

Les planètes médicéennes de Jupiter : de la "découverte" aux calculs astronomiques de Galilée.

Alain Brémond

Société Astronomique de Lyon. Observatoire de Saint Genis Laval.

Alain Brémond nous propose ici une étude approfondie de travaux peu connus de Galilée. Il est allé chercher aux sources, dans les carnets originaux de ce grand physicien et nous explique par le détail ses essais de production de tables de position des satellites galiléens ou "planètes médicéennes".

L'une des découvertes astronomiques les plus emblématiques de l'œuvre de Galilée est certainement celle des satellites de Jupiter. Beaucoup la connaissent par sa publication dans son ouvrage, le *Sidereus Nuncius*, traduit par *Le Messager des étoiles*. Or, il ne s'agit là que d'une étape préliminaire des travaux de Galilée sur ce sujet, et le reste est peu connu, alors qu'il s'agit du véritable travail d'astronome de Galilée. Il est vrai que ces travaux n'ont pas été publiés de façon aussi claire et brillante que ses autres travaux scientifiques : il faut en chercher les résultats dans des écrits consacrés à d'autres sujets et surtout dans ses carnets.

Les sources

Les observations des satellites de Jupiter réalisées de 1610 à 1619 sont consignées dans deux carnets. Ils sont disponibles dans les œuvres complètes publiées en italien et en latin en deux éditions successives (références en fin d'article).

Le **premier carnet** contient les observations commencées le 7 janvier 1610. D'abord rédigées en italien, elles sont écrites en latin quand il décide de les utiliser en vue d'une publication afin de s'assurer la priorité de ses découvertes.

Galilée mène en parallèle ses observations stellaires et ses observations sur les satellites de Jupiter jusqu'au 24 janvier 1610. Depuis la seconde observation du 23 janvier 1610 et jusqu'à la première du 24, il trace un quadrillage sur le papier, ce qui semble démontrer le projet de dessiner une carte céleste, projet dont on n'a pas trouvé de suite. Un schéma du Grand Chien est dessiné dans ce format. Dans ce carnet, on trouve les observations des planètes médicéennes jusqu'au 26 avril 1610. Elles sont accompagnées d'illustrations, exception faite des derniers jours : 24, 25 et 26 où il ne donne que leur description.

Le **second carnet**, de forme oblongue, contient en outre quelques observations de Benedetto Castelli, son élève et ami. Les observations de ce carnet vont jusqu'au 29 mai 1613. Il y a quelques lacunes car Galilée dit avoir fait 300 observations alors qu'on n'en retrouve que 176. On peut en conclure, soit qu'il a exagéré, soit que certaines observations ont été perdues, soit enfin qu'il n'a pas tout noté. Ce carnet contient les mesures et les premières tables des mouvements des satellites.

D'autres documents épars ont été rassemblés et classés par Favaro.

La **troisième lettre solaire** se termine par un post-scriptum dans lequel Galilée présente une série d'observations soigneusement dessinées, allant du premier mars au 8 mai 1613.

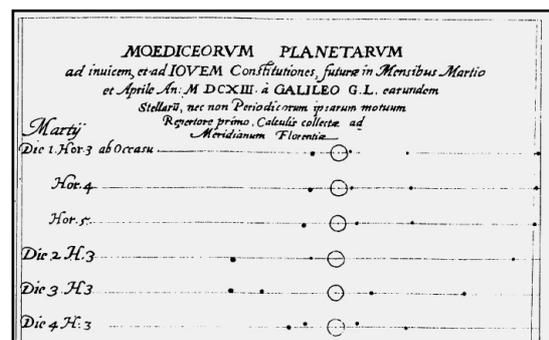


Fig.1. Jupiter et ses satellites dessinés par Galilée

Elles sont accompagnées d'un texte dans lequel Galilée aborde la difficulté de distinguer les satellites lorsqu'ils sont proches l'un de l'autre et surtout de Jupiter très brillant. Il aborde aussi la question des éclipses par l'ombre de Jupiter qui varient en durée, variation que Galilée attribue aux mouvements annuels de la Terre et à celui de Jupiter. Enfin il liste une série de difficultés rencontrées dans ce type de travail, qu'il s'agisse

des observations aussi bien que des calculs sujets à des erreurs.

Les observations publiées dans le *Sidereus Nuncius* s'étalent entre le 7 janvier et le 2 mars. En réalité Galilée avait observé Jupiter auparavant mais n'avait rien décelé : "Donc, le 7 janvier de cette année 1610, à une heure de la nuit, alors que j'observais les étoiles à la lunette, Jupiter se présenta, et comme je disposais d'un instrument tout à fait excellent, je reconnus que trois petites étoiles, il est vrai toutes petites mais très brillantes étaient près de lui (ce que je n'avais pas observé auparavant en raison de la faiblesse de la lunette)". Pour chaque observation Galilée précise la date et l'heure en heures italiques, notées *ab occasu*, et dessine la position des satellites par rapport à Jupiter en marquant par des tailles variables leur magnitude apparente. Les heures italiques commencent une demi-heure après le coucher du Soleil. Galilée les transforme en heures comptées à partir du passage du Soleil au méridien, notées *a meridie*, en utilisant des tables qui sont largement disponibles de son temps.

