ARTICLE DE FOND

Mesure de la constante de la Gravitation Universelle

Georges Paturel, Observatoire de Lyon

Cet article explique les premières tentatives pour mesurer la constante de la gravitation universelle, ainsi que les premiers succès expérimentaux, en particulier celui de Boys qui marqua un véritable progrès dans cette quête d'une valeur précise. Quelques nouvelles approches sont présentées, mais toujours autour de la balance de torsion. Les désaccords subsistants, la recherche de paramètres secondaires est poursuivie, mais avec un résultat toujours vain, pour l'instant.

Introduction

Il y a bien longtemps, lors d'une AG du CLEA, j'avais parlé de mon intérêt pour la reproduction de la célèbre expérience historique de Cavendish, visant à mesurer la constante de la gravitation universelle, cette constante que l'on désigne par G (à ne pas confondre avec l'accélération locale de la gravitation, notée g). Béatrice Sandré et Annie Petit m'ont fait parvenir deux articles qui m'ont permis de me lancer dans cette expérience (voir les Cahiers Clairaut 104 et 105). Depuis ce jour j'ai été complètement fasciné par cette mesure, si difficile et si fondamentale.

J'ai eu la chance de rencontrer Terry Queen, un ancien directeur du Bureau International des Poids et Mesures (BIPM), qui avait accepté de faire une conférence sur le sujet, lors de la présentation de notre expérience au Palais de la découverte. Il m'avait dit en substance et de manière prémonitoire, "quand on commence à s'intéresser à cette expérience, on ne peut plus s'en libérer". C'est ce qui m'est arrivé. Si cette mesure est si passionnante, c'est probablement à cause même de sa difficulté, qui explique la faible précision de sa valeur actuelle et les désaccords entre les différents expérimentateurs.

La valeur donnée en 2002 par la CODATA est la suivante :
$G = 6{,}67384 \pm 0{,}00080 \times 10^{-11}\ m^3.kg^{-1}.s^{-2}$
C'est la valeur donnant le meilleur compromis entre toutes les expériences. Dans les publications récentes, on trouve des différences énormes, au point que même la troisième décimale peut paraître incertaine. Les incertitudes sont-elles sous-estimées ?
Certaines méthodes sont-elles plus fiables que d'autres ? Existe-il un paramètre caché qui expliquerait les désaccords ?

Pour répondre à ces questions, je suis parti d'un volumineux article de 75 pages, écrit par un spécialiste G. T. Gillies, en 1997.

Les premières tentatives

Avant de rappeler quelques-unes des mesures historiques importantes, il est important de rappeler que l'enjeu, à l'époque de Newton, était de mesurer la densité moyenne de la Terre pour pouvoir calculer la masse de celle-ci. De la masse de la Terre découlait la masse des autres corps célestes grâce aux lois de Kepler-Newton. Ce n'est que plus tard, quand la formulation moderne de la loi de la gravitation fut écrite, que la constante G apparut comme l'enjeu réel.
Lisons un passage des "Principia" (1714) de Newton traduit par la marquise du Châtelet : *« Ainsi comme la terre est ordinairement à sa surface environ deux fois plus pesante que l'eau, et qu'en fouillant plus avant, elle est trois, quatre, et même cinq fois plus dense : il est vraisemblable qu'il y a environ cinq ou six fois plus de matière dans le globe de la Terre que s'il n'était formé que d'eau ».*
Donc, selon Newton la densité moyenne de la Terre serait de l'ordre de $\rho_T = 5{,}5 \pm 0{,}5$. Cette valeur conduit à : $G = 6{,}7 \pm 0{,}6 \times 10^{-11}\ m^3.kg^{-1}.s^{-2}$. La marque du génie ! Il faudra attendre 60 ans pour qu'une véritable mesure vienne confirmer cette estimation.
La première tentative de mesure de G remonte à la mission en Amérique du Sud d'un astronome français : Pierre Bouguer. Celui-ci était parti faire la mesure d'un arc de méridien à l'équateur. En 1735, il était à proximité du Chimborazo, une montagne volcanique, en forme de cône, culminant à 6 300m d'altitude. Un pendule placé près de la montagne, devait dévier de la verticale astronomique. Bouguer observa une telle déviation (quelques secondes

