AVEC NOS ELEVES

La limite de Roche revisitée

Benjamin BERNARD, Gauthier LAVAL, Loïc MOULIN
TIPE, Lycée Claude-Fauriel de Saint-Etienne

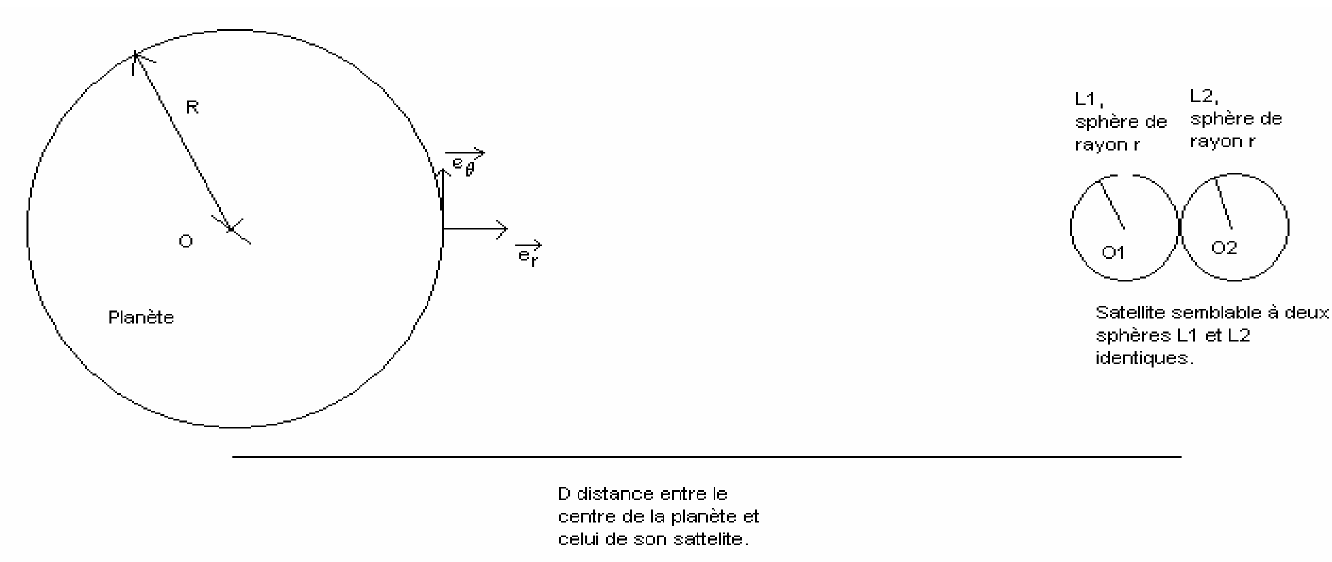
Résumé. *Dans un article précédent nous avions parlé des effets de marée et de la limite de Roche. Nous avions donné une estimation de l'expression de cette limite, qui est la limite théorique de stabilité d'un corps gravitant autour d'un autre. En dessous de cette limite le corps ne peut plus garder sa cohésion du simple fait de la gravité. Notre calcul était très approximatif et nous n'avions pas pu trouver une façon de simplifier le calcul réel, très complexe. Un facteur numérique de 2,456 intervient dans l'expression réelle, nous n'avions pu faire mieux que de trouver la valeur très approchée de 1,26. Un "trinôme" du Lycée Claude-Fauriel de Saint-Etienne a trouvé une méthode très astucieuse qui permet de trouver un résultat remarquable, par une méthode simple.*

Introduction

C'est en s'intéressant aux anneaux de Saturne que Edouard Roche (1820-1883) commença à penser, en 1848-49, à ce que sera la « Limite de Roche ». Cette limite marque la distance minimale théorique d'existence de gros satellites. En deçà le satellite pourrait se fragmenter en anneaux (voir l'encadré, à la fin de l'article).

