

deux récepteurs pratiquement identiques, l'un recevant une partie du faisceau émis (récepteur de référence) et l'autre recevant le faisceau retardé, réfléchi sur un miroir de renvoi situé à la distance L . Les deux tensions électriques à la sortie des détecteurs (deux sinusoides fonction du temps si la diode laser est modulée sinusoidalement) sont décalées dans le temps de la quantité $\Delta t = 2L/c$ et sont appliquées à l'entrée d'un multiplieur analogique qui fournit, en sortie, une tension proportionnelle à leur produit.

Soit $A\cos(2\pi ft)$ la tension issue du détecteur 1 et $B\cos[2\pi f(t-2L/c)]$ la tension issue du détecteur 2. On obtient alors, en sortie du multiplieur, une tension $V = AB \cos(2\pi ft) \cos[2\pi f(t-2L/c)]$, soit :
 $V = C \cos(4\pi fL/c) + C \cos(4\pi ft - 4\pi fL/c)$ qui est la somme d'une tension ne dépendant pas du temps : $C \cos(4\pi fL/c)$, (mais bien du retard $2L/c$) et d'une tension à la fréquence $2f$ éliminée par un simple filtre RC. La tension continue $V_L(f) = C \cos(4\pi fL/c)$ s'annule pour $4\pi fL/c = \pi/2 + k\pi$ $k \in \mathbb{N}$ soit $f = f_k = (2k+1)c/8L$ c'est-à-dire pour un décalage égal à $\pm 1/4$ de période (modulo 1 période). Les deux signaux sont alors en quadrature. On en déduit :

$$c = 8Lf_k/(2k+1)$$

Cette formule est identique à celle utilisée dans l'expérience de Fizeau pour une roue qui n'aurait que 2 dents.

L'avantage de la manipulation moderne est que tout est statique : pas de moteur qui vibre et qui s'use. La fréquence f_k peut atteindre quelques 10^7 Hz avec une très bonne stabilité. C'est le multiplieur qui fournit, en fait, l'information contenant la valeur de 'c' : le cosinus de la différence de phase entre les deux récepteurs. Pour s'affranchir des déphasages parasites ϕ_1 et ϕ_2 introduits par les récepteurs, on a pris soin d'utiliser deux récepteurs les plus voisins possibles : $\phi_1 \cong \phi_2$, et on fait deux mesures $V_L(f)$ et $V'_L(f)$ en intervertissant les deux récepteurs. On fait également une mesure de V_0 obtenue en plaçant les deux récepteurs à la même distance de la source ($L=0$). Le rapport $R=(V_L(f) + V'_L(f))/2V_0$ ne dépend plus, ni des déphasages résiduels introduits par les récepteurs, ni de la variation de leur gain en fonction de la fréquence, comme un calcul simple permet de s'en rendre compte, à condition de normaliser ces trois tensions par leurs valeurs à très basse fréquence où le déphasage peut être considéré comme nul. On a alors simplement : $R = \cos(4\pi fL/c)$. Si les deux récepteurs sont suffisamment voisins, V_L/V_0 fournit une assez bonne approximation de $\cos(4\pi fL/c)$.

Notons que si l'on dispose d'un générateur dont la fréquence n'est pas connue précisément, on peut toujours mesurer cette fréquence avec un fréquencemètre (par exemple le modèle PFM 1300 de TTI coûte environ 150 € chez Radiospares [2] et a une précision de $2 \cdot 10^{-6}$ en valeur relative).

La tension continue $V(f)$ est mesurée grâce à un multimètre numérique ordinaire.

Ce procédé de mesure s'apparente à une détection synchrone, très utilisée en électronique pour détecter de faibles signaux.

Remarques importantes :

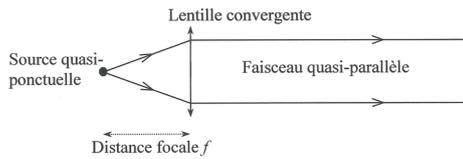
- Dans la manipulation actuelle, comme dans celle de Fizeau, on **n'a pas besoin** de connaître l'amplitude des signaux lumineux (A, B, C , dans les formules précédentes, ou le gain des amplificateurs utilisés) parce que ce sont des "**méthodes de zéro**" : on mesure une grandeur (ici une fréquence) pour laquelle une autre grandeur **s'annule** (ici la tension $V(f)$ ou la quantité de lumière détectée) quelle que soit la quantité de lumière incidente et quel que soit le gain utilisé. Les méthodes de zéro sont très précises et sont largement utilisées dans tous les domaines de la Physique (méthode de la double pesée, pont de Wheatstone, etc...).

