déflexion, d'un petit angle α , dont on peut retrouver l'expression avec des hypothèses simplificatrices (voir encadré). Même si cet effet se produit dans le vide, il s'apparente, sous sa forme et dans les équations, à la déflexion d'un rayon lumineux dans une lentille convergente (figure 1). Pour cette raison, on parle souvent de « lentille gravitationnelle ».

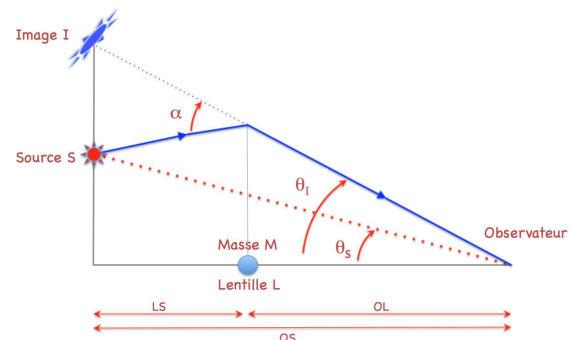
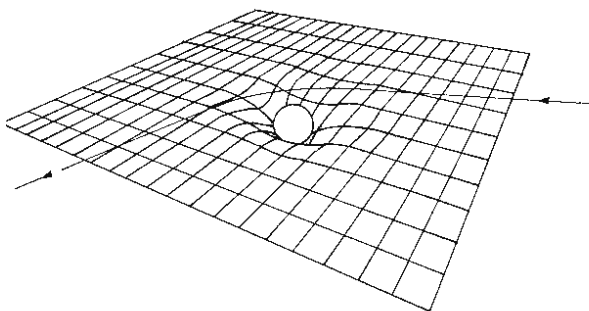


Fig.1. Colonne précédente, illustration de la déformation de l'espace autour d'une masse, et de son influence sur le trajet d'un rayon lumineux. Ci-dessus, représentation de la déflexion α du rayon lumineux provenant d'une source S, et qui est vue depuis l'Observateur O sous la forme d'une image I. Les distances mises en jeu (voir encadré) sont OL, LS et $OS \approx OL+LS$.

L'utilité d'un tel effet en astrophysique vient du fait que cette lentille naturelle agit comme un instrument optique supplémentaire sur la ligne de visée entre la source lumineuse lointaine et l'observateur. Tout comme dans une lunette ou un télescope, les rayons lumineux déviés vont créer une amplification de l'image de la source distante, la faisant apparaître plus grande et plus lumineuse (d'un facteur pouvant atteindre plusieurs dizaines d'unités). On parle ainsi de « télescope gravitationnel » ou « télescope naturel ».

Les cas les plus extrêmes de lentille gravitationnelle se produisent en cas d'alignement parfait entre des sources astrophysiques. Dans ce cas, les rayons lumineux peuvent prendre des chemins différents et produire plusieurs images de la source pour l'observateur (figure 2). Cet effet spectaculaire de multiplication d'images s'apparente à un mirage optique : on parle de « mirage gravitationnel ». Même si ce phénomène était prédit depuis les années 1930 comme une application de la théorie de la Relativité, il a fallu attendre les années 1980 pour pouvoir en observer le premier exemple. Nous connaissons maintenant des centaines de mirages de ce type ; et leur étude révèle une mine d'informations sur la source lumineuse ainsi que sur la masse de l'objet responsable de la déformation.

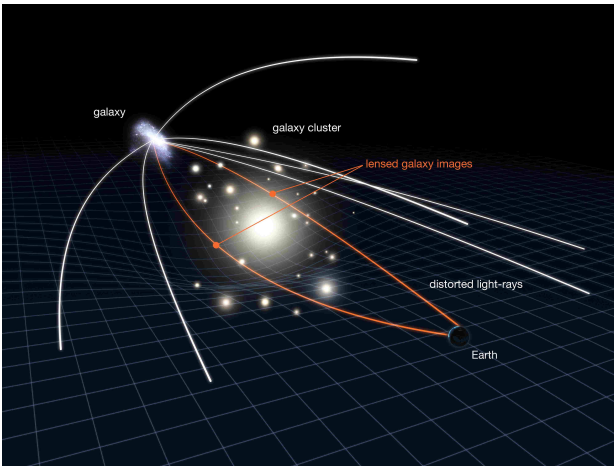


Fig.2. Effet de mirage gravitationnel : la lumière d'une galaxie distante prend deux trajets différents pour atteindre la Terre. © NASA, ESA and L. Calcada

