

AVEC NOS ÉLÈVES

Voyage interplanétaire : application à une mission martienne

Gilles Bouteville, Chamalières

Comment aller sur Mars ? La ligne droite est rarement le plus court chemin en astronomie. Vous pourrez découvrir ici la méthode la plus simple et la plus économique en énergie, l'orbite de transfert de Hohmann. Et la réalisation d'une maquette vous aidera à la mieux comprendre.

Principes généraux

Les différentes étapes

Un voyage interplanétaire classique comporte trois étapes :

Étape 1 : quitter la planète c'est-à-dire échapper à son attraction. Il s'agit de quitter la sphère d'influence de la Terre. On considère que celle-ci est petite comparée à la distance de Mars. On néglige alors le chemin parcouru dans cette phase de départ et le temps de vol.

Étape 2 : utiliser l'attraction principale du Soleil, pour rejoindre le voisinage de la planète cible, Mars en l'occurrence. C'est cette étape qui nous intéresse ici. Nous nous placerons dans un repère héliocentrique écliptique, la seule force attractive étant celle du Soleil.

Étape 3 : manœuvrer pour se faire capturer par la planète visée et travailler en orbite autour d'elle ou se poser sur le sol.

Éventuellement, il faut prévoir de repartir, de revenir vers la Terre et de se poser.

La trajectoire de Hohmann

Pour simplifier, nous supposons que les orbites de Mars et de la Terre sont circulaires et contenues dans le même plan, le plan de l'écliptique. Le rayon de l'orbite est de 150 000 000 km ou 1 unité astronomique (UA) pour la Terre et de 1,52 UA pour Mars ou 228 000 000 km. La période de révolution est de 1 an pour la Terre et de 1,88 an ou 687 jours pour Mars. Le Soleil étant le seul attracteur, la trajectoire du vaisseau spatial sera une ellipse, une hyperbole ou éventuellement une parabole.

Walter Hohmann, architecte allemand, a effectué les premiers calculs détaillés de trajectoires reliant deux planètes, à partir de ces hypothèses simplificatrices. Il pose très simplement les bases d'un voyage interplanétaire. La trajectoire est une ellipse dont le périhélie P (point le plus proche du

Soleil) est sur l'orbite de la Terre et l'aphélie A (point le plus éloigné du soleil) sur celle de Mars. L'orbite est donc tangente aux deux orbites des planètes. C'est la manière la plus économique en énergie pour se rendre d'une planète à une autre.

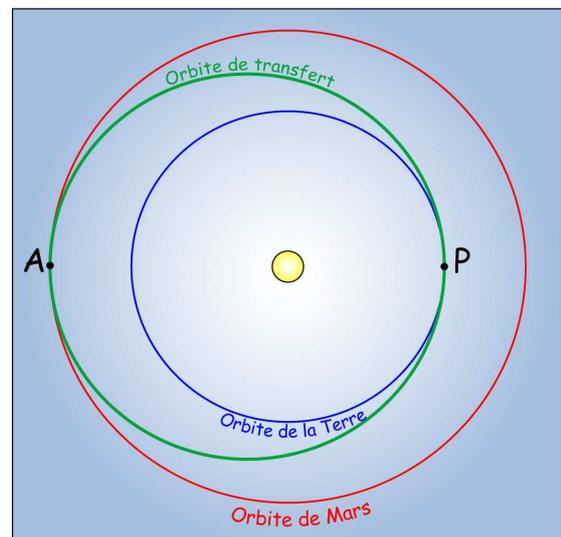


Fig. 1. Trajectoire de transfert de type Hohmann

La période T pour parcourir cette ellipse se calcule simplement avec la troisième loi de Kepler (voir encadré 1). On trouve 1,42 an pour une révolution complète, la durée du voyage aller sur Mars est donc de la moitié, 0,71 an soit environ 259 jours ou 8,5 mois.

Encadré 1. Calcul du temps de voyage

La troisième loi de Kepler s'écrit $T^2 / a^3 = 1$ si T est en années et a en unités astronomiques.

Le grand axe de l'ellipse est :

$$PA = PS + SA = 1 + 1,523691 = 2,523691 \text{ UA}$$

Le demi grand axe vaut donc : $a = 2,523691/2$ soit 1,261845 UA ou 188 770 000 km.

$$T^2 / a^3 = 1 \text{ donc } T^2 = a^3 \quad T^2 = 1,261845^3 = 2,00918 \text{ et } T = 1,417454 \text{ ans ou } 518 \text{ jours.}$$

T est le temps aller et retour.

Le seul aller sur Mars est moitié moindre, 0,70873 an, soit environ 259 jours ou 8,5 mois.