- Dans tout montage électronique, il existe des fluctuations aléatoires des tensions mises en jeu. Les électroniciens appellent ce phénomène : "bruit". On l'entend, par exemple, dans les baffles d'une chaîne audio, quand on n'a pas mis de CD (ou de cassette), et qu'on augmente le volume. Il existe diverses techniques pour le réduire mais on ne peut pas l'éliminer complètement. Les fluctuations ultimes sont dues au mouvement Brownien des électrons dans les résistances électriques. Ces fluctuations empêchent d'apprécier précisément quand s'annule une tension donnée.

Partie optique

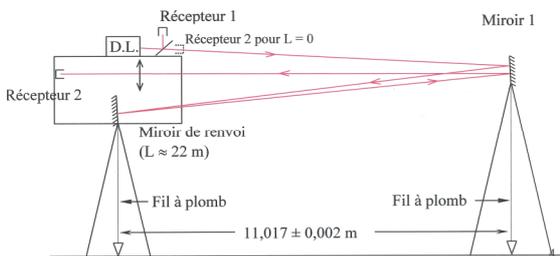
Tout faisceau lumineux (aussi bien celui d'une lampe de poche que celui d'un laser), a tendance à s'étaler naturellement : les opticiens disent qu'il "diverge". S'étalant sur une surface de plus en plus grande au cours de sa propagation, la fraction recueillie sur un détecteur de surface donnée s'amenuise d'autant et le signal électrique correspondant peut devenir plus petit que le bruit, auquel cas, on ne peut plus rien mesurer. Il faut donc minimiser la divergence surtout si le faisceau doit se propager sur une longue distance comme dans l'expérience de Fizeau où il se propageait sur plus de 17 km ! Pour ce faire, il faut utiliser une source lumineuse la plus ponctuelle possible (un

laser est une très bonne source de ce point de vue) et la placer au foyer d'une lentille convergente de bonne qualité :



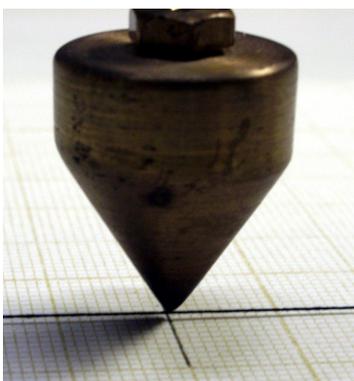
Dans son montage, Fizeau utilisait deux lentilles supplémentaires pour focaliser le faisceau lumineux entre deux dents de la roue dentée, lentilles que nous n'utilisons pas ici.

Le schéma de notre montage pratique est le suivant :

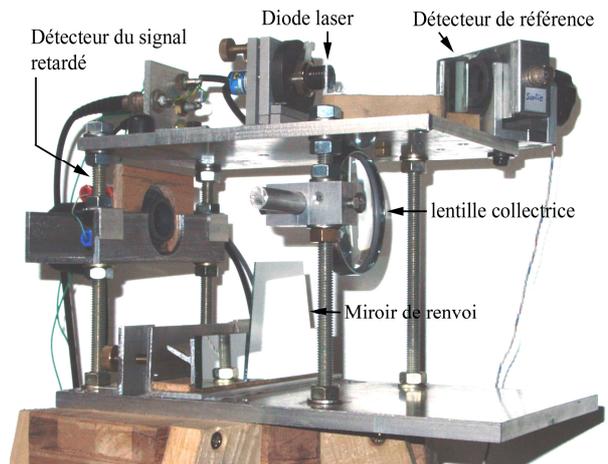


Le trajet de la lumière est replié en 2 grâce au miroir M1. Les deux miroirs sont réfléchissants sur la face avant (récupération sur une vieille photocopieuse). Les 2 fils à plomb, à la verticale des miroirs, permettent de mesurer la distance L précisément avec un mètre à ruban. Entre les deux fils à plomb, est tendu un fil sur le sol, pour mesurer la distance 'en ligne droite'. Au vu de la photo suivante, on estime apprécier la position de l'extrémité du fil à plomb à mieux que le millimètre près.