Mise en évidence par l'expérience

La première notion que nous pouvons illustrer avec les élèves est l'effet de déflexion des rayons lumineux. Pour cela, on peut représenter l'influence gravitationnelle d'un objet sur un espace à deux dimensions. Nous utilisons : un grand drap résistant (une taille de 2x2m est suffisante), un objet lourd que l'on place au centre, et une balle légère (ou une bille) lancée en ligne droite sur le drap. Lorsque le drap est tendu en hauteur ; le poids central va le déformer et illustrer (par analogie) la courbure de l'espace autour d'un objet massif. On peut ainsi comparer la trajectoire de la bille (représentant un rayon lumineux) en présence ou non de l'objet massif : l'effet de courbure de l'espace (le drap) va dévier la trajectoire du photon (la bille) au lieu de le laisser se propager en ligne droite (Figure 3).

Une deuxième expérience utilise les propriétés de déformation des rayons lumineux qui sont identi-



Fig.3. Représentation de la courbure de l'espace avec un drap tendu.

ques à celles d'une lentille en verre. Il est en effet possible de fabriquer une « lentille » avec un profil de verre reproduisant (de manière approximative) l'effet d'un corps massif sur une source d'arrière-plan. Le profil correspondant est très proche de celui de la partie inférieure d'un verre à pied (figure 4a). Nous avons ainsi coupé et limé les pieds de plusieurs verres pour un plus grand confort d'utilisation.

En observant une source ponctuelle ou une grille régulière tracée sur une feuille de papier au travers d'une de ces lentilles de verre on arrive très facilement à reproduire les effets visuels d'une lentille gravitationnelle (figure 4), en particulier :

- La déformation et l'amplification des dimensions à proximité du centre de la lentille, visible sur la grille (figure 4b) ;
- La formation de grands arcs et d'images multiples (mirages) à partir d'une source ponctuelle (figure 4c) ;
- Dans le cas d'alignement parfait on voit apparaître un anneau complet, également appelé anneau d'Einstein. (figure 4d).

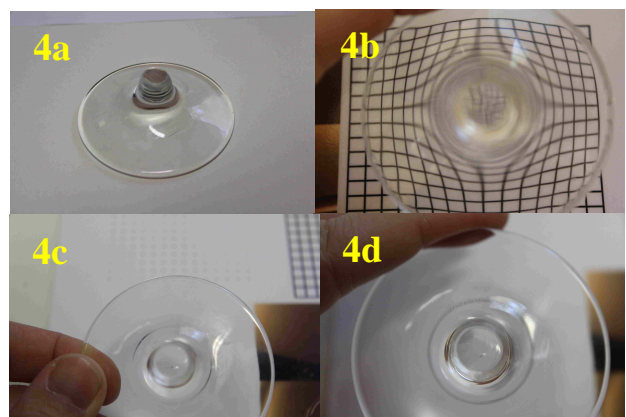


Fig.4. Observation d'images obtenues au travers d'une lentille fabriquée à partir d'un verre à pied.

Exercice d'application: mise en évidence de matière noire dans les amas de galaxies

En complément des expériences illustrant le principe de l'effet de lentille gravitationnelle, nous proposons aux élèves un exercice d'application basé sur des observations astrophysiques d'amas de galaxies obtenues à l'aide du télescope spatial Hubble. Les amas de galaxies sont les structures les plus massives de l'Univers qui forment un système lié par la gravitation. On y trouve donc de nombreux effets de lentille gravitationnelle, et parmi les plus spectaculaires (figure. 5).

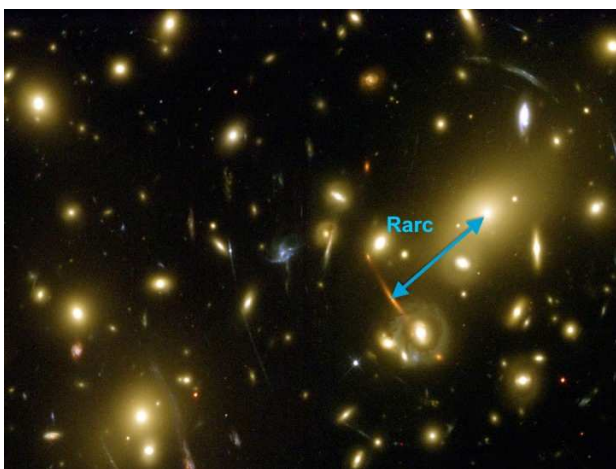


Fig.5. Observation d'amas de galaxies et mesure de la distance d'un arc gravitationnel (d'une couleur orangée) au centre de l'amas.