Encadré 2. Calcul des caractéristiques de l'ellipse
 Grand axe PA = PS + SA = 1 + 1,524 = 2,524 UA ou 377 500 000 km
 Demi grand axe : a = 1,262 UA ou 188 800 000 km
 Distance du centre de l'ellipse au foyer :
 c = OS = 1,262 - 1 = 0,262 UA ou 39 200 000 km
 Excentricité : e = c/a = 0,21
 Si on appelle b le demi grand axe, la relation $a^2 + b^2 = c^2$
 donne b = 1.234 UA ou 184 700 000 km

Instant du tir

La figure 1 donne la position de la Terre au moment du départ (P) et la position de Mars à l'arrivée (A).

Mais où doit être Mars au jour du lancement ?

Mars accomplit une orbite complète de 360° en 1,88 an. Par conséquent, avec l'hypothèse d'une orbite circulaire et uniforme (approximation moins précise pour Mars que pour la Terre), en 0,71 an, le temps du voyage, il parcourt 136° .

Calcul : $360^\circ \times (0,71 / 1,88) \approx 136^\circ$

Nous lançons donc notre vaisseau quand Mars est sur son orbite à 136° du point A (rendez vous avec la planète). On peut alors calculer la position relative de la Terre et de Mars au rapport au Soleil.

$180^\circ - 136^\circ = 44^\circ$. Ainsi, les lancements ne sont possibles que lorsque la Terre est située 44° en arrière de la planète Mars, soit 50 jours en moyenne avant les oppositions (en période d'opposition, Mars est au plus proche de la Terre et l'angle Mars-Soleil-Terre vaut alors 0°).

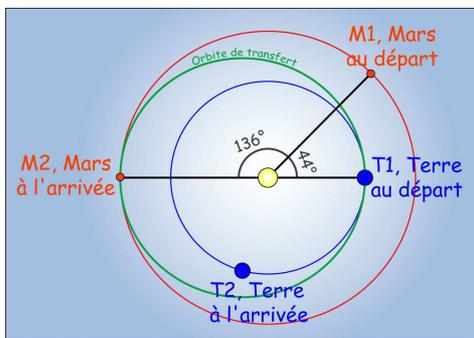


Fig.2. Voyage aller. Positions de la Terre et de Mars au départ du vaisseau depuis la Terre (instant 1) et à son arrivée sur Mars (instant 2).

Périodes de tir

Un nouveau tir ne peut avoir lieu que si l'angle T_1SM_1 retrouve sa valeur de 44° (ce qui n'implique pas que les planètes soient au même endroit que lors du tir précédent). La période de répétitivité (période synodique) est de 780 jours pour Mars soit 2 ans et 50 jours. On peut la calculer avec la formule :

$$T_{\text{synod}} = T_M \cdot T_T / (T_M - T_T) \text{ où } T_M \text{ et } T_T \text{ sont les périodes sidérales de Mars et de la Terre.}$$

Dates de tir favorables : 26/11/1994, 30/12/1996, 01/02/1999, 09/03/2001, 26/04/2003, 08/07/2005, 23/09/2007, 11/11/2009 (la Terre est alors située 44° en arrière de Mars d'après les éphémérides).
 Entre deux périodes consécutives, on a en moyenne 780 jours.

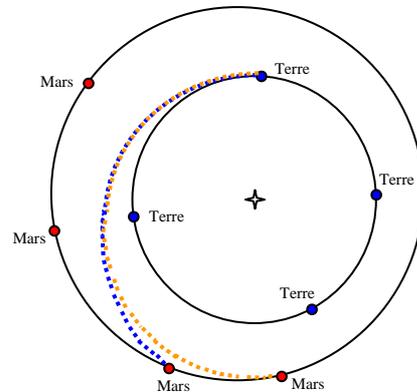


Fig. 3. Mars Global Surveyor (pointillés orange) et Mars Pathfinder (pointillés bleus) ont suivi des trajectoires voisines de l'orbite de Hohmann. Elles ont quitté la Terre en novembre et décembre 1996 (dates proches du 30/12/96 indiqué ci-dessus). Mars Pathfinder est parti en dernier mais est arrivé en premier après un voyage de 7 mois alors que MGS a mis 10 mois (au lieu de la durée calculée de 8,5 mois pour l'orbite de Hohmann).

Vitesses

Au départ, tous les corps sur Terre, objets, animaux, hommes, etc., se déplacent autour du Soleil comme la Terre elle-même, à une vitesse d'environ 29,8 km/s. Pour que le vaisseau parcoure une ellipse plus grande, sa vitesse au niveau de la Terre doit être supérieure à 29,8 km/s.