d'arc), mais ne put pas en déduire avec précision la force d'attraction entre le pendule et la montagne, ce qui lui aurait permis de déduire alors la masse de la Terre.
La méthode fut reprise avec succès par Maskelyne et Hutton en 1774 et par James et Clark en 1855. Les résultats corroborèrent la conjecture de Newton, avec une densité terrestre moyenne ρ_T = 5 environ.
En 1854, Airy essaya une nouvelle méthode : la période d'un pendule simple devait donner la variation de la masse de la Terre avec la profondeur. Il trouva ρ_T = 6,6. Von Sterneck reprit cette même méthode en 1883. Il trouva que la densité moyenne de la Terre, ρ_T, était comprise entre 5,77 et 7.
On voit que 140 ans après Newton, on n'avait pas beaucoup progressé. Un progrès décisif vînt d'une invention, aussi simple que géniale, à savoir, la balance de torsion. Une simple barre suspendue en son milieu par un fil très fin. L'idée est sans doute apparue indépendamment en Angleterre et en France autour des années 1777. Le physicien Michell semble être à l'origine de son application à la gravitation par Cavendish. De son côté, Coulomb montre que la relation liant le moment, M, de la force de torsion à l'angle de torsion θ était une loi de proportionnalité :

$$M = C\theta .$$

Mais plus important pour la suite, Coulomb exprime la constante de torsion C en fonction des caractéristiques du fil en montrant, en particulier, que cette constante dépend de la puissance quatrième du diamètre du fil. Plus le diamètre du fil est petit, meilleure est la sensibilité. Un fil deux fois plus fin est 16 fois plus sensible à la torsion.

Les premières mesures

C'est donc Cavendish qui utilisa la technique de la balance de torsion pour faire la première mesure réellement précise, en 1798. Le schéma de la balance est facile à comprendre.

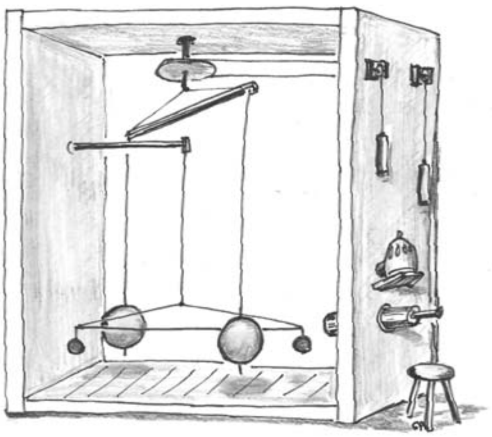

Schéma simplifié de l'expérience de Cavendish

Les grosses boules attirent les petites boules fixées aux extrémités d'une barre, elle-même suspendue en son milieu à un fil très fin. La mesure de l'angle, dont tourne la barre, permet de remonter à la force d'attraction agissant sur les petites boules suspendues. La constante de torsion C est déterminée par la période d'oscillation du pendule.

Cavendish était un chimiste qui se distinguait par sa méticulosité. Il mit à profit son extrême rigueur pour mesurer la force d'attraction entre deux corps de masses connues. Connaissant la force d'attraction (le poids) entre les grosses boules et la Terre, il déduisit la masse de la Terre et donc sa densité moyenne (le rayon de la Terre était connu depuis longtemps, les premières mesures datant d'Eratho-stène, vers -250). Cavendish fit plusieurs mesures, dans des conditions différentes.
Le résultat : ρ_T = 5,448, presque la valeur attendue par Newton !
D'autres expérimentateurs (Baily et Reich) reprirent la même méthode dans les années 1840. Les mesures furent approximativement en accord avec celle de Cavendish (respectivement ρ_T = 5,49 et 5,674).
D'autres physiciens tentèrent l'expérience avec une balance classique. La méthode est a priori moins favorable, car la force à mesurer agit dans la même direction que l'attraction terrestre. Von Jolly utilisa par exemple une boule de plomb de 5,5 tonnes pour parvenir à détecter la force supplémentaire.
Néanmoins les résultats furent compatibles avec les mesures faites avec la balance de torsion, mais la dispersion demeurait toujours grande.