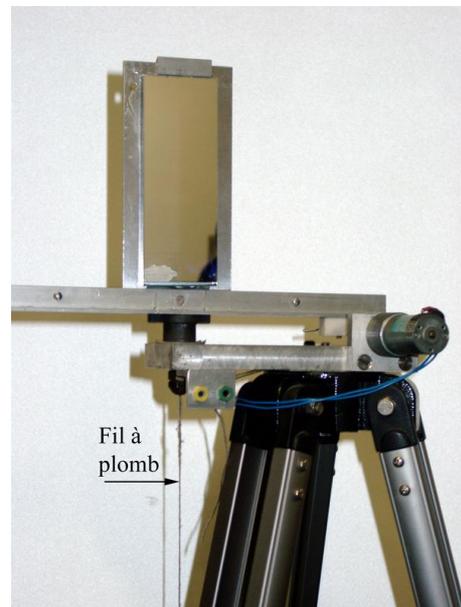
On a estimé précisément (avec un régleur millimétrique) les diverses distances entrant en jeu dans le calcul de la distance L et tenu compte de l'épaisseur de la lentille collectrice (8 mm d'indice 1,5). Nous avons aussi pris la précaution d'utiliser des câbles de longueur identique entre chacun des récepteurs et l'entrée du multiplieur.



Fil à plomb au dessus d'une feuille de papier millimétré

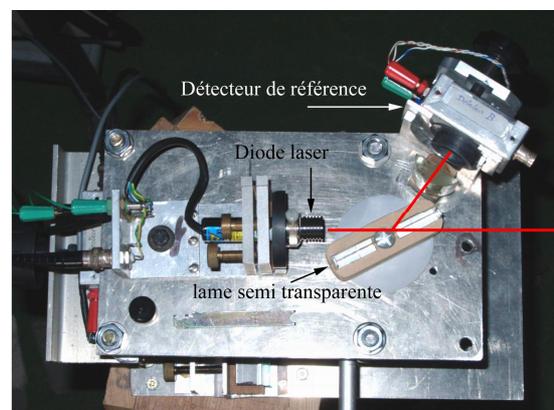


Montage vu de côté

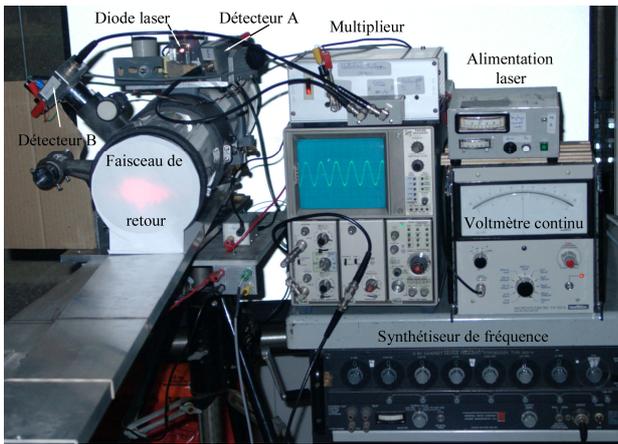


Miroir M1

L'axe vertical du miroir M1 est motorisé ce qui permet de l'orienter depuis la station de mesure.



