

## Détermination rapide de quelques éléments de l'orbite de Mars connaissant trois longitudes et la période (méthode de l'excentrique)

Blaise SIMON

*L'auteur montre que le modèle de l'excentrique permet de retrouver des éléments de l'orbite de Mars avec une bonne précision.*

Connaissant trois longitudes héliocentriques de Mars, les dates correspondantes et sa période de révolution, nous allons déterminer la longitude du périhélie, l'excentricité de l'orbite, la date de passage au périhélie. La méthode présentée ici est une méthode expéditive, qui ne donne que des résultats approchés, mais qui a l'avantage de la facilité de mise en oeuvre.

### Principe de la méthode

Nous appliquons le « modèle de l'excentrique », modèle ancien, inexact, abandonné par conséquent depuis longtemps, mais dont nous allons montrer qu'il donne, on première approximation, des résultats très satisfaisants.

Nous nous plaçons dans le cadre du système héliocentrique de Copernic. L'orbite d'une planète est un cercle de centre O, de rayon R, le Soleil S étant excentré. Le point P est le périhélie.

La planète M parcourt le cercle à vitesse angulaire  $\omega$  constante autour du point O, l'angle POM =  $\alpha$  étant proportionnel à l'intervalle de temps  $(t - t_p)$  écoulé depuis le passage au périhélie  $\alpha = \omega (t - t_p)$  avec  $\omega$  en degrés par jour et  $(t - t_p)$  en jours.

Entre deux positions A et B de la planète, l'intervalle angulaire est  $\Delta\alpha = \omega (t_B - t_A)$ . La quantité OS / R est l'excentricité. La direction origine des longitudes étant  $S\gamma$ , la longitude de la planète est l'angle  $\gamma SM$ .

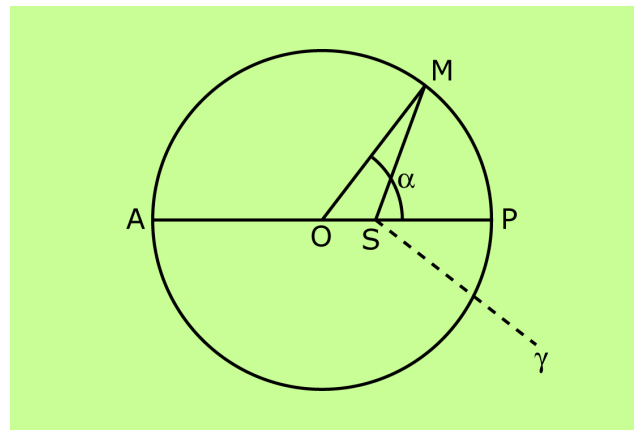


Fig.1.

Connaissant trois oppositions de la planète, donc trois longitudes héliocentriques, et la période de sa révolution sidérale, il s'agit de déterminer la longitude H du périhélie et l'excentricité de l'orbite.

### Application à la planète Mars

La période étant de 686,97 jours, la vitesse angulaire de la planète autour de O est  $\omega = 360 / 686,97 = 0,524$  degré par jour. On néglige l'inclinaison de l'orbite. Les longitudes sont rapportées à l'équinoxe 2000, et les dates sont en temps universel.

On a trois longitudes héliocentriques de Mars lors des oppositions suivantes :

le 7 novembre 2005 à 8 h :  $L_A = 44,93^\circ$

le 17 mars 1997 à 8 h :  $L_B = 176,81^\circ$

le 13 juin 2001 à 18 h :  $L_C = 262,75^\circ$ .

La planète est en B le 17,33 mars 1997, mais elle est à la même position cinq années martiennes plus tard, c'est-à-dire le 12,18 août 2006. Elle est en C le

13,75 juin 2001 et encore au même endroit, trois années martiennes plus tard, c'est-à-dire le 3,66 février 2007. Ce sont ces dates qui figurent en troisième ligne du tableau ci-dessous : de cette manière nous avons trois longitudes de Mars pendant une seule révolution. Entre les positions A et B, puis entre B et C, il y a respectivement 277,85 jours et 175,48 jours :

les angles  $\omega(t_B - t_A)$  et  $\omega(t_C - t_B)$  sont donc  $145,59^\circ$  et  $91,95^\circ$  ; ce sont les intervalles angulaires de Mars sur son orbite vus du centre O de celle-ci.

A	B	C
$L_A = 44,93^\circ$	$L_B = 176,81^\circ$	$L_C = 262,75^\circ$
7 novembre 2005	17 mars 1997	13 juin 2001
7 novembre 2005	12 août 2006	3 février 2007
$\Delta t_1 = 277,85$ jours		$\Delta t_2 = 175,48$ jours
$\omega \Delta t_1 = 145,59^\circ$		$\omega \Delta t_2 = 91,95^\circ$

Traçons un cercle de centre O et de rayon R (figure 2) et plaçons sur ce cercle trois points A, B, C tels que l'angle  $AOB = \omega(t_B - t_A)$  soit  $145,6^\circ$  et l'angle  $BOC = \omega(t_C - t_B)$  soit  $91,9^\circ$ .