Une mesure exceptionnelle

Au départ, on pensait intuitivement qu'il fallait utiliser des boules de grande masse pour faciliter la mesure. La masse des petites boules suspendues était cependant limitée par la charge de rupture du fil de suspension[7]. Un progrès important consista, à l'opposé de l'intuition première, à faire une balance de petite dimension.
C'est le physicien anglais Boys qui, en 1895, montra l'intérêt d'une balance miniature. En réduisant les masses des boules suspendues, il est possible de réduire le diamètre du fil de suspension. La charge de rupture du fil dépend du carré du diamètre. Ainsi, par exemple, en réduisant les masses suspendues d'un facteur 100, ce qui ne pénalise pas

[7] La masse des petites boules suspendues n'intervient pas dans le calcul, mais il ne faut pas la choisir trop faible pour que les masses annexes (barre, fils de suspension etc…) soient négligeables devant elle.

la mesure, car la valeur des masses suspendues n'intervient pas dans l'expression de l'angle de rotation, le fil pourra avoir un diamètre 10 fois plus petit. Or, rappelez-vous, la constante de torsion dépend du diamètre à la puissance quatre. La sensibilité sera donc 10 000 fois supérieure. Cette idée géniale a permis à Boys de faire une mesure d'une qualité exceptionnelle.

La grande difficulté était d'obtenir un fil très fin. Les chercheurs du BIPM (T. Quinn et R. Davis) m'ont expliqué la technique originale que Boys utilisa pour former des fils de quartz de seulement quelques microns de diamètre. Il faisait fondre le quartz et reliait la masse fondue à la pointe d'une flèche d'arbalète. En tirant la flèche, le quartz s'étirait rapidement en se refroidissant. On imagine sans peine la difficulté d'une telle pratique. Un fil de deux microns de diamètre est très difficile à manipuler. On ne le voit pratiquement pas et il est d'une grande fragilité.

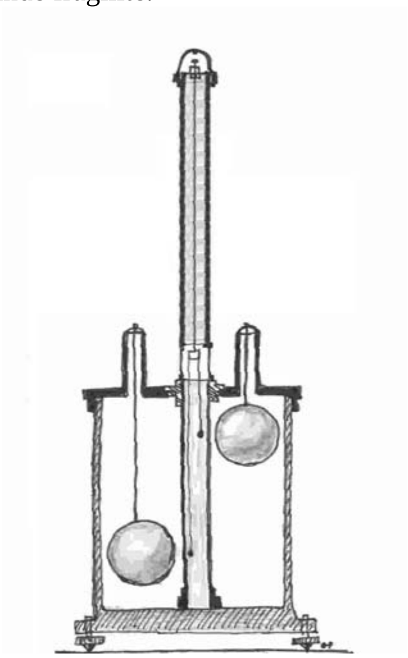

Schéma simplifié de l'expérience de Boys

Un autre intérêt d'une balance de petite taille est sa relative insensibilité à la distribution des masses parasites entourant l'expérience. En effet, les boules suspendues sont très proches et l'effet d'une masse parasite à une distance r varie en r^{-3}, par effet différentiel de marée. En revanche, cette qualité deviendrait un défaut pour l'action des masses attractives. En effet chaque grosse boule attire, non seulement la petite boule proche, mais aussi la petite boule plus distante. Dans le cas d'une balance de petite dimension, cette attraction en sens inverse est importante. La solution de Boys a été de placer les boules à des hauteurs différentes, pour chaque côté.