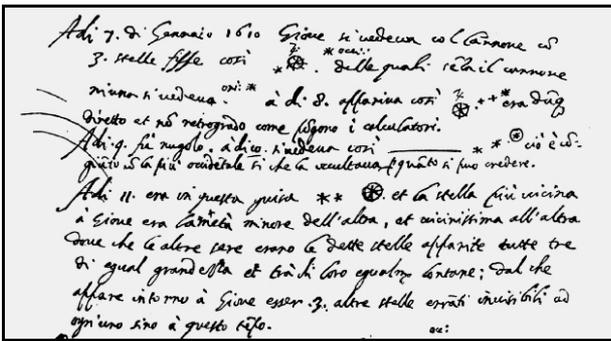


Fig.2. Premières observations du 7 au 11 janvier 1610. On peut lire "Donc le 7 janvier de 1610, Jupiter se présentait à la lunette ainsi : * * O *..."

À partir du 11 janvier il donne la distance angulaire de chacun des satellites en rayons de Jupiter grâce au dispositif qu'il décrit dans la première partie du *Sidereus Nuncius*, c'est à dire en observant avec un œil Jupiter dans sa lunette et avec l'autre une grille de référence (voir référence 1 page 27-29).

Dès le mois de mars, chaque satellite est en outre repéré par un numéro : 1 pour le plus proche et 4 pour le plus éloigné. Rien n'indique comment Galilée a pu les différencier. Or il s'agit là d'un travail très difficile. Il n'a pu le faire que grâce à des observations répétées, minutées et soigneusement notées. Il est probable qu'il l'a fait en repérant d'abord le plus éloigné et le plus proche, les plus faciles. Il faut noter que toute interruption prolongée des observations obligeait à tout recommencer. C'est pour cela que Galilée s'attelle à la tâche de réaliser des tables qui permettraient de prédire la position de

chaque satellite. La première table sera calculée en 1611.

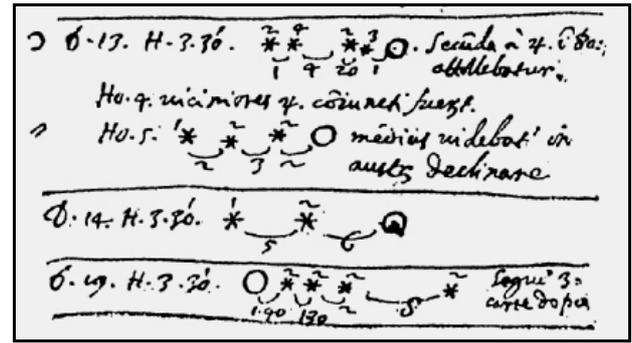


Fig.3. Observations des 13, 14 et 19 décembre 1610. Galilée note la distance des satellites et les identifie par un numéro. Sur la première ligne, on lit par exemple que le satellite n°3 (Ganyède) est à 1 rayon de Jupiter.

Le calcul des orbites et des périodes des planètes médicéennes

Ayant trouvé le moyen de repérer chaque satellite, Galilée peut, par des observations minutieuses et soigneusement notées, calculer le rayon de chaque orbite en fonction du rayon de Jupiter et déterminer leur période en comptant le temps nécessaire pour un retour à une même position. Ce sont ces données qui lui permettront de construire le premier Jovilabe (figure 5). Dans ce premier modèle, les distances, mesurées en rayon de Jupiter, sont représentées par $3 \frac{1}{2}$, $5 \frac{2}{3}$, $8 \frac{5}{6}$ et $15 \frac{1}{3}$ ¹. Dans un second Jovilabe, qu'il commence à utiliser pour ses calculs de 1611, on trouve les valeurs de $3 \frac{5}{6}$, $6 \frac{1}{5}$, $8 \frac{2}{5}$ et 15 et dans le quadrant d'un autre : 4, 7, 10 et 13 et dans un autre encore $4 \frac{3}{4}$, $7 \frac{1}{3}$, $10 \frac{1}{8}$ et 18. Au printemps 1612 enfin, il donne de nouvelles valeurs : $4 \frac{2}{3}$, $8 \frac{2}{3}$, 14 et 24. Il se sert longtemps de ces dernières valeurs. Mais le 2 août 1627 il communiquera de nouvelles valeurs à Benedetto Castelli : $5 \frac{11}{16}$, $8 \frac{5}{8}$, 14 et 25 (les valeurs réelles 5,9 ; 9,4 ; 15 et 26,4 sont légèrement supérieures).

Un repère, la Grande conjonction du 15 mars 1611

Pour prédire les positions futures ou anciennes des satellites, il est nécessaire de partir d'une date à laquelle les positions des satellites sont précises, ce qui constitue alors une référence. Cette

¹ On n'employait pas encore les décimales à l'époque de Galilée.

situation s'offre à Galilée le 15 mars 1611 entre quatre et neuf heures de la nuit, moment où il voit Jupiter apparemment dépourvu de satellites. À partir de cette observation, il en conclut que tous les satellites devaient se trouver soit devant, soit derrière Jupiter, en conjonction apparente, et il prend cette date comme référence pour le calcul des mouvements.

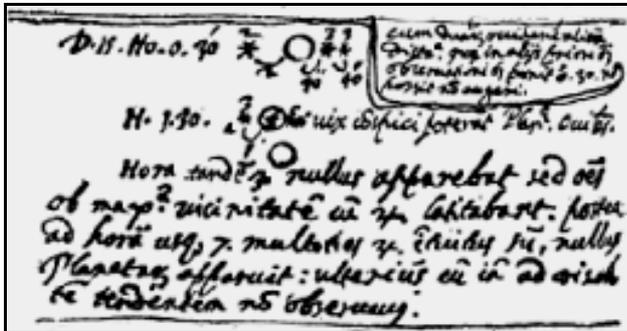


Fig. 4. Description par Galilée de l'observation unique du 15 mars 1611 (image extraite du carnet). Cette nuit, à un moment où à un autre, les quatre satellites sont passés devant ou derrière Jupiter.