L'objectif est le suivant : à partir de la position d'un grand arc gravitationnel dans les images d'amas de galaxies, il est possible de remonter à la masse totale contenue dans un cercle centré sur l'amas et tangent à cet arc, en appliquant une équation simplifiée.

On peut déterminer la masse contenue dans un cercle de rayon R_{arc} , en fonction des distances entre l'observateur, la lentille et la source (voir figure 1) suivant l'équation suivante :

$$M(< R_{\text{arc}}) = \frac{c^2}{4G} \frac{D_{\text{OS}}}{D_{\text{LS}} D_{\text{OL}}} R_{\text{arc}}^2$$

(voir encadré en fin de texte)

Avec c , la vitesse de la lumière dans le vide et G , la constante de la gravitation universelle.

Soit en utilisant des milliers et des milliards d'années lumière (kal et Gal) :

$$M(< R_{\text{arc}}) = \frac{1 \text{ Gal}}{D_{\text{LS}}} \frac{D_{\text{OS}}}{D_{\text{OL}}} \frac{R_{\text{arc}}^2}{1 \text{ kal}} \frac{c^2}{4G} \frac{1 \text{ kal}}{1 \text{ Gal}} 1 \text{ kal}$$

$$\frac{c^2}{4G} \frac{1 \text{ kal}}{1 \text{ Gal}} 1 \text{ kal} = \frac{(3 \times 10^8)^3}{4 \times 6.67 \cdot 10^{-11}} 10^{-6} \times 10^3 \times 3.1 \cdot 10^7 = 1.6 \times 2 \cdot 10^{39} \text{ kg}$$

soit en milliards de masses solaires ($2 \cdot 10^{39} \text{ kg}$) :

$$M(< R_{\text{arc}}) = 1.6 \frac{D_{\text{OS}} (\text{Gal})}{D_{\text{LS}} (\text{Gal}) D_{\text{OL}} (\text{Gal})} R_{\text{arc}} (\text{kal})^2$$

Le travail se déroule en petits groupes (3 ou 4 personnes) avec une règle et une calculatrice. Les élèves doivent identifier un arc gravitationnel sur les images, mesurer sa distance en cm depuis le centre de l'amas, et appliquer la formule correspondante pour retrouver la masse totale au cœur de l'amas. Ils auront pour cela besoin de l'échelle des images (conversion cm en kal), la distance de l'amas de galaxies en Gal (fournie) et la distance de la source amplifiée (en Gal, fournie au cas par cas).

Exemple d'application numérique : un amas à $D_{\text{OL}} = 2 \text{ Gal}$, une source à $D_{\text{OS}} = 5 \text{ Gal}$, une échelle $1 \text{ cm} = 38 \text{ kal}$ et une distance $R_{\text{arc}} = 8 \text{ cm}$ donnent une masse $M \approx 123 \text{ 200}$ milliards de soleils.

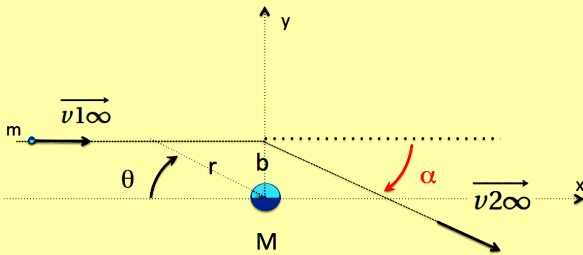
Le résultat obtenu, en milliards de fois la masse du Soleil, peut être (en moyenne) divisé par 100 pour trouver l'équivalent en nombre de galaxies, une galaxie contenant environ 100 milliards de fois la masse du Soleil. Bien entendu nous travaillons ici avec des hypothèses simplificatrices (distribution de matière symétrique,...) et des ordres de grandeur. Les valeurs varient d'un arc à l'autre mais les élèves trouvent un résultat variant d'une centaine à un milliard de galaxies.

