

La rétrogradation de Mars revisitée

Travail initié par l'Atelier d'astronomie du
Lycée Jean-Paul Sartre de Bron

Résumé : *Après avoir tracé le mouvement de la planète Mars lors de sa précédente rétrogradation grâce aux clichés pris par J.-M. Vienney, nous avons essayé de modéliser le phénomène en utilisant des données prises sur le site de l'IMCCE (voir le CC116). Pour cela nous avons décrit les mouvements angulaires dans le plan de l'écliptique et perpendiculairement à celui-ci en utilisant des représentations simples. La combinaison de ces deux mouvements reproduit les différents aspects que l'on peut observer pour ce phénomène. Nous l'appliquons aussi aux observations faites en 2005 et 2006.*

Introduction

Voici la première application annoncée sur l'utilisation de données extraites de l'IMCCE. La rétrogradation de Mars est assez facile à comprendre dans le plan de l'écliptique. La figure (Fig. 1) ci-dessous illustre brièvement le phénomène :

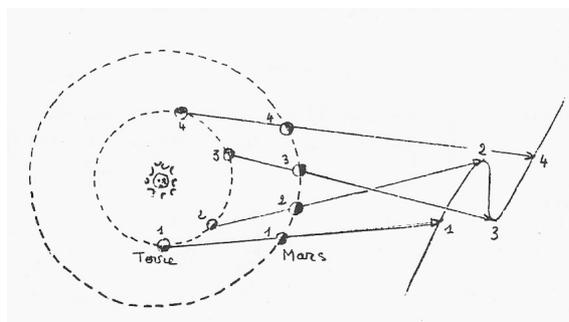


Figure 1

On sait (voir les articles publiés dans le CC110) que la trajectoire de Mars apparaît depuis la Terre tantôt comme un simple "Z", tantôt comme une boucle ou même comme une ligne.

Sur le plan (x,y) du ciel, la trajectoire de Mars est donc une courbe que nous voudrions modéliser. Nous allons devoir étudier le mouvement à la fois en x (plan de l'écliptique) et en y (direction perpendiculaire au plan de l'écliptique). La composition des ces deux mouvements devrait reproduire la trajectoire

observée depuis la Terre. On devine déjà que le décalage temporel entre ces deux mouvements sera à l'origine des différents aspects observés.

Nous allons construire tout d'abord le mouvement réel observé entre le 4 septembre 2005 et le 23 janvier 2006. Puis, nous modéliserons les mouvements en x et en y pour reproduire les différentes figures observables. Dans un premier temps la modélisation sera simplifiée, au prix de quelques approximations. Enfin, nous essayerons de reproduire la rétrogradation de 2005-2006.

Le mouvement apparent

Francis Berthomieu a lancé une campagne d'observations pour la rétrogradation de Mars, qui a débuté en septembre 2005. Une série de photos est disponible sur le site du CLEA grâce au talent de quelques-uns, dont J.-M. Vienney, qui, depuis Buthiers en Seine-et-Marne, a effectué des prises de vues remarquables avec un appareil photo numérique (focale $f=7\text{mm}$, $f/d=1,8$ pose 15s).

Ce sont ces clichés que les élèves de l'atelier d'astronomie du Lycée Jean-Paul-Sartre de Bron ont exploités (cf. par exemple les Figures 2 et 3).



Figures 2 et 3 : Les photos de Mars par J.M. Vienney

A partir des premières photos, nous avons tracé le champ stellaire autour de Mars. Pour cela, nous avons placé un transparent de rétroprojecteur sur l'écran de l'ordinateur portable et nous avons placé les étoiles les plus remarquables : les Pléiades (P), les étoiles du Taureau (T) et quelques étoiles supplémentaires. Il est important d'avoir un grand nombre d'étoiles. Et bien sûr, nous avons placé la position de Mars. Puis nous avons affiché la deuxième image (8 septembre), fait coïncider les étoiles et noté la nouvelle position de Mars... et ainsi de suite pour un certain nombre de photos (26 pour être précis). La liste est donnée dans la table ci-contre.

Le résultat est donné dans la figure ci-après (Fig. 4). Mars est représenté en bleu (nous n'avions pas de rouge) et les étoiles de référence en vert.