Le 15 mars 1611 5h de la nuit "²" est au périégée²
 4h "... est à l'apogée
 6h "... est à l'apogée
 9h "...." est à l'apogée

Galilée désignera cette observation comme la Grande conjonction du 15 mars 1611. Les positions de ces satellites seront ce jour-là de 0° pour les trois les plus éloignés et de 180° pour le premier. "Pour le premier satellite, le point de départ était éloigné de 180° de l'apogée ; dans cette circonstance, on doit en tenir compte pour l'interprétation des calculs relatifs à ce satellite". Galilée décide de ne faire aucune différence dans le calcul des quatre satellites, puisqu'à cette date, l'angle Jupiter-Terre-satellite était pour chacun de 0°. Mais comme on le voit dans ses Jovilabes, Galilée tenait compte dans ses calculs de ce décalage de 180° pour le premier satellite.

Les Jovilabes

Contrairement à ce qui est présenté parfois, ce n'est pas au début un instrument mais un simple graphique. Il permet, à partir des positions observées de chaque satellite de prédire sa position orbitale autour de Jupiter. Il existe une ambiguïté car une position sur le plan de visée peut correspondre à deux positions orbitales. Le doute est levé si l'on connaît la direction du mouvement du satellite selon qu'il s'éloigne ou se rapproche de Jupiter.

² Galilée parle d'apogée et de périégée pour les satellites pour dire s'ils sont derrière ou devant Jupiter vus depuis la Terre. Il désigne parfois les satellites par un nombre de points de 1 à 4.

Pour le construire, Galilée a dû d'abord déterminer le rayon des orbites et la période de chaque satellite. Ces Jovilabes successifs l'aident dans les calculs des tables.

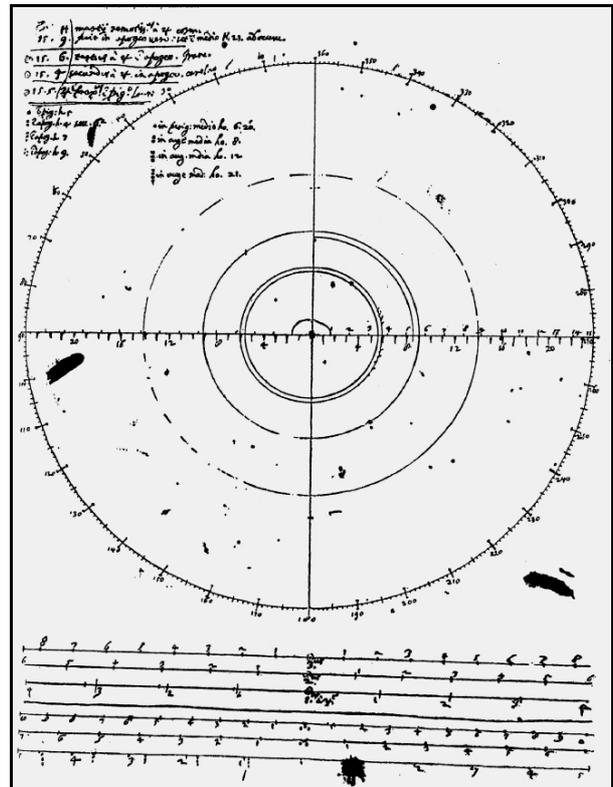


Fig.5. Le premier Jovilabe. Jupiter est au centre, entouré des quatre orbites des satellites. La droite horizontale porte les distances entre les satellites et Jupiter, en fractions du rayon de celui-ci. Le dernier cercle est gradué en degrés. Les lignes du bas donnent les projections des satellites et de Jupiter telles que les voit l'observateur terrestre.

Méthodes de calcul des tables

Il existe plusieurs difficultés pour interpréter les carnets de Galilée. D'abord il n'est jamais très explicite sur ses méthodes de calcul. D'autre part les documents n'étaient pas bien classés et on ne trouve pas toujours une correspondance précise entre les calculs et les tables qui en résultent. Enfin Galilée fait souvent des corrections sans précisément le dire et, souvent aussi, sans préciser à quelle table des mouvements des satellites il se réfère. Néanmoins il est possible de donner un schéma général assez exact de sa façon de procéder, même si certains calculs particuliers sont parfois difficiles à interpréter.

La première chose qu'a faite Galilée, c'est de calculer les vitesses angulaires de rotation de chaque satellite. A partir de ces observations, il donne des tables des mouvements moyens de chaque satellite pour une heure, un jour...

À partir de l'observation de référence du 15 mars 1611, il va pouvoir donner des positions pour n'importe quelle époque. Pour cela il lui suffit de calculer une différence entre les deux époques en heures, multiplier ce temps par la vitesse angulaire de chaque satellite et l'ajouter ou la retrancher à la position initiale. Il doit le faire pour chaque satellite puisque la position de référence correspond à des heures différentes. Il doit tenir compte aussi du fait que pour le premier satellite la référence est le périégée alors que c'est l'apogée pour les trois autres. La différence est de 180°. Ainsi, Galilée peut-il positionner chaque satellite sur son orbite propre sur un Jovilabe. Il peut alors lire directement sa position par rapport à Jupiter.