Montage vu de dessus

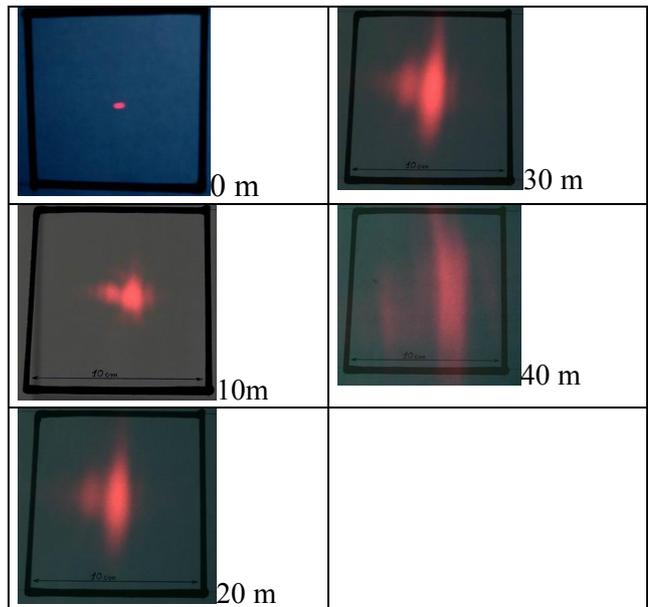


Photographie de l'appareillage - A l'époque, le montage utilisait un télescope (à la place de la lentille collectrice) devant lequel on avait placé un papier blanc pour visualiser le faisceau de retour pour la photo.

Mode opératoire

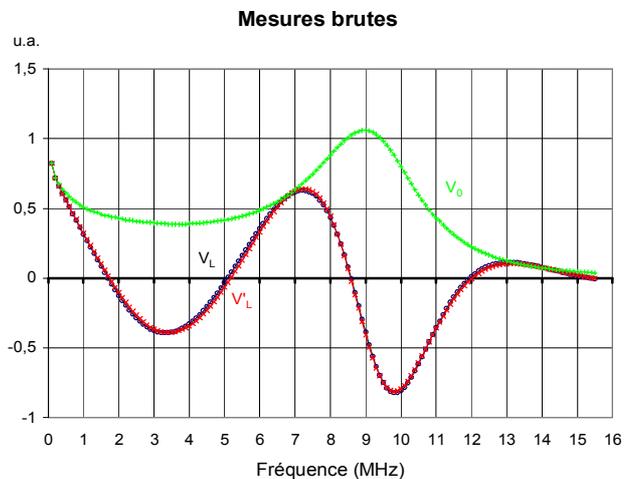
Le montage a beaucoup évolué depuis le début : nous avons d'abord utilisé des diodes électroluminescentes (moins chères) mais nous n'avons pas réussi à faire un faisceau suffisamment parallèle. Les premières diodes laser ne se sont pas révélées très fiables, le courant de seuil augmentant lentement au cours du temps, jusqu'à ce qu'elles n'émettent plus du tout. La divergence était très forte et nous avons dû utiliser un petit télescope (ϕ 114 mm) pour collecter la lumière réfléchie. Nous avons alors utilisé une diode laser Beta TX de la société Global Laser beaucoup plus fiable, achetée chez Radiospares et garantie pour 30 000 h de fonctionnement ! De plus, elle comporte une optique de collimation réglable et est modulable jusqu'à 50 MHz. L'inconvénient était que le prix était multiplié par un peu plus de 10... Nous avons alors pu remplacer le télescope par une simple loupe de bureau (ϕ 8 cm) pour minimiser l'encombrement. Bien que cette diode laser soit affectée d'un astigmatisme important (et d'un faisceau elliptique), nous avons réussi à obtenir une tache de l'ordre de 8cm de diamètre à 40 m de distance. On peut voir le profil du faisceau sur les photos ci-contre.

Chaque image fait environ 10 cm x 10 cm. La forme elliptique de la tache est affectée par la lame semi-transparente qui sert à diviser le faisceau en 2, qui est une simple lame de microscope, réfléchissant partiellement le faisceau sur chacune de ses faces (avec des interférences en certains endroits). Une face traitée antireflet ou un cube séparateur de faisceau aurait amélioré la qualité de la tache.

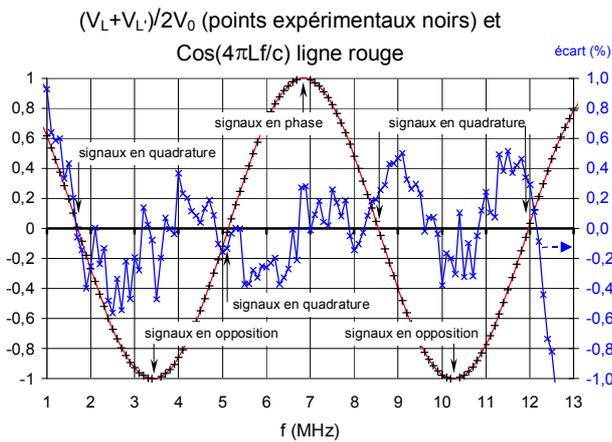


La dernière image du faisceau est légèrement tronquée latéralement par le miroir M1 trop étroit.