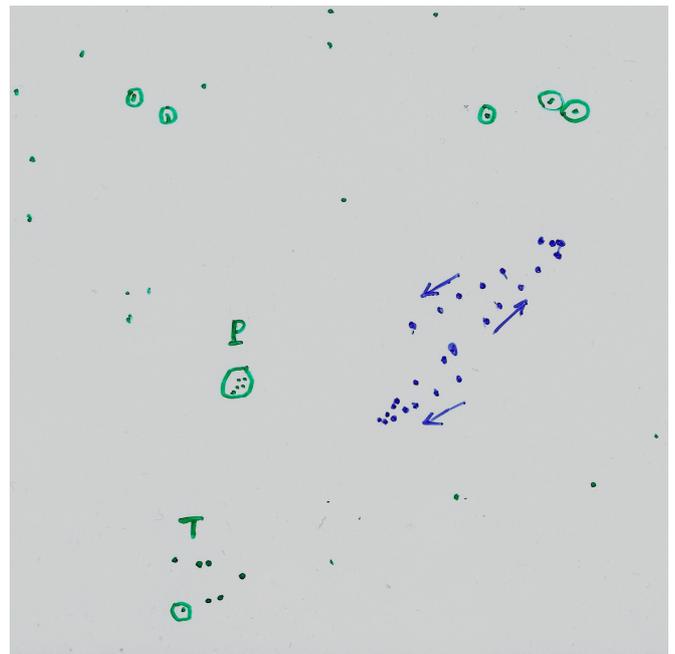


Figure 4 : Le tracé de la rétrogradation.

La liste des 26 photos utilisées est la suivante :

| jour | mois | heure | Lg. hélio. (Mars) | Lat. hélio. (Mars) | Lg. hélio. (Terre) |
|------|------|-------|-------------------|--------------------|--------------------|
| 4 | sept | 1h34 | 6° | -1.25° | 342° |
| 8 | | 7h04 | 9° | -1.20° | 345° |
| 14 | | 4h00 | 12° | -1.10° | 351° |
| 18 | | 6h39 | 14° | -1.03° | 355° |
| 20 | | 7h02 | 16° | -1.00° | 357° |
| 27 | | 7h02 | 20° | -0.87° | 2° |
| 3 | oct. | 6h24 | 23° | -0.78° | 11° |
| 9 | | 23h08 | 27° | -0.66° | 15° |
| 13 | | 2h36 | 29° | -0.58° | 19° |
| 17 | | 0h02 | 33° | -0.53° | 23° |
| 23 | | 3h41 | 35° | -0.41° | 29° |
| 29 | | 23h44 | 39° | -0.32° | 35° |
| 1 | nov. | 1h18 | 40° | -0.30° | 37° |
| 8 | | 0h30 | 45° | -0.13° | 45° |
| 11 | | 21h23 | 47° | -0.07° | 48° |
| 17 | | 22h34 | 50° | +0.03° | 54° |
| 22 | | 21h43 | 52° | +0.12° | 60° |
| 29 | | 21h31 | 57° | +0.23° | 66° |
| 6 | déc. | 20h53 | 60° | +0.38° | 72° |
| 17 | | 19h38 | 65° | +0.50° | 85° |
| 24 | | 19h36 | 70° | +0.65° | 92° |
| 4 | jan. | 23h27 | 77° | +0.83° | 14° |
| 9 | | 20h15 | 80° | +0.90° | 109° |
| 14 | | 20h22 | 82° | +1.00° | 114° |
| 17 | | 22h31 | 83° | +1.02° | 117° |
| 23 | | 19h25 | 86° | +1.10° | 123° |

Nous avons relevé sur le site de l'IMCCE les positions héliocentriques de Mars et de la Terre (voir l'article de Ph. Merlin dans le CC116).

Les plus subtils penseront qu'il est inutile de porter la latitude héliocentrique de la Terre, car elle doit être zéro puisque la Terre circule dans le plan de l'écliptique. Pourtant, quand on consulte les tables, on s'aperçoit que ce n'est pas toujours exactement zéro !!!! Mystère. La réponse vous sera donnée en fin d'article (il faut bien tenir le lecteur éveillé avec un peu de suspense). Nous négligerons ce petit décalage.