Boys a aussi introduit une méthode pratique pour calculer la constante de torsion à partir de la période d'oscillation de la balance de torsion. Pour ce calcul, il faut connaître le moment d'inertie de l'équipage mobile. Le calcul théorique n'est pas toujours facile. Aussi Boys mesura-t-il ce moment d'inertie en remplaçant les boules suspendues par des masses de forme simple (cylindre) mais placées différemment. La mesure des périodes dans les différentes configurations permet de remonter au moment d'inertie recherché.

Enfin, Boys a compris que le paramètre intéressant à mesurer n'est pas la densité moyenne de la Terre, mais bien la constante de la gravitation universelle. S'il donne aussi la densité moyenne de la Terre, c'est pour rester dans la tradition. Ses résultats sont les suivants :

$$G = 6{,}6576 \pm 0{,}002 \times 10^{-11}\ m^3.kg^{-1}.s^{-2}$$

$$\rho_T = 5{,}5270 \pm 0{,}0036$$

Pour calculer les valeurs moyennes, Boys a pondéré ses différents résultats d'une manière personnelle[8], en privilégiant les mesures faites dans les meilleures conditions. Lisons ce que dit Boys de ces conditions de mesure : « *La tranquillité absolue est si importante dans les mesures, que j'ai toujours réservé les nuits du dimanche, de minuit à 6 ou 8 heures du matin, pour les observations… et heureusement pour moi, la plupart de mes observations ont été faites pendant la grève des charbonnages, durant laquelle les trains étaient moins nombreux* ».

Autres méthodes

La mesure, avec la méthode de Cavendish, se fait de manière statique. On part d'une position de repos, avec les masses attractives situées chacune au plus près d'une des petites masses suspendues, de part et d'autre du fléau. Pour faire la mesure on déplace les masses attractives pour les amener chacune au plus près de la petite masse suspendue opposée. Le fléau tourne alors lentement et oscille pour atteindre, au bout de plusieurs dizaines de minutes, une nouvelle position d'équilibre. On mesure la déviation angulaire entre les deux positions d'équilibre.

Dans les années 1930, le physicien Heyl du "Bureau of Standards" de Washington, utilisa une méthode dynamique. Les masses attractives étaient placées soit dans l'alignement de la barre de suspension d'une balance de torsion, soit perpendiculairement à la barre, au centre. Le calcul montre que les périodes d'oscillations sont différentes pour les deux

[8] Boys ne donnait pas d'incertitudes. Je les ai estimées à partir de ses meilleures mesures. En prenant tous ses résultats on a : $G = 6{,}6630 \pm 0{,}006 \times 10^{-11}\ m^3.kg^{-1}.s^{-2}$.

positions. De la mesure de ces périodes on peut déduire G. La balance doit être placée dans un bon vide pour que l'amortissement soit faible. Les mesures de Heyl et Chrzanowski de 1942 détrônèrent les mesures de Boys. Leur résultat était :

$$G = 6{,}673 \pm 0{,}003 \times 10^{-11}\ \mathrm{m^3.kg^{-1}.s^{-2}}$$

Il est intéressant de rappeler que Heyl inventa une boussole fonctionnant par induction par le champ magnétique terrestre. Une telle boussole fut utilisée par Lindbergh lors de sa célèbre traversée transatlantique en 1927.

Signalons encore une autre classe de balances de torsion utilisées en mode oscillant. Il s'agit des balances à résonance. Ce type de balance a été utilisé en France (Pontikis) et en Union Soviétique (Kunz et Zahradnicek puis Sagitov), dans les années 1930 puis 1970. Une balance oscillante induit des oscillations dans une deuxième balance. L'analyse de la réponse de cette deuxième balance permet de remonter à G. Les auteurs espéraient une précision de l'ordre de 10^{-4}. Mais les résultats des deux équipes n'étaient pas compatibles entre eux :

Pour Pontikis : $G = 6{,}6714 \pm 0{,}0006 \times 10^{-11}$ SI

Pour Sagitov : $G = 6{,}6745 \pm 0{,}0008 \times 10^{-11}$ SI.