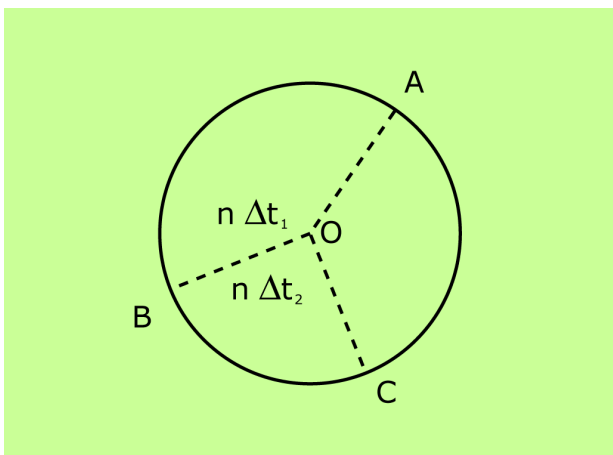


Fig.2.

Il s'agit maintenant de placer sur ce dessin la position S du Soleil telle que les angles ASB et BSC soient égaux aux différences de longitudes de Mars :  $ASB = L_B - L_A = 131,88^\circ$  et  $BSC = L_C - L_B = 85,94^\circ$ .

Pour cela nous appliquons une méthode graphique, la « méthode des arcs capables », appliquée couramment par les navigateurs qui, au voisinage d'une côte, trouvent leur position en mesurant les distances angulaires de points figurant sur la carte. Sur une feuille de papier calque (figure 3), à partir d'un point S (le Soleil) on trace une ligne  $S\gamma$  origine des longitudes, et trois lignes  $SL_A$ ,  $SL_B$ ,  $SL_C$ , correspondant aux longitudes de A, de B, de C. Les

figures 2 et 3 doivent être de grande taille (nous avons pris un cercle de 14,1 cm de rayon) et tracées avec le maximum de précision et de finesse. Avec un rapporteur de grande taille, la précision sur les angles peut atteindre  $0,2^\circ$ .

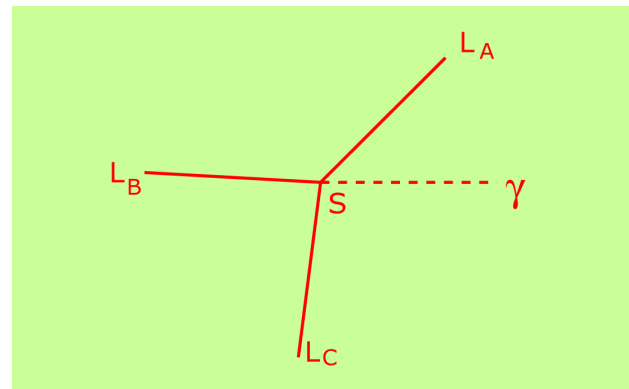


Fig.3.

On porte alors le calque sur le premier dessin et on le place de manière que les lignes  $SL_A$ ,  $SL_B$ ,  $SL_C$ , passent par les points A, B, C.

La figure 4 ci-dessous montre la solution obtenue. La ligne OS est la ligne des apsides, ses intersections avec le cercle sont le périhélie P (le plus proche de S) et l'aphélie. La longitude du périhélie se mesure sur la figure :  $\Pi = 334,25^\circ$ .

On a alors l'excentricité  $e = OS/R = 0,184$  (environ deux fois plus grande que l'excentricité de l'orbite képlérienne de Mars, ce que nous expliquerons plus loin).

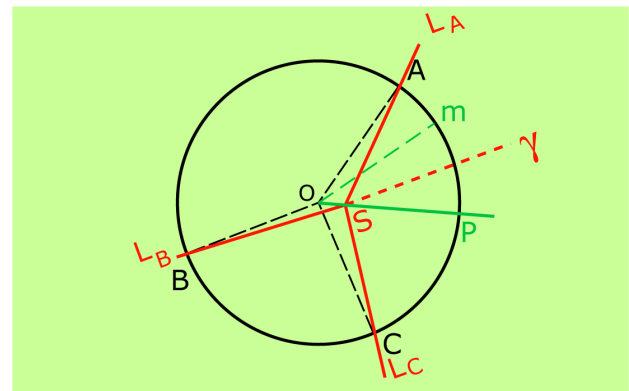


Fig.4.

Sur ce dessin on mesure l'angle  $POA = 60,5^\circ$  ; le temps mis pour aller de P en A est donc de :  $60,5 / 0,524 = 115,45$  jours.