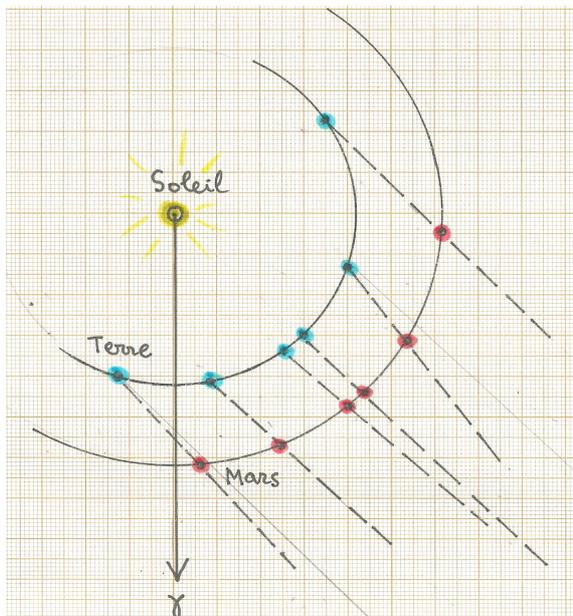


Figure 5 : Positions respectives du Soleil de la Terre et de Mars pour quelques dates remarquables (on rappelle que la distance Soleil-Mars est 1,5 fois la distance Soleil-Terre).

Portons dans le plan de l'écliptique (Fig. 5) les positions respectives du Soleil, de la Terre et de Mars pour quelques dates remarquables (4 sept. 2005 ; 3 oct. 2005 ; 1 nov. 2005 ; 8 nov. 2005 ; 6 déc. 2005 ; 23 jan. 2006). Notons les changements de direction de Mars, vus depuis la Terre. L'amplitude totale de ces changements est d'environ 12 degrés. Le mouvement de va-et-vient se produit sur une période d'environ 142 jours (entre le 4 septembre 2005 et le 23 janvier 2006). L'opposition (Mars à l'opposé du Soleil) se produit autour du 8 novembre 2005, soit environ 65 jours après le premier point du 4 septembre. Ces valeurs numériques sont importantes, car elles nous permettront de faire une modélisation réaliste pour expliquer plus précisément le phénomène par le calcul. En particulier, nous voudrions comprendre

pourquoi Mars décrit tantôt des zigzags et tantôt des boucles.

Pour cela, nous allons essayer de modéliser le mouvement apparent, à la fois dans le plan de l'écliptique (mouvement en x) et perpendiculairement à ce plan (mouvement en y). La combinaison de ces deux mouvements devrait recréer l'aspect observé.

Modélisation du mouvement en x

A partir des deux figures précédentes, nous pouvons obtenir les directions angulaires x en fonction du temps. Les valeurs commencent par croître, atteignent un maximum à partir duquel elles décroissent jusqu'à une valeur minimum et recommencent à croître. La partie qui concerne le va-et-vient, entre le 4 septembre et le 23 janvier, dure environ 142 jours. L'amplitude est d'environ 6 degrés ($12/2$). Une représentation sinusoïdale conduit à l'équation :

$$x = 6 \sin \left[\frac{2\pi}{142} (t - \varphi_x) \right]$$

La constante φ_x fixe arbitrairement l'origine du temps t . On a $x=0$ quand $t=\varphi_x$. Notons que t et φ_x sont mesurés en jours et x en degrés.

Nous venons de modéliser la partie "va-et-vient". Avant ou après, nous supposons que la trajectoire de Mars se poursuit selon une courbe simple, x croissant linéairement avec le temps.

Une petite remarque s'impose. La rétrogradation de Mars se produit toujours près d'une opposition. Nous prendrons donc comme moment central du phénomène le temps $t=\varphi_x+142/2$.

Une autre remarque nous sera utile. Le fait d'avoir utilisé $t=\varphi_x$ comme origine des x , nous laisse la liberté de fixer $t=0$ pour l'origine du mouvement en y . Dit autrement, φ_x mesurera le décalage en temps entre l'origine du mouvement en x et en y . C'est le déphasage entre ces deux mouvements.

Modélisation du mouvement en y

Il nous faut décrire le mouvement de Mars de part et d'autre du plan de l'écliptique. Tout d'abord, posons-nous la question "Pourquoi Mars n'est-elle pas toujours dans le plan de

l'écliptique ?". La réponse est simple. C'est que le plan de l'orbite de Mars fait un angle de $1,8^\circ$ avec le plan de l'écliptique¹.

On comprend que, depuis la Terre, Mars soit vu tantôt au-dessus, tantôt au-dessous du plan. Comment modéliser la variation de l'angle apparent y ? Tel est notre problème.