Les améliorations

Je ne peux mentionner toutes les expériences qui ont été faites. Je renvoie à l'article de Gillies qui fait une analyse exhaustive des expériences, au moins de 1970 à 1996. Nous allons principalement expliquer quelques difficultés et quelques solutions.

La première difficulté semble être une difficulté de métrologie. Comment mesurer les longueurs des éléments et les distances entre ceux-ci ? Cette difficulté provient non seulement des méthodes de mesure (comparateur, cathétomètre) mais aussi de l'homogénéité des éléments. Par exemple, si on utilise des boules pour les masses attractives, comment peut-on être sûr que le centre de masse est bien confondu avec le centre géométrique ? Cette difficulté a poussé certains expérimentateurs à utiliser des cylindres plutôt que des boules, au prix de calculs plus complexes. Par exemple, dans la dernière expérience du BIPM, quatre cylindres de cuivre au béryllium (pour faciliter l'usinage) sont utilisés pour les masses attractives, et quatre autres cylindres plus petits, pour les masses suspendues. Une étude particulière a été faite pour tester l'homogénéité des matériaux de fabrication. Curieusement, la mesure des masses pose moins de problème, bien qu'il faille se référer à un étalon dont on sait qu'il montre des dérives par rapport aux étalons secondaires. Mais, par définition, l'étalon déposé au BIPM de Sèvres pèse toujours un kilogramme exactement[9].

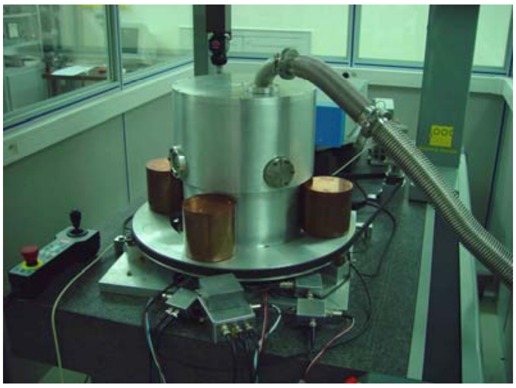

Photo BIPM

La balance du BIPM en fonctionnement.

La seconde difficulté, pour les balances de torsion, provient du fil de suspension de la barre. Cavendish utilisait un fil d'argent de 50 µm de diamètre. Ce fil pouvait avoir une certaine rémanence en gardant la mémoire d'une torsion antérieure. C'est pourquoi Boys utilisa un fil de quartz moins sensible à cet effet. Le diamètre était de 2 µm seulement, pour améliorer la sensibilité comme nous l'avons vu plus haut.

Le fléau suspendu (plateau) avec ses petits cylindres, et un des cylindres attracteurs de la balance du BIPM.

Une amélioration a consisté à utiliser, non plus un fil, mais un ruban étroit, par exemple en tungstène. La flexion d'un ruban métallique est quasi sans frottement. La perte d'énergie par friction dans le métal est très faible, mais sujette à un comportement complexe, dépendant par exemple de la fréquence. Cette propriété s'appelle l'anélasticité. Un facteur de qualité Q la caractérise. Ceci a été étudié par Quinn qui a montré également que la constante de torsion est quasiment indépendante de la tension du ruban de suspension, même sous une tension proche de la rupture. Il n'en reste pas moins qu'une source possible de biais provient de ce

[9] Une future définition du kilogramme par l'expérience de la balance du Watt remplacera le kilogramme étalon.

problème d'anélasticité. Certaines expériences récentes éliminent le problème en détordant le fil (ou le ruban) de suspension, pour éviter, ou limiter l'anélasticité. Une mesure obtenue ainsi par Gundlach et Merkowitz en 2000 conduit à une valeur très précise de G :

$$G = 6{,}674215 \pm 0{,}000092 \ \times 10^{-11}\, m^3.kg^{-1}.s^{-2}$$

Une autre voie pour éliminer les problèmes liés à la suspension de la barre est d'utiliser des mécanismes autres qu'un fil ou un ruban : suspension magnétique ou axe à mercure. Va-t-on voir les désaccords entre les différents laboratoires se résoudre ? Les désaccords proviennent-ils de paramètres non pris en compte ? C'est ce que nous allons voir.