Les élèves sont alors amenés à comparer ce résultat à l'observation : dans le même cercle pour lequel ils ont estimé la masse, ils n'observent qu'une à plusieurs dizaines de galaxies. La grande différence entre ces deux valeurs correspond en effet à la présence de matière noire, qui n'apparaît pas dans les observations sous forme lumineuse mais dont l'effet influence la position des arcs gravitationnels.

Angle de déflexion de la lumière et équation des lentilles

Une expression classique de l'angle de déflexion peut être retrouvée par un problème de physique très similaire à l'expérience de Rutherford sur les particules chargées.

On considère les équations de physique classique pour une particule de masse m en trajectoire rectiligne avec une vitesse c , et qui passe à proximité d'une masse M prise à l'origine avec un paramètre d'impact b (Figure A).



Cette particule est soumise uniquement à la force centrale gravitationnelle et subit donc une accélération :

$$\vec{a} = -\frac{GM}{r^2} \vec{u}_r$$

À tout instant, la projection verticale de cette accélération vaut :

$$\vec{a}|_y = -\frac{GM}{r^2} \sin \theta$$

La conservation de l'énergie cinétique au cours de la trajectoire nous donne une vitesse de norme constante égale à c , notamment à l'infini (instants t_1 et t_2):

$$\|\vec{v}_{1\infty}\| = \|\vec{v}_{2\infty}\| = c$$

La conservation du moment cinétique nous donne en prenant la valeur initiale à l'infini :

$$m r^2 \frac{d\theta}{dt} = mcb = Cte$$

Par conséquent, la projection sur l'axe vertical de la vitesse finale à l'infini (instant t_2) nous donne par intégration de l'accélération verticale :

$$\vec{v}_{2\infty}|_y = c \sin(\alpha) = -\int_{t_1}^{t_2} \frac{GM}{r^2} \sin(\theta(t)) dt$$

Soit :

$$\sin(\alpha) = -\int_0^{\pi+\alpha} \frac{GM}{c^2 b} \sin(\theta) d\theta$$

On considère de petites déflexions ($\alpha \ll 1$), soit

$$\cos(\pi + \alpha) \approx -1 \text{ et } \sin \alpha \approx \alpha$$

Ce qui nous donne l'expression de l'angle de déflexion :

$$\alpha = 2 \frac{GM}{c^2 b}$$

Cette dernière équation n'est valable que pour une particule de masse non nulle et des vitesses classiques. Pour le cas du photon de masse nulle qui se déplace à la vitesse de la lumière, on obtient par la Relativité Générale une valeur double :

$$\alpha = 4 \frac{GM}{c^2 b}$$

Une application numérique directe est la déflexion d'un rayon lumineux au voisinage du Soleil. On a alors $M = 2 \times 10^{30}$ kg et au bord du Soleil $b = 6,95 \cdot 10^8$ m. Ce qui nous donne :

$$4 \times 6,672 \cdot 10^{-11} \times 2 \cdot 10^{30} / (3 \cdot 10^8 \times 3 \cdot 10^8 \times 6,95 \cdot 10^8) = 8,53 \cdot 10^{-6} \text{ radians} = 1,75''$$

C'est la valeur historiquement mesurée par Sir Arthur Eddington en comparant les positions des étoiles au bord du Soleil lors de l'éclipse totale de 1919. Sa mesure confirmera la prédiction relativiste d'Einstein.

À partir de l'expression de l'angle de déflexion α et de la figure 1 nous pouvons retrouver l'équation des lentilles, qui donne géométriquement la relation entre la position de l'image et de la source correspondante pour des petites déflexions (angles α , θ_I et $\theta_S \ll 1$ assimilables à leur tangente) :

$$\theta_I D_{OS} = \theta_S D_{OS} + \alpha D_{LS}$$

Dans le cas d'un alignement parfait de la source on a $\theta_S = 0$ et $R_{arc} = \theta_I D_{OL}$ la distance où se produit un grand arc dans l'amas, ce qui donne :

$$R_{arc} = \alpha \frac{D_{LS} D_{OL}}{D_{OS}} \quad \text{et } \alpha = 4 \frac{GM}{c^2 R_{arc}}$$

Soit l'expression de la masse en fonction de la distance de l'arc, mesurée :

$$M = \frac{c^2}{4G} \frac{D_{OS}}{D_{LS} D_{OL}} R_{arc}^2$$

