

AVEC NOS ÉLÈVES

Quelques calculs autour de Saturne

Pierre Causeret

L'opposition de Saturne peut être l'occasion de faire faire quelques calculs à nos élèves. Voici quelques idées.

1. À partir de la photo ci-dessous prise par le télescope Hubble et qui ressemble à ce que l'on peut observer actuellement, sauriez-vous calculer :

- L'aplatissement de la planète ?
- L'inclinaison des anneaux par rapport à la ligne de visée?



2. Le diamètre réel de Saturne a été calculé à partir de la distance de la planète et de son diamètre apparent. Pour la distance, Copernic avait fait le plan du système solaire (à partir des mouvements apparents des planètes) et les mesures de parallaxe de Mars puis du Soleil ont permis d'avoir l'échelle de ce plan. Pour le diamètre apparent, une simple observation à la lunette ou au télescope suffit.

À partir de ces données, sauriez-vous calculer le diamètre réel de Saturne ?

Diamètre apparent de Saturne début avril : $19''$

Distance : 1 290 000 000 km.

3. Calculez la masse volumique de Saturne.

On donne :

Rayon équatorial : 60 330 km

Rayon polaire : 54 000 km

Masse : $5,7 \cdot 10^{26}$ kg

(on peut aussi effectuer le calcul à partir du rayon moyen de 58 140 km en assimilant Saturne à une sphère)

4. L'épaisseur des anneaux de Saturne est inférieure à 100 m. Le diamètre extérieur de l'anneau A (limite de la partie visible dans un petit instrument) est de 137 000 km. On veut réaliser une maquette de ces anneaux en découpant un disque de 13,7 cm de rayon dans une feuille de papier de 0,1 mm

d'épaisseur. À cette échelle, la feuille de papier est-elle trop épaisse ou pas assez ? Et de quel facteur ?

5. Saturne est presque 10 fois plus grosse que la Terre (en diamètre). Combien pourrait-on mettre de Terres dans Saturne ?

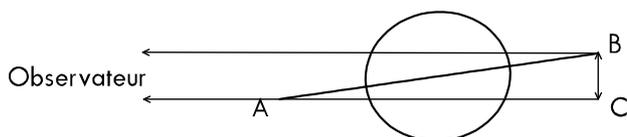
6. Saturne effectue une rotation sur elle-même en 10 h 47 min et 6 s et une révolution autour du Soleil en 29 ans et 165 jours 10 757,7 jours).

Combien y a-t-il de jours saturniens dans une année saturnienne ?

Solutions

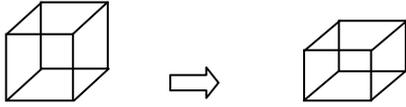
1. a. Sur la photo, on mesure le diamètre équatorial (30 mm) puis le diamètre polaire (27 mm). L'aplatissement est de 3 mm pour 30 mm soit 10%.

b. On mesure sur la photo la largeur des anneaux (68 mm) et leur hauteur (10 mm). Le sinus de l'angle cherché vaut BC/AB soit $10/68$, ce qui donne pour l'angle, 8 à 9° . L'inclinaison des anneaux sera en avril de $8,7^\circ$.



2. $\tan 19'' = \text{diamètre} / 1\,290\,000\,000$. On trouve ainsi un diamètre de 119 000 km.

3. On obtient le volume d'un ellipsoïde de révolution de rayon équatorial a et de rayon polaire b avec la formule $\frac{4}{3} \times \pi \times a^2 \times b$. Cette formule se démontre assez facilement à partir de la formule du volume de la sphère $\frac{4}{3} \times \pi \times r^3$. En effet, pour obtenir notre ellipsoïde, il suffit d'aplatir une sphère avec un coefficient d'aplatissement de b/a (les mathématiciens préfèrent parler d'affinité orthogonale). Dans cette opération, chaque cube de 1 km d'arête (avec une face parallèle à l'équateur) devient un pavé dont la base est un carré de côté 1 et dont la hauteur est b/a .



Le volume de la sphère est donc multiplié par b/a et $4/3 \times \pi \times a^3$ devient $4/3 \times \pi \times a^2 \times b$. Revenons maintenant à notre problème

$$\text{Volume} = 4/3 \times \pi \times 60\,330^2 \times 54\,000$$

$$\approx 8,23 \cdot 10^{14} \text{ km}^3 \text{ ou } 8,23 \cdot 10^{29} \text{ cm}^3$$

$$\text{Masse volumique} : 5,7 \cdot 10^{29} \text{ g} / 8,23 \cdot 10^{29} \text{ cm}^3 \approx 0,69$$

4. 13,7 cm pour 137 000 km, l'échelle est 10^{-9} . À cette échelle, 100 m deviennent 0,1 μm . La feuille de papier (100 μm) est encore 1 000 fois trop épaisse !

5. Dans un agrandissement à l'échelle 10, les volumes sont multipliés par 1 000. Saturne contient donc près de 1 000 terres (en réalité un peu moins de 800).

6. Près de 24 000 jours (23 939) ! ■