Les problèmes fondamentaux

Les efforts pour rechercher des paramètres supplémentaires intervenant dans la loi de Newton sont motivés par les désaccords entre les mesures des différentes équipes et par les prédictions de théories alternatives de la gravitation.

Cavendish a longuement discuté de l'existence d'un effet de température pour conclure que les gradients de température provoquaient des turbulences qui faussaient la mesure. Les mesures récentes sont souvent effectuées dans une enceinte sous vide. L'effet parasite doit donc disparaître. Cependant il y a eu un regain d'intérêt pour la recherche d'une dépendance de G du temps car certaines théories (théorie de jauge) prédisaient un tel effet. À ce jour, les expériences faites n'ont pas confirmé un tel effet.
De même, aucune dépendance de G avec la nature de la matière constituant les masses attractives n'a été trouvée (Pontikis), pas plus qu'un couplage entre gravitation et électromagnétisme que laisse espérer la théorie des cordes.

Après la publication par Dirac de l'hypothèse des grands nombres qui prévoyait une variation temporelle de G, idée renforcée par des théories cherchant à étendre la Relativité Générale (théorie de Weyl-Dirac et théorie de Brans-Dicke), de nombreuses tentatives donnèrent une limite à cette variation de l'ordre de :

$$\frac{1}{G}\frac{dG}{dt} = \frac{\dot{G}}{G} \leq 10^{-18}\, s^{-1}$$

Ce résultat laisse peu d'espoir de découvrir le phénomène par les mesures directes de G en laboratoire.
De même, une modification de G en fonction de la distance de séparation des masses attractives a été recherchée. Cette dépendance est quantifiée par le paramètre δ quand la loi de Newton est écrite :

$$F = G\frac{M \cdot m}{r^{2+\delta}}$$

Des tests ont été faits entre 0,050 millimètre et plusieurs dizaines de mètres, sans qu'aucune dérive significative n'apparaisse. Il faut dire cependant, que, compte tenu de la difficulté expérimentale, les barres d'erreurs sont grandes, ce qui rend très difficile la détection significative d'un effet, d'autant que des effets parasites apparaissent à faible distance (effet Casimir) et que, à grande distance, il faut utiliser des masses énormes (souvent des réservoirs d'huile ou d'eau, comme par exemple des barrages remplis à différents niveaux pour lesquels le calcul des masses mises en jeu est très délicat).

L'effet d'écran est un autre effet qui a été recherché. Peut-on "absorber" une partie de l'attraction gravitationnelle comme on absorbe un rayonnement ? Le physicien Majorana a introduit un facteur λ pour quantifier cet effet dans l'équation de Newton écrite sous la forme :

$$F = G\frac{M \cdot m}{r^2}\exp(-\int \lambda \cdot \rho \cdot dx)$$

Où ρ est la densité du corps absorbant et x son épaisseur. L'effet initialement trouvé par Majorana n'a pas été confirmé.

Conclusion

Il faut bien admettre que depuis Newton et Cavendish, les progrès ont été modestes malgré des efforts gigantesques d'ingéniosité et de précision. Cette mesure en laboratoire risque fort de passionner les physiciens pendant longtemps encore. Il faudrait sans doute améliorer la précision des mesures d'au moins deux ordres de grandeurs pour espérer comprendre l'origine des désaccords entre les résultats actuels. D'un autre côté, des indices tendent à montrer que la gravitation en champ très faible n'obéit pas à la loi de Newton. Il s'agit par exemple de ce qu'on appelle l'anomalie des sondes Pioneer ou même la courbe de rotation plate des galaxies.
On peut espérer que les techniques spatiales pourront apporter des solutions nouvelles car, pour l'instant, la meilleure technique est encore celle inventée par Cavendish en 1798 !

Références

G.T. Gillies, "The Newtonian gravitational constant : recent measurements and related studies", Reg. Prog. Phys, **60** (1997), p151-225.

■