Nous ne nous sommes pas contentés de rechercher la fréquence f_k qui annulait la tension de sortie du multiplieur, mais nous avons mesuré les tensions V_L , V'_L et V_0 pour un grand nombre de fréquences (typiquement de 0,1 à 15 MHz par pas de 0,1 MHz). Les mesures brutes sont reportées sur le graphe suivant :



Nous avons ensuite tracé la courbe $(V_L(f)+V'_L(f))/2V_0$ en fonction de f . Une sinusoïde a été ajustée à ces points expérimentaux par la méthode des moindres carrés à l'aide de notre tableur préféré (grâce à la fonction 'Solveur'), ce qui nous a fourni une valeur précise de $2L/c$. L'écart quadratique moyen entre les points expérimentaux et la sinusoïde est de 0,26 %. Sur le graphe suivant, on a reporté les points expérimentaux, la (co)sinusoïde $\cos(4\pi Lf/c)$ et l'écart entre les 2, dilaté 100 fois et se rapportant à l'échelle de droite.

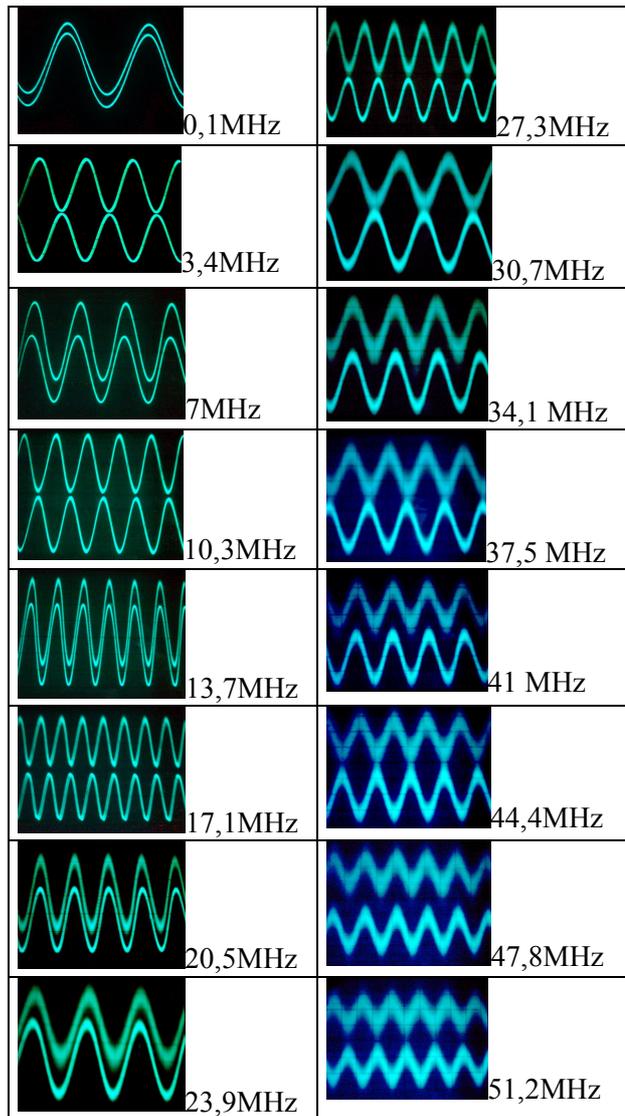


En dessous de 1 MHz et au dessus de 12 MHz les écarts deviennent plus importants : en basse fréquence, cela est sans doute dû au fait que le retard (environ 140 ns) devient négligeable devant la période du signal, et en haute fréquence, c'est plus sûrement la faiblesse des signaux qui rend le bruit prépondérant (la bande passante des récepteurs est de 12 MHz) Un moment fort et riche en commentaires a été l'observation des signaux, direct et retardé, à l'oscilloscope. Nous avons pu observer le déphasage jusqu'à plus de 50 MHz et voir un retard égal à 7,5 périodes. Au-delà, les signaux sont vraiment noyés dans le bruit. Sur les photographies suivantes, on peut voir les oscillogrammes (tension de sortie des deux récepteurs en fonction du temps) pour différentes fréquences de modulation, où ils sont successivement en phase puis en opposition. Il était tentant (et nous l'avons fait) de mesurer directement à l'oscilloscope le déphasage des signaux : la précision obtenue est évidemment beaucoup moins bonne, à cause de l'imperfection des détecteurs qui ne déphasent pas les signaux de la même façon et surtout de la précision de la mesure sur l'écran de l'oscilloscope.

Résultats et discussion