Galilée dresse alors des tables pour des époques proches, se hasarde même à des prévisions pour des dates plus lointaines et modifie ses Jovilabes.

Voici l'exemple d'un calcul pour le second satellite, aujourd'hui Europe (figure 6) où Galilée écrit :

"Le 22 janvier 1613 à 4 h 30 de la nuit, soit 9 h 30 à partir du passage du Soleil au méridien, le satellite Europe était à l'apogée vrai³, mais il fut à l'apogée moyen le 22 à 6 h 43 a meridie*."

Le renvoi indique :

"*Il était au périégée moyen le 25 avril 1611 à 9 h 40 a meridie. La différence entre ces deux dates est de 637 jours, 21 heures et 3 minutes, soit 15 309 heures. Ce qui correspond à $15\,309/42,666 = 359$ demi-tours (du satellite), soit 64 620 degrés ce qui fait 637 et 7/8 jours environ"

Galilée continue :

"Le 13 février 1611 à 5 heures a meridie, il fut au périégée vrai ; mais il fut au périégée moyen à 7 heures a meridie.

La différence (entre le 22 janvier 1613 et le 13 février 1611 aux heures dites) est de 708 jours 23 heures 43 minutes (Galilée sépare par un point les heures, minutes, secondes aussi bien de temps que d'angles). Soit 17 015 heures 43 minutes. Pour faire un demi-tour, le satellite met 42 heures 2/3 (42,666). Si on divise le nombre d'heures, soit 17 015,43 par 42 2/3, on obtient le nombre de demi-tours réalisés dans ce temps. On trouve 399 qui correspondent à 71 820 degrés. Il a donc fait entre les deux époques à peu près 399 demi-tours (en réalité 398,8). Au total il a parcouru $399 \times 180 = 71\,820^\circ$ entre ces deux dates. Alors cette étoile fait ce nombre de degrés en 709 jours. Alors en un seul jour elle

³ Le périégée vrai (perigeo vero), pour Galilée, est l'alignement Terre, satellite, centre de Jupiter et le périégée moyen (perigeo medio) est l'alignement Soleil, satellite centre de Jupiter

achève $101^\circ 17' 51'' 22'''$ " (sic) que Galilée arrondi dans la première ligne de la table à $101^\circ 18'$. C'est la position du satellite autour de Jupiter sur le Jovilabe à cette date prise, pour le reste de la table, comme point de référence. Il ajoute ensuite $101^\circ 18'$ pour passer au jour suivant. Naturellement quand cette somme dépasse 360° , il soustrait cette valeur à la somme obtenue (comme sur la ligne 4). Au fur et à mesure qu'on s'éloigne des périodes qui sont à la base des calculs, Galilée arrondit les valeurs, sachant bien qu'il persiste des sources d'erreurs et que les valeurs observées vont s'éloigner des valeurs prédites par la table :

En 10 jours $292^\circ 56' 33'' 40'''$ arrondi à 293°
 En 100 jours $49^\circ 25' 36'' 40'''$ arrondi à 50°
 En 500 jours $247^\circ 8' 3'' 20'''$ arrondi à 250°
 En 1000 jours $134^\circ 16' 6'' 40'''$ arrondi à 140°

Galilée dit enfin (texte en bas à droite) : cette table prend pour point de départ (racine) le 1^{er} janvier 1613 à la position $263^\circ 30'$ soit (?) $257^\circ 30'$ ce qui doit en principe correspondre au jour 1 de la table.

1613, Ianuarii d. 22, h. 4.30 ab occasu, quae fuit h. 9.10' a meridie; fuit in auge vera; sed in auge media fuit d. 22, h. 6.43' a meridie ^{ae} .	n. 1	101	18
1611, Februarii d. 13, h. 5 a meridie, fuit in perigeo vero; sed in medio fuit h. 7 a meridie.	2	232	36
Tempus intermedium sunt dies 708, h. 23. 43, qui sunt horae 17015.43. Et quia semicirculatio absolutiva h. 42 2/3, proxima; si numerum horarum 17015.43' per h. 42 2/3 dividerimus, habebimus quot semicirculationes in tali tempore conficiuntur. Sunt autem 399, quae continent gr. 71820. Tot igitur gradus conficit stella diebus proxime 709. Igitur singulis diebus absolvit gr. 101.17' 51". 22". Et in d. 10, gr. 292. 56. 33. 40;	3	303	54
	4	45	12
	5	148	30
	6	247	48
	7	349	6
	8	90	24
	9	191	42
	10	293	0
	20	296	
	30	139	
	40	98	
	50	25	
	60	318	
	70	251	
	80	184	
	90	117	
	100	50	
	200	100	
	300	150	
	400	200	
	500	250	
	600	300	
	700	350	
	800	40	
	900	90	
	1000	140	

Cam hac tabula pone radicem : prima diei Ianuarii 1613 in gr. 263.30, seu 257.30.

^{ae} : fuit in perigeo medio 1611, Aprilis d. 25, h. 9.40 a meridie. Sunt dies intermedii 637, h. 21. 3, horae nempe 15309, quibus conficiuntur semicirculationes 359, quae sunt gr. 64620, qui absolvuntur diebus 637 7/8 proxime.

Fig.6. Calculs effectués par Galilée pour établir une table de prédiction des positions du second satellite. Retranscription du texte manuscrit de Galilée.