Comme Mars était en A le 7,33 novembre 2005, nous déduisons que le passage au périhélie (115,45 jours plus tôt) doit s'être produit le 14,88 juillet 2005, (modulo 686,97 jours).

Selon la qualité de son dessin, le lecteur obtiendra des valeurs un peu différentes.

## Test

Pour tester pratiquement la validité de nos résultats, nous calculons grâce à ce modèle la longitude de Mars qu'il prédit à une date éloignée.

Les astronomes prévoient une opposition de Mars le 13 octobre 2020 à 23 h, date à laquelle la longitude du Soleil étant de  $200^{\circ} 47'$ , la longitude de Mars en opposition sera de  $20^{\circ} 47'$ . Entre le passage au périhélie du 14,88 juillet 2005 et la date en question il y a 5 570,08 jours ; l'angle  $\omega$  ( $t_M - t_P$ ) correspondant est donc de  $2\ 918,72^{\circ}$ . Mars est donc en m, l'angle POM étant de  $38,72^{\circ}$ . La longitude de Mars, l'angle  $\gamma Sm$ , est alors mesurée au rapporteur :

$L = 20,75^{\circ} = 20^{\circ} 45'$ . Accord satisfaisant.

Le modèle de l'excentrique n'est donc pas si méprisable.

## Discussion

On sait que le modèle de l'excentrique est tout à fait insuffisant pour décrire les mouvements des planètes, dès qu'on cherche un peu de précision. Un modèle bien meilleur, peu éloigné du modèle képlérien, est le suivant (modèle de l'équant).

La trajectoire d'une planète est un cercle de centre O, le Soleil étant excentré en S.

Mais dans ce modèle, la planète parcourt ce cercle à vitesse angulaire constante, non pas autour du point O, mais autour du point O' symétrique de S par rapport à O.

L'excentricité de l'orbite est le rapport OS / R qui, si l'excentricité est faible, est la moitié de l'excentricité O'S / R donnée par le modèle de l'excentrique.

Dans ce modèle, il n'y a pas de construction géométrique directe pour obtenir les éléments de l'orbite. Le problème ne peut se résoudre que par approximations successives.

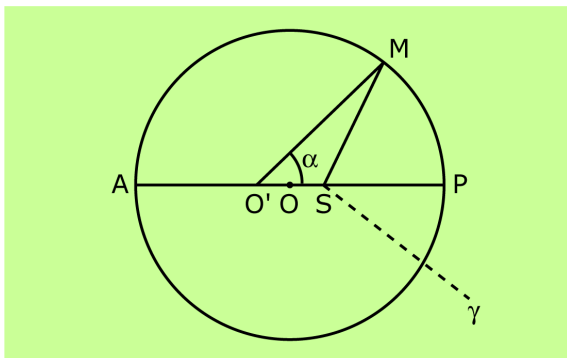


Fig.5.

Connaissant les éléments coperniciens, nous en déduisons donc les éléments képlériens :

$$e = 0,184 / 2 = 0,092$$

$$\Pi = 334,25^{\circ}$$

Passage au périhélie le 14,88 juillet 2005.

Les incertitudes résultant du manque d'exactitude du dessin sont d'environ de  $\pm 0,002$  sur l'excentricité; de  $\pm 1^{\circ}$  sur H ; de  $\pm 2$  jours sur la date de passage au périhélie.

Les valeurs officielles des éléments de l'orbite képlérienne sont les suivantes

$$e = 0,0934$$

$$\Pi = 336,06^{\circ}$$

Passage au périhélie le 17,52 juillet 2005

## Conclusion

Nos éléments sont donc d'assez bonne qualité, et très suffisants en tout cas pour commencer une détermination rigoureuse d'orbite en appliquant les formules du mouvement képlérien. La méthode de l'excentrique, d'application si facile, est donc très utile en première approximation. On pourrait bien entendu trouver la position du point S par une méthode analytique rigoureuse, mais la précision ainsi obtenue ne serait qu'illusoire, étant donné que le modèle de l'excentrique n'est, par nature, valable qu'en première approximation.

C'est en appliquant ce modèle que Hipparque et Ptolémée déterminaient les éléments de l'orbite du Soleil dans le système géocentrique.

Ils considéraient comme positions A, B, C du Soleil celles qu'il occupe à l'équinoxe de printemps, au solstice d'été, à l'équinoxe d'automne (dont les longitudes sont par définition  $0^{\circ}$ ,  $90^{\circ}$ ,  $180^{\circ}$ ), et dont les dates étaient connues avec la précision de l'époque. Bien entendu la résolution du problème ne pouvait se faire par le procédé pratique décrit ici. Il fallait donc faire un peu de géométrie.

Actuellement on trouve ces dates, à la minute près, sur le calendrier de la Poste (l'almanach du facteur) et, sachant que la période sidérale de révolution de la terre est de 365,256 jours, on obtient les éléments de l'orbite terrestre avec une précision surprenante.