Avec la deuxième loi de Kepler, on peut calculer la vitesse du vaisseau au départ en T1 pour qu'il suive l'orbite de Hohmann (voir encadré). On obtient 32,7 km/s. Cela montre qu'il faut une poussée supplémentaire correspondant à une augmentation de vitesse de 2,9 km/s,

A l'arrivée, le vaisseau atteint l'orbite de Mars avec une vitesse de 21,5 km/s. La vitesse de Mars sur son orbite, en la supposant constante (l'orbite de Mars est supposée circulaire) est de 24,1 km/s. Nous constatons que Mars se déplace plus rapidement et rattrape le vaisseau spatial. Pour coordonner sa vitesse avec celle de Mars, le vaisseau spatial doit produire une poussée supplémentaire correspondant à une augmentation de vitesse de 2,6 km/s. La différence de vitesse du vaisseau entre son départ de la Terre et son arrivée sur Mars est due à une perte d'énergie cinétique (pour lutter contre l'attraction du Soleil) au profit de l'énergie potentielle.

Encadré 3. Calculs de vitesse

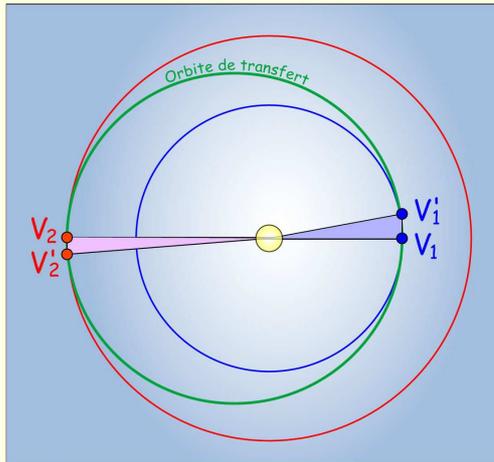


Fig.4. Vitesses du vaisseau

V_1 : position du vaisseau au départ de la Terre.
 V_1' : une seconde après.
 V_2 : le vaisseau 1 s avant l'arrivée sur Mars.
 V_2' : à l'arrivée sur Mars

La deuxième loi de Kepler appelée aussi loi des aires dit que les aires balayées par le rayon SV en des temps égaux sont égales.

L'aire de l'ellipse est égale à πab soit

$$\pi \times 188\,800\,000 \times 184\,700\,000 \text{ ou } 1,951 \times 10^{19} \text{ km}^2$$

Cette aire est balayée en 518 j ou 44 732 000 s.

Aire balayée par seconde : $1,951 \times 10^{19} / 44\,732\,000$
 soit 2 448 000 000 km²/s

Au départ, le vaisseau passe de V_1 à V_1' en 1 s.

On considère que $(V_1 V_1')$ est perpendiculaire à (SV_1) (car on est au périhélie).

L'aire du triangle SV_1V_1' est égale $SV_1 \times V_1V_1' / 2$.

On sait que $SV_1 = 149\,600\,000$ km.

On doit donc avoir :

$$149\,600\,000 \times V_1V_1' / 2 = 2\,448\,000\,000$$

On en déduit V_1V_1' qui vaut 32,7 km. La vitesse du vaisseau au départ doit donc être de 32,7 km/s.

On fait un calcul analogue pour l'arrivée sur Mars avec une distance de 227 900 000 km et on obtient 21,5 km/s.

On peut aussi calculer les vitesses à partir de l'énergie du vaisseau (potentielle et cinétique).

Le retour

Le vaisseau arrive sur Mars 259 jours (0,70873 an) après son départ, pendant ce temps la Terre a parcouru 255° ($0,70873 \times 360^\circ$). Elle se trouve dans la position T2 de la figure 2 (75° au-delà de la position de Mars).

Supposons que le vaisseau spatial débarqué sur Mars soit un robot collectant un échantillon et qu'il redécolle immédiatement pour son voyage de retour. Il peut de nouveau suivre l'ellipse de transfert de Hohmann, après s'être libéré de la pesanteur de la planète. Après 259 jours, il arrive de nouveau au niveau de l'orbite terrestre. Mais la

Terre n'est pas au rendez-vous, ayant parcouru à nouveau 255° !

Pour que la rencontre ait lieu, il faut que la Terre soit, au départ du vol de retour, 255° en arrière du point de rencontre. Cela la place à 75° derrière la position de Mars.

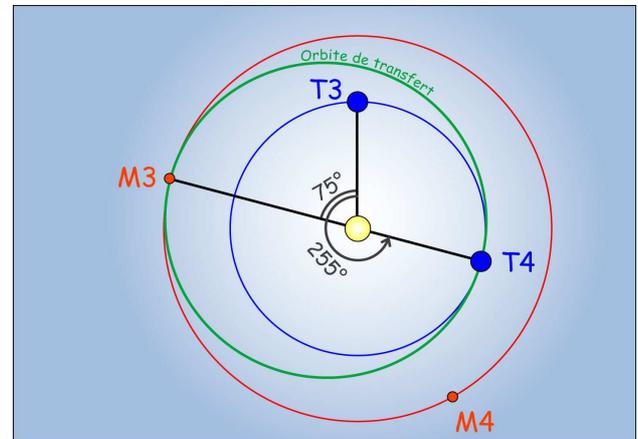


Fig.5. Voyage retour. Positions de la Terre et de Mars au départ du vaisseau depuis Mars (instant 3) et à son arrivée sur la Terre (instant 4).