Le meilleur ajustement des points expérimentaux de $(V_L + V'_L) / (2V_0)$ par la fonction $\cos(4\pi Lf/c)$ s'obtient pour $2L/c = 146,48$ ns. L'incertitude sur cette valeur peut s'obtenir facilement si l'on porte $\text{Arccos}((V_L + V'_L) / (2V_0))$ en fonction de f : on obtient une droite dont l'ordonnée à l'origine doit être nulle et la pente est $4\pi L/c$. Attention à l'intervalle de définition de l'Arccos : la phase est Arccos jusqu'à π puis $2\pi - \text{Arccos}$ jusqu'à 2π puis $2\pi + \text{Arccos}$ ensuite, etc...

Dans le cas d'un ajustement linéaire, notre tableur préféré fournit, grâce à sa fonction DROITEREG, l'ordonnée à l'origine, la pente de la



L'évolution de la couleur des traces est un artefact de l'appareil photo qui reçoit de moins en moins de lumière au fur et à mesure que la vitesse de balayage de l'oscilloscope augmente. On a dû, bien sûr, augmenter fortement le gain vertical de l'oscilloscope entre le premier et le dernier oscillogramme.

droite et les incertitudes sur ces deux paramètres si l'on suppose que les points sont distribués d'une façon gaussienne autour de la droite. On obtient alors :

$$2L/c = 146,49 \pm 0,034 \text{ ns}$$

L'incertitude sur $2L/c$ est grosso modo, l'écart type de $(V_L + V'_L) / (2V_0)$ divisé par la racine carrée du nombre de points.

La valeur précédente est dans la fourchette d'incertitude. La différence entre les deux valeurs provient du fait que, dans l'ajustage de $(V_L + V'_L) / (2V_0)$ par une sinusoïde, tous les points n'ont pas la même importance pour déterminer la période : les points importants sont au voisinage de la quadrature (proches d'un zéro), tandis que les

points au voisinage d'un maximum ou d'un minimum (signaux en phase ou en opposition), sont de moindre importance. D'ailleurs, quand $(V_L + V'_L)/2V_0$ est supérieur à 1, il est difficile d'en prendre l'Arccos. Pour cette raison, nous avons supprimé quelques points dans le voisinage des fréquences pour lesquelles les signaux sont en phase ou en opposition. Cela rejoint le fait qu'on aurait pu (pour une précision moindre) se contenter des fréquences f_k pour lesquelles le rapport $(V_L + V'_L)/2V_0$ était nul (signaux en quadrature). La distance L ayant été estimée à $21,945 \pm 0,005$ m, un calcul simple fournit :

$$c_{\text{air}} = 299\,610 \pm 150 \text{ km/s.}$$

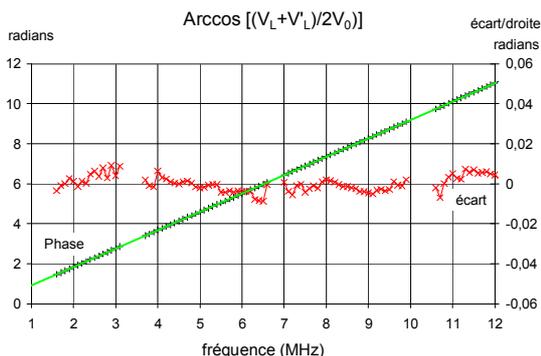
C'est la valeur mesurée dans l'air. L'indice de l'air étant voisin de 1,00028 (température 18°C, 40 % d'humidité et 3 % de CO₂), on a en définitive :

$$c_{\text{vide}} = 299\,690 \pm 150 \text{ km/s.}$$

D'où : $\Delta c/c = 150/300\,000 \approx 5.10^{-4}$.