La valeur de cette limite acceptée aujourd'hui est : $D=2,456(\rho_M/\rho_m)^{1/3}.R$

Avec : ρ_M la masse volumique de la planète, ρ_m la masse volumique du satellite considéré et R le rayon de la planète. Pour réussir à obtenir ce résultat il faut faire des calculs assez complexes, or on peut trouver un résultat semblable avec des calculs plutôt simples.



Il faut approximer le satellite considéré à deux sphères semblables, de rayon ¼ de celui du satellite considéré et de masse ½ de la masse totale du satellite.

La planète exerce donc une force gravitationnelle sur L_1 et une sur L_2 on obtient de cette manière (en norme) :

$$F_1 = F(Planète/L_1) = G\, Mm / (D-r)^2$$

$$F_2 = F(Planète/L_2) = G\, Mm / (D+r)^2$$

Avec M la masse de la planète, m la masse de la sphère L_1 et L_2 soit ½ de la masse du satellite en entier. G est la constante gravitationnelle.
Les deux sphères L_1 et L_2 seront donc soumises à une force résultante T qui tend à les séparer :

$$T = F_1 - F_2 = G\, Mm\, (4rD / (D^2-r^2)^2)$$

Or on a $D>>r$. On peut donc négliger r devant D
T devient donc :

$$T = 4GMmr / D^3$$

Il existe une force de cohésion des deux sphères

$$F_c = Gm^2 / 4r^2$$

Il y a donc séparation des deux masses si $T>F_c$
On trouve ainsi $D < (16Mr^3 / m)^{1/3} = D'$

Remplaçons M par ρ_M la masse volumique de la planète et m par ρm la masse volumique du satellite donc des deux sphères.
On a :

$$\rho_M = M / volume = 3M / 4\pi R^2$$
$$\rho_m = m / volume = 3m / 4\pi r^2$$

En remplaçant dans D' on obtient :

$$D' = 2{,}52.(\rho_M/\rho_m)^{1/3}.R$$

Soit une très bonne approximation de la véritable limite calculée par Roche.

Au-delà de cette distance le satellite ne risque pas d'exploser, en deçà le satellite subit une force résultante T qui tend à le séparer, plus importante que la force de cohésion qui permet de la faire tenir en un seul morceau, donc le satellite explose, en théorie. D' est donc une approximation de ce qui est appelé aujourd'hui la « Limite de Roche ».

■

Pourquoi Phobos n'explose-t-il pas ?

On peut montrer que Phobos gravite autour de Mars à une distance inférieure à la limite de Roche. De fait, Phobos subit des effets de marée extrêmement forts. Il est très allongé, mais il est bien solide et il n'explose pas. La limite de Roche serait-elle une notion erronée ?
En fait, la limite de Roche est la limite à laquelle un corps se disperserait par effet de marée, si sa cohésion n'était assurée que par la gravitation, une sorte de satellite fluide, sans cohésion matérielle. Ce n'est pas le cas pour un corps solide. André Brahic m'a fait remarquer malicieusement que nous-mêmes, qui subissons en permanence des effets de marées (la gravité est plus forte pour nos pieds que pour notre tête) et qui sommes en deçà de la limite de Roche, sommes malgré tout bien cohérents (au sens structurel).
On comprend pourquoi la méthode de nos trois auteurs fonctionne. Ils étudient la solidité de la cohésion d'un satellite coupé en deux quand les deux morceaux ne sont maintenus entre eux que par la gravitation. Il fallait y penser !
GP

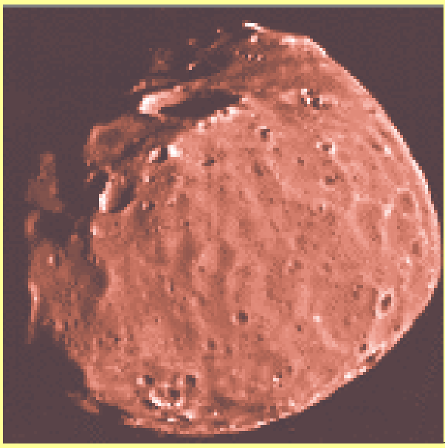


Photo NASA.

Phobos, le petit satellite de Mars, a un diamètre d'une vingtaine de kilomètres seulement.