Galilée construit ses tables rapidement et les vérifie soit avec des observations antérieures, soit avec des observations postérieures. Il déclare : "plus le temps passait, plus je devais faire des corrections des tables, en particulier pour les satellites les plus éloignés de Jupiter". La quête de la précision est un souci constant de Galilée. Il

multiplie les observations au cours d'une même nuit et améliore la précision de ses mesures des distances : "Je notais simplement ces intervalles en proportion du diamètre du corps de Jupiter, à l'œil et bien que l'erreur ne dépassât pas la minute d'arc, ce n'était pas assez cependant pour la détermination précise de la grandeur de l'orbite de ces étoiles. Mais maintenant que j'ai trouvé le moyen de mesurer sans erreur de plus d'une petite seconde⁴ je vais poursuivre mes observations"⁵. L'instrument auquel Galilée se réfère et qu'il nomme le micro-mètre, il commence à l'utiliser pour la seconde observation du 31 janvier 1612. Le tableau 1 donne les résultats obtenus par Galilée en avril 1611.

Satellite	1	2	3	4
Période	1j 18h 1/2	3j 13h 1/3	7j 4h	16j 18h
Vitesse angulaire	8° 23' / h	4° 12' / h	2° 05' / h	0° 54' / h
Rayon de l'orbite	3,5	5,7	8,8	15,3
a^3/T^2	13,6	14,6	13,2	12,7

Tab.1. Paramètres mesurés en avril 1611. Le rayon de l'orbite est en fraction du rayon de Jupiter, la vitesse en degrés par heure. Le rapport de la troisième loi de Kepler⁶ a été calculé par nous pour illustrer la précision des calculs de Galilée.

Une lettre du 31 janvier 1612 adressée à Julien de Médicis, ambassadeur de Toscane à Prague accompagne un exemplaire du Discours. Ce dernier, en contact avec Kepler, se fait l'intermédiaire entre lui et Galilée qui écrit : "Je pense qu'il [Kepler] appréciera la façon dont j'ai finalement trouvé la période (de révolution) des planètes médicéennes et comment j'ai construit des tables exactes, ce qui permet même de retrouver leurs positions passées et futures avec une précision d'une petite seconde"(sic).

Avec cette nouvelle confiance, Galilée construit une nouvelle table dans laquelle les positions sont en degrés, minutes et secondes arrondies à la demi-minute. A partir du 16 juillet 1616, Galilée utilise une table qu'il nomme "Tabula bona". Il la conserva un certain temps, n'apportant que des corrections mineures pour le premier et le troisième satellite puis d'autres encore pour le 3^e satellite en octobre 1616 jusqu'à la table dite de Bellosguardo⁷ qu'on

⁴ Galilée s'avance beaucoup car la précision des instruments était plutôt de l'ordre de la minute d'arc.

⁵ Discours sur deux systèmes du monde... vol IV p 64.

⁶ Cube du demi-grand axe divisé par le carré de la période.

⁷ Du nom de la ville où résidait Galilée lorsqu'il écrivit une lettre à Benedetto Castelli pour lui indiquer ses dernières valeurs des orbites des satellites (2 août 1627).

trouve souvent citée dans les calculs du début de l'année 1617.

Correction héliocentrique : la prostaphérèse⁸.

Galilée comprend que les imprécisions de ses prévisions viennent de son point de vue terrestre. Pour une même position du satellite sur son orbite autour de Jupiter, sa position apparente vue de la Terre dépend des positions respectives de la Terre et de Jupiter (figure 7). Convaincu de la véracité du modèle héliocentrique de Copernic, il estime qu'il faudrait se placer sur le Soleil pour corriger cette erreur et donc calculer des positions héliocentriques.

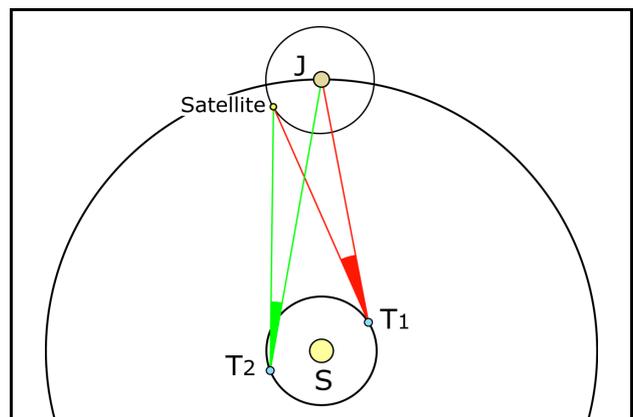


Fig.7. Pour une même position du satellite sur son orbite, l'angle mesuré depuis la Terre varie suivant la position respective de la Terre et de Jupiter. T1 et T2 sont les positions de la Terre à deux dates, pour une même position de Jupiter et du satellite.

Il lui faut donc transformer les positions géocentriques observées en positions héliocentriques calculées. Il introduit ce qu'il appelle la prostaphérèse. C'est à la fin de 1611 qu'il entreprend de nouveaux calculs. Mais comment tenir compte de cette élongation ?

Comme celle-ci varie sans arrêt, Galilée comprend qu'il devrait se lancer dans des calculs longs et fastidieux. Mais il est pressé et qui plus est, seul pour tout faire. Il a alors l'idée d'utiliser une méthode graphique, peut-être moins précise mais plus simple. Il ne va plus calculer mais mesurer des angles sur deux cercles.