La valeur exacte, fixée par convention depuis 1983 est : 299 792,458 km/s. Elle sert à définir le mètre à partir de l'étalon de temps, la seconde.

On est bien dans la bonne fourchette. Ouf !



Difficultés et améliorations

Nous n'avons pas tout de suite obtenu des résultats aussi bons : l'écart du graphe d'ajustement présentait une composante non aléatoire liée à l'amplitude des signaux : cette composante était due au fait que la caractéristique $P_L(I)$ de la diode laser, n'était pas strictement linéaire. La modulation (sinusoïdale à la fréquence f) générait un signal parasite à 2f, 3f etc... Nous avons contourné le problème en diminuant la modulation. Ce faisant, on évite aussi le problème de la diaphonie. Mais la diminution ne doit pas être trop forte car le signal est vite noyé dans le bruit des récepteurs. Une amélioration consiste à moduler à 1 kHz l'amplitude de modulation du signal à la fréquence f. Les tensions V_L et V'_L ne sont plus continues mais alternatives (à 1 kHz), et on peut en mesurer l'amplitude par une détection synchrone (un second

multiplieur fonctionnant à fréquence fixe). On s'affranchit ainsi des dérives basse fréquence et du bruit en 1/f du multiplieur et on peut ainsi opérer à des amplitudes de modulation du courant à la fréquence f encore plus faibles. L'amélioration est en cours et occupe le temps libre du jeune retraité parmi nous... On sera vraisemblablement alors, limité par la précision de la mesure de L.

Une autre difficulté est la stabilité de l'ensemble (stabilité mécanique de l'alignement qui se dérègle au cours du temps – il faut environ 3/4 heure pour mesurer 150 points - et nous avons fait plus de 15 000 mesures !), dérives à long terme des amplificateurs, du générateur de fréquence, etc... On s'en affranchit partiellement en refaisant tous les 10 points, un point de référence (par exemple à 1MHz).

On pourrait diminuer la divergence du faisceau en utilisant un expandeur de faisceau (2 lentilles de focales différentes en position confocale) si l'on voulait travailler sur une distance plus grande.

En conclusion, nous avons appris :

- 1 - Qu'une mesure n'a de sens que si elle est accompagnée de son incertitude.
- 2 - Qu'il n'est pas de problème aussi compliqué soit-il, qui ne devienne, après un examen attentif et une réflexion approfondie, ... encore plus compliqué !

Merci à G.Paturel, à l'origine de ce travail (de ce divertissement !) par son article dans les Cahiers Clairaut n°96.

Références :

- [1] - 'La vitesse de la lumière et Römer' par Josée SERT, C.C.57, p.17.
- 'La découverte de la vitesse finie de la lumière par Roemer-Aspects historiques-' par Martine BOBIN, C.C.67, p.3.
- 'L'histoire de la vitesse de la lumière' par Robert GARNIER avec la complicité de Georges PATUREL, C.C.83, p.28.
- 'L'histoire de la vitesse de la lumière' par Robert GARNIER avec la complicité de Georges PATUREL, C.C.84, p.26.
- 'L'histoire de la vitesse de la lumière' par Robert GARNIER avec la complicité de Georges PATUREL, C.C.85, p.28.
- Testons la vitesse de la lumière' par Georges PATUREL, C.C.96, p.25.
- 'Mesure de la vitesse de la lumière' par René CAVAROZ et al., C.C.116 p.19
- [2] Optoprim : 21-23 rue A. Briand 92170 VANVES
- [3] Radiospares BEAUVAIS

Signalons que Jordane PELTIER, du Lycée Aristide-Briand d'Evreux, s'est également lancé dans cette expérience difficile pour son TIPE. La moyenne de ses résultats a donné : $c=226257 \pm 37000$ km/s, ce qui n'est pas si mal avec une longueur de faisceau de 11 mètres seulement. La modulation qu'il employait, allait de 14kHz à 40 kHz. Il envisage de poursuivre l'expérience. Nous lui souhaitons de ne pas se décourager.