Calculons le temps nécessaire pour retrouver cette configuration planétaire.

À l'arrivée du vaisseau sur Mars, la Terre avait 75° d'avance sur la planète rouge (T2 et M2 sur la fig. 2). Quand le vaisseau décolle de Mars, la Terre doit avoir 75° de retard (T3 et M3 de la fig 5).

La vitesse angulaire de la Terre autour du Soleil est de $0,986^\circ/\text{jour}$ ($360/365,26$), celle de Mars est de $0,524^\circ/\text{j}$ ($360/687$). Donc la Terre rattrape Mars à raison de $0,462^\circ/\text{j}$. Pour passer de 75° d'avance à 75° de retard, elle doit avancer de 210° par rapport à Mars ($360 - 2 \times 75$), ce qu'elle fera en 454 jours ($210/0,462$) soit environ 15 mois.

Au total la mission aura duré 8,5 mois pour l'aller et autant pour le retour, et 15 mois sur place soit 32 mois.

Les vraies missions

Les missions sur Mars partent toujours autour des dates favorables calculées pour l'orbite de Hohmann mais elles peuvent suivre des trajectoires un peu plus courtes ou un peu plus longues. Mars Pathfinder par exemple n'a mis que 7 mois pour faire le voyage (fig.3). Pour cela, il suffit de rattraper Mars plus tôt. L'inconvénient, c'est qu'il faut aller plus vite donc dépenser davantage de carburant pour accélérer.

Quant à un voyage avec retour, cela ne s'est encore pas produit.

La maquette

Elle permet de trouver sans aucun calcul les fenêtres de tir vers Mars, la durée de la mission et la date du retour.

Objectifs

- Faire prendre conscience qu'il existe des configurations planétaires particulières permettant le voyage interplanétaire.
- Utiliser la maquette pour poser le problème.
- Montrer qu'il faut anticiper une situation, pour résoudre le problème.

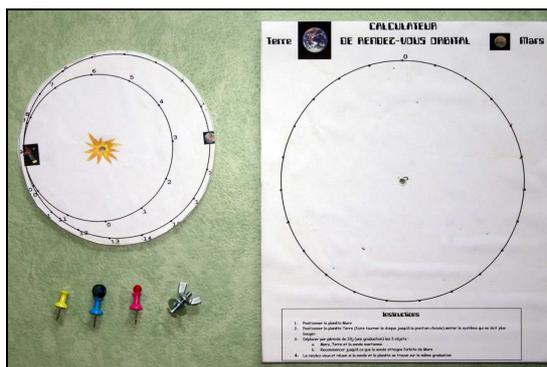
Hypothèses simplificatrices

- L'année terrienne est ramenée à 360 jours pour 360° soit 12 mois de 30 jours.
- L'année martienne est de 690 jours ou 23 mois de 30 jours.
- Le trajet Terre-Mars dure 270 jours soit 9 mois.
- Les deux orbites (Mars et Terre) sont circulaires et centrées sur le Soleil.

Réalisation

Matériel nécessaire :

- Un disque de fond "orbite de Mars" portant 23 graduations constitue le support collé sur un support (carton plume épais par exemple).
- Un disque mobile portant la "trajectoire de la Terre" (12 graduations) et celle du vaisseau (18 graduations) collé lui aussi sur un support (type carton plume).
- Une vis (les deux disques sont mobiles autour d'un axe passant par le Soleil).
- 3 objets pour matérialiser la Terre, Mars et le vaisseau comme de grosses punaises.



Les différentes pièces constituant la maquette

Prise en main

- Il est conseillé de commencer par quelques essais en positionnant par exemple les planètes à la date du jour (on pourra s'aider des coordonnées page 9)
- On positionne la Terre, Mars et le vaisseau.
 - On fait évoluer les 3 objets sur 9 mois (ou 8,5 mois pour une meilleure approximation).
 - On observe la réussite ou non de la mission.

Recherche

Voici quatre problèmes que l'on peut étudier avec la maquette :

- Déterminer les configurations planétaires pour la réussite de la mission.
- Montrer que le retour direct n'est pas possible.
- Déterminer le temps d'attente (mission planétaire).
- Effectuer le retour.

Voici les réponses en images :



(*) Avec les valeurs simplifiées, on trouve un temps d'attente d'environ 13 mois au lieu de 15. Les plans de cette maquette sont sur le site CLEA www.ac-nice.fr/clea/SommCC127.html