Il dessine deux cercles concentriques avec des

⁸ La prostaphérèse est un terme utilisé par Ptolémée dans l'Almageste : c'est la différence entre le mouvement vrai et le mouvement moyen d'une planète ou son lieu vrai et son lieu moyen. Pour Galilée c'est l'angle séparant la Terre du Soleil vus depuis Jupiter Il appelle élongation l'angle Soleil-Terre-Jupiter et commutation l'angle Terre-Soleil-Jupiter.

rayons dans un rapport d'un peu plus de 5, ce qui correspondait aux connaissances de 1611 pour les distances moyennes de la Terre et de Jupiter au Soleil (figure 8). Il divise le petit cercle, représentant l'orbite de la Terre, en arcs de 10° chacun. J est la position de Jupiter sur le grand cercle et A le point opposé. À partir du point 0° , il trace le diamètre [JA] qui passe par le centre du Soleil, et, à partir du point A, il dessine sur le grand cercle des divisions en degrés. Du point J il fait partir des droites qui vont couper les divisions du petit cercle.

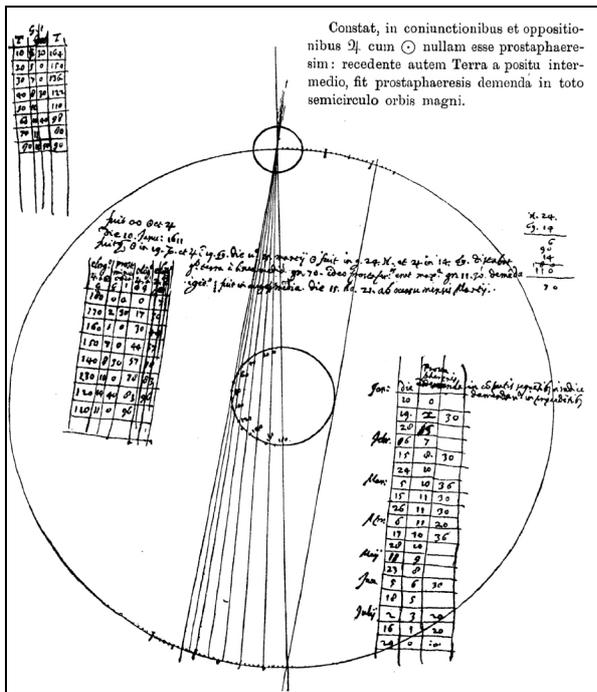


Fig.8. Sur une même page, figure le dessin géométrique de la solution et les tables de calculs⁹.

Il est clair que, lorsque Jupiter vu depuis la Terre se trouve en opposition avec le Soleil (Terre en T_0 sur la figure 9), la prostaphère T_0JS est nulle. Mais la Terre se déplace, l'angle JTS représente pour un instant donné l'élongation géocentrique de Jupiter, JST , l'élongation héliocentrique de la Terre à Jupiter et TJS la prostaphère cherchée. On démontre que cet angle TJS est la moitié de l'angle CSA , angle qui est mesuré pour chaque position de la Terre T sur son orbite (propriété de l'angle inscrit et de l'angle au centre). Il suffit de graduer le grand et le petit cercle pour connaître la prostaphère pour chaque valeur de l'élongation géocentrique de Jupiter connue par les tables de Magini. Les valeurs de celles-ci sont symétriques par rapport à l'axe JA .

Il est facile de mesurer également la position de la Terre pour laquelle la prostaphère est identique : le

⁹ Un appareil en cuivre tiré de cette méthode est exposé au musée de l'histoire de la science à Florence. Il n'est pas de Galilée lui-même.

segment [JC] coupe le petit cercle en deux points correspondant à une même valeur de la prostaphère.

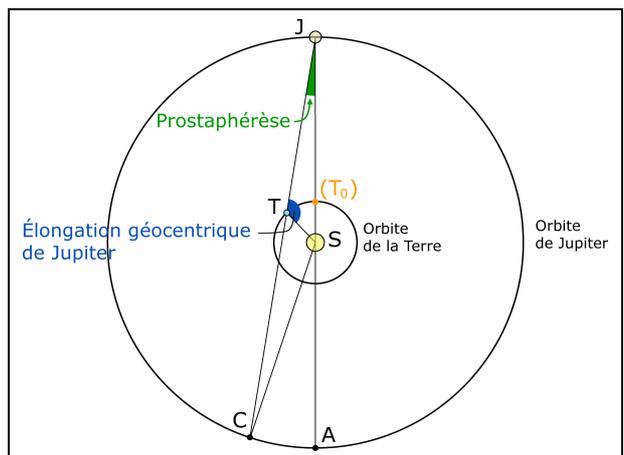


Fig.9. La prostaphère. J représente Jupiter, T, la Terre, S le Soleil et A le point opposé à J par rapport au Soleil.

Avec ce raisonnement et cette figure Galilée forme sa première table de prostaphère, écrite à la main, située en haut et à gauche de la feuille. Elle correspond à des positions de la Terre séparées de 10° , de 0° jusqu'à 180° . Au-delà de 90° , il fait la démarche inverse et mesure, pour la prostaphère donnée par le calcul précédent, la position de la Terre sur son orbite. L'erreur maximale par rapport au calcul est de 13'.

T	°	'	T
0°	0	0	180°
10	2	30	164°
20	4	50	150°
30	7	0	136°
40	8	30	122°
50	10		110°
60	10	40	98°
70	11		90°
80	11	50	80°

Tab.2. Premier calcul de prostaphère en degrés et minutes d'arc.

T représente la position de la Terre en degrés à partir du point T_0 de la fig. 9, dans le sens antihoraire (de 0° à 90°).

Dans une seconde table, Galilée mesure la prostaphère (table 3) pour des valeurs de l'élongation de 180° à 110° puis, comme pour la table 2, donne la valeur de l'élongation pour ces valeurs de la prostaphère.

Élongation Soleil-Jupiter	Prostaphère	Élongation Soleil-Jupiter
180°	$0^\circ 00'$	0°
170°	$3^\circ 30'$	17°
160°	$1^\circ 00'$	30°
150°	$7^\circ 00'$	44°
140°	$8^\circ 30'$	57°
130°	$10^\circ 00'$	78°
120°	$10^\circ 40'$	83°
110°	$11^\circ 00'$	96°

Tab.3 : Données écrites par Galilée au milieu et à gauche de la page de la figure 8.

Sur les lignes inscrites dans le grand cercle et dans l'opération posée à droite (figure 8), Galilée calcule, à partir des longitudes écliptiques du Soleil et de Jupi-ter données par les tables de Magini, un savant de ses amis, l'angle qu'ils font par rapport à la Terre pour plusieurs jours différents. Ces longitudes sont données par rapport aux signes du Zodiaque. Avec la seconde table, et les élongations ainsi calculées, Galilée réalise la table des éphémérides pour la période du 10 janvier au 29 juillet 1611. Le 10 janvier était une date remarquable, celle où Jupiter et le Soleil étaient en opposition (JTS = 180°) et le 29 juillet la date où ils étaient en conjonction (JTS = 0°) (table 4).

Mois	Jour	Prosta-phérèse
Janvier	10	0° 00
	19	2° 30
	28	5° 00
Février	6	7° 00
	15	8° 30
	24	10° 00
Mars	5	10° 36
	15	11° 30
	26	11° 30

Mois	Jour	Prosta-phérèse
Avril	6	11° 20
	17	10° 36
	28	10° 00
Mai	11	9° 00
	23	8° 00
Juin	5	6° 30
	18	5° 00
Juillet	2	3° 20
	16	1° 20
	29	0° 00

Tab.4. Ephémérides tirées des calculs précédents (tableau situé en bas et à droite sur la figure 8).

Avec la prostaphérèse, Galilée a corrigé les mouvements des satellites. Cassini qui l'ignorait écrivit ¹⁰: "Ni Galilée, ni les autres astronomes ne séparent du mouvement propre des satellites les apparences qui leur arrivent par celui de Jupiter autour du Soleil. C'est pourquoi ils ont pris pour mouvement simple et égal un mouvement composé d'un égal et d'un inégal..." Ceci est inexact, mais Cassini n'avait jamais eu connaissance des travaux de Galilée que nous venons de voir, car ils n'avaient jamais été publiés.

Excentricité des orbites

Elle était bien connue depuis Hipparque et Ptolémée. La table pour 1611 est calculée avec une distance moyenne de Jupiter au Soleil constante. Or cette distance varie avec le temps. Pour la période du 6 septembre 1612 au 23 septembre 1613, il utilise la valeur moyenne de 5,47 rayons de l'orbite terrestre¹¹ comme rayon de l'orbite de Jupiter.

Comme Galilée trouvait fastidieux de refaire ces calculs en permanence, il détermine deux tables de

¹⁰ J. des Savants 14 sept 1676 (voir Lalande T III p 138 édition de 1792).

¹¹ C'est l'Unité astronomique (U.A.).

prostaphérèse, une pour les plus grandes distances de Jupiter au Soleil (5,48), l'autre pour les petites distances (4,97). Il peut ainsi calculer toutes les valeurs intermédiaires.

Jour	Élongation de Jupiter	Prosta-phérèse	Élongation de Jupiter	Jour
	0°	0° 00	360°	
6	5°	0° 45	355°	23
12	10°	1° 30	350°	17
19	15°	2° 25	345°	10
25	20°	3° 15	340°	4

Tab.5. Extrait de la table pour septembre 1612.

Avec ces nouvelles données, introduisant la prostaphérèse et une correction de l'excentricité, les prédictions semblent nettement améliorées ; cependant elles ne sont pas encore parfaites.

Essai d'éphémérides pour le premier satellite (Io) utilisant la prostaphérèse

Il s'agit de calculer leur position pour le 22 mars 1612 à 12 h 30 (table 6). La date de référence est le 18 mars¹² à 6 heures 20 minutes. À ce moment Jupiter passe de l'opposition à la conjonction. De plus le 22 mars, l'élongation de cette planète était de 224° 52' et croissait pendant les deux jours suivants de 1° 30' : la prostaphérèse devait donc être ajoutée.

	Io
Date à mesurer (j, h et m)	22. 12. 30
Date de référence	18. 06. 20
Temps écoulé entre les deux dates	04. 06. 10
Position du satellite en ° pour la date de référence	342,34
Mouvement pour le nombre de jours : 4	813,12
Pour le nombre d'heures : 6	80,82
Pour les minutes : 10	1,41
Prostaphérèse	9,30
Somme	1246,99
Position du satellite sur le cercle (en °)	167°

Tab.6. Calculs de position des satellites en tenant compte de la prostaphérèse. Les valeurs sont calculées en décimales de degré pour une vitesse angulaire de 8,47° par heure correspondant à la période de Io de 1 jour et 18 h ½. Avec le Jovilabe il peut donner ensuite la position du satellite tel qu'il est observé depuis la Terre soit à 1,5 rayon de Jupiter du côté occidental.

Pour la date suivante, il suffit à Galilée d'ajouter aux positions de la dernière ligne le mouvement du satellite, c'est-à-dire sa vitesse angulaire

¹² Galilée ne se réfère plus à la conjonction de mars 1611 car il a établi des repères intermédiaires.

multipliée par le temps écoulé durant cette période. Tant que les dates sont proches, il ne fait pas de correction des mouvements relatifs de la Terre et de Jupiter car il considère qu'ils sont négligeables. A noter que, dans les tables, les positions apparentes du Soleil et de Jupiter sont données en degrés dans les signes du zodiaque, chaque signe ayant une distance de 30° (figure 10).

1611, Maii d. 6, h. 3 ab occasu, sed a meridie 10. 4'.
 ☉ fuit in gr. 15 ♉; Terra in gr. 15 ♍; ♃ in 19 ♋: ex quo
 prostaferesis est gr. 10.30', quam debemus auferre, quia computus fit
 retrocedendo.

Fig.10. "Le 6 mai 1611 à 3 heures (de la nuit) mais à 10 h 4 m (après midi). Le Soleil était au degré 15 du Taureau ; la Terre au degré 15 de la Vierge, Jupiter au degré 19 du Cancer. Ceci fait que la prostaphérese est de 10° 30', que nous devons retrancher car l'élongation était décroissante."

L'erreur de 1619

Galilée veut calculer les positions pour le 14 novembre 1619 à 5 h par rapport à une date repère du 14 octobre à 6 h. La différence est de 30 jours et 23 heures mais Galilée, un peu précipitamment, fait son calcul comme si sa date repère était le 14 octobre à midi, portant la différence à 31 jours et cinq heures, soit une erreur de six heures. Celle-ci va le suivre dans tous ses calculs ce qui lui donnera des écarts entre les observations et les prédictions de - 53° 30' pour le premier satellite et de - 14° 15' pour le troisième, décalages que Galilée qualifie de "*maximae exhorbitantiae*". S'il a pu croire sérieusement devoir attribuer cette erreur à sa théorie plutôt qu'à une erreur de calcul, on comprend que, dégoûté, il remit à plus tard la recherche d'une erreur qui ne s'était jamais produite auparavant. Ce seront les derniers calculs de la main de Galilée à propos des satellites de Jupiter. Il interrompt probablement ses travaux et passa à autre chose. Cette erreur fit dire à Galilée¹³, dix ans plus tard, qu'étant "*plus occupé par la géométrie que par les calculs, il fallait accorder plus de valeur à celle-ci qu'à ceux-là.*"

Néanmoins, Galilée n'avait pas du tout désespéré de pouvoir parvenir à construire des tables des mouvements moyens encore plus exactes, car, comme nous le savons maintenant, il put obtenir, à la fin de 1619, avec l'appui de Julien de Médicis, ambassadeur de Toscane à Madrid, de reprendre des négociations avec l'Espagne (initiées une première fois en 1616) pour la détermination des longitudes en mer, avec l'observation des éclipses des satellites médicéens. Mais l'impossibilité de mesurer des positions sur un navire en perpétuel mouvement,

¹³ Opere volume V parte 2 page 422.

malgré le casque qu'il inventa en 1617, le *celatone*, empêcha l'utilisation des satellites de Jupiter dans cet objectif¹⁴.

Il reviendra à Cassini¹⁵ de perfectionner les calculs de Galilée en prenant en compte tous les paramètres qui interviennent. La précision obtenue en 1668 lui vaudra d'être appelé à Paris l'année suivante par Colbert. Il utilisera cette méthode pour évaluer la longitude, mais sur Terre cette fois, afin de redessiner avec plus de précision la position des côtes de France. C'est aussi grâce à ces études que Römer mettra en évidence la non-instantanéité de la vitesse de la lumière.

Références

1. Le Messager céleste. Traduction avec compléments sous la direction d'Alain Brémond disponible sur le site du CLEA.
2. Le opere de Galileo Galilei. Antonio Favaro Ed. Florence, Tipographia Barbera, 1907. Ce travail qui a bénéficié de l'analyse de l'astronome italien Schiaparelli nous a été fort utile.

Dans les Cahiers Clairaut

- Jean Ripert. Mesure de la masse de Jupiter avec un chronomètre. Cahiers Clairaut 1984, n°25.
- P. Le Fur. Quatuor planetes circum iovis: medicea sidera. Cahiers Clairaut. 2009, n° 125.

Définitions de Galilée

Heure *ab occasu* : heure de la nuit (dont le début est ½ heure après le coucher du Soleil).

Heure *a meridie* : Heure calculée, à l'aide de table à partir du passage du Soleil au méridien).

Apogée vraie (*auge vera*) : position du satellite devant Jupiter (au centre) vu depuis la Terre.

Apogée moyenne (*auge media*) : même position telle qu'elle serait vue du Soleil.

Galilée donne les mêmes définitions pour le périégée. ■

¹⁴ Pour connaître cette histoire en détail: J.J. Fahie. Galilée - sa vie et son œuvre. 1903, John Murray, London.

¹⁵ Voir Delambre. Histoire de l'astronomie moderne. Tome II, pages 747 et suivantes. Paris 1821, chez Madame la Veuve Courcier. Disponible sur Gallica.