Vu du Soleil, ce mouvement est bien représenté par une sinusoïde si on néglige l'excentricité de l'orbite de Mars. La période sidérale de Mars mesurée étant de 687 jours, l'équation est la suivante :

$$y' = 1,8 \sin\left(\frac{2\pi}{687}(t - \varphi_y)\right) \quad (1)$$

La constante φ_y fixe arbitrairement l'origine du temps t . Avec une telle équation l'origine $y'=0$ est pour $t=\varphi_y$, quand Mars passe dans le plan de l'écliptique ($y'=0$) en allant vers des valeurs croissantes de y (nœud ascendant). Quelle sera l'équation de ce mouvement vertical, vu de la Terre ?

Désignons par y la hauteur apparente de Mars au-dessus de l'écliptique, vu depuis la Terre. Il nous faut trouver la relation entre y' et y .

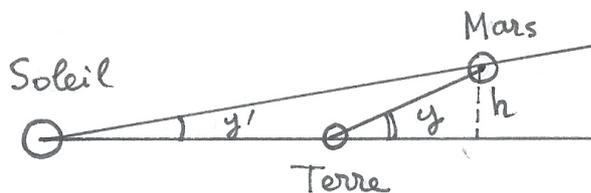


Figure 6 : Calcul de y en fonction de y'

Nous allons faire une approximation un peu hardie. Nous allons supposer que, pendant la rétrogradation, la distance Terre-Mars ne varie pas beaucoup par rapport à la valeur qu'elle a au moment précis de l'opposition. Sur la figure 1, nous voyons que cette hypothèse est

¹ On se demandait pourquoi la latitude héliocentrique de la Terre n'est pas toujours nulle, comme le suggérerait la définition même de l'écliptique. La raison est que l'écliptique est le plan de l'orbite du couple Terre-Lune et non pas le plan de l'orbite de la Terre seule... subtilité astronomique !

raisonnablement bien vérifiée. Nous verrons plus tard comment nous affranchir de cette approximation au prix de calculs plus complexes.

Plaçons-nous donc au moment de l'opposition (Figure 6).

On voit que la hauteur vraie (en unité de longueur) de Mars au-dessus de l'écliptique peut s'exprimer de deux façons différentes (a_M est la distance Mars-Soleil) :

$$h = a_M \sin y' = a_{TM} \sin y$$

Notre hypothèse simplificatrice nous dit que $a_{TM} \approx a_M - a_T$ (a_T est la distance Terre Soleil). Les angles étant faibles, nous pouvons confondre les sinus et les angles exprimés en radians :

$$y = \frac{a_M y'}{a_{TM}} = \frac{a_M y'}{a_M - a_T}$$

Sachant que le rapport : $a_M / a_T \approx 1,5$, nous sommes en mesure de donner l'expression approximative de y à partir de l'expression (1) :

$$y = (3 \times 1,8) \sin\left(\frac{2\pi}{687}(t - \varphi_y)\right) = 5,4 \sin\left(\frac{2\pi}{687}(t - \varphi_y)\right)$$

Origine des temps

Dans les équations donnant x et y , le temps t a une origine arbitraire fixée par les constantes φ_x et φ_y , pour respectivement x et y . Comment trouver ces deux constantes ? Nous pouvons fixer arbitrairement l'une des constantes, par exemple φ_x . Nous choisissons par exemple le moment où Mars est à l'opposition, c'est-à-dire au jour $t=65$ jours. Nous poserons donc : $\varphi_x = 65$ jours. La deuxième constante dépend de la position du nœud ascendant de Mars par rapport à la date de l'opposition. D'une rétrogradation à l'autre la valeur peut être très différente et c'est ainsi que s'expliqueront les différentes figures de la rétrogradation de Mars. C'est ce que nous allons voir à l'aide d'un tableur.

Représentation avec un tableur

Nous allons dessiner la courbe décrite par la planète Mars à l'aide d'un tableur. La feuille de calcul est construite de la manière suivante.

La première colonne sera le temps t en jour, variant de 1 à 142 (c'est la durée du phénomène de va-et-vient en x).

La deuxième colonne sera la variation de x représentée par la fonction :

$$x = 6 \sin \left[\frac{2\pi}{142} (t - 65) \right]$$

La troisième colonne sera la variation de y représentée pour une valeur arbitraire de φ_y , lue dans une case quelconque du tableur (par exemple D1).

$$y = 5,4 \sin \left(\frac{2\pi}{687} (t - \varphi_y) \right)$$

On peut faire le graphe $y=f(x)$ et l'afficher sur la feuille de calcul. Si nous prenons $\varphi_y=240$ jours nous obtenons la figure ci-dessous (Fig. 7). C'est le cas où Mars décrit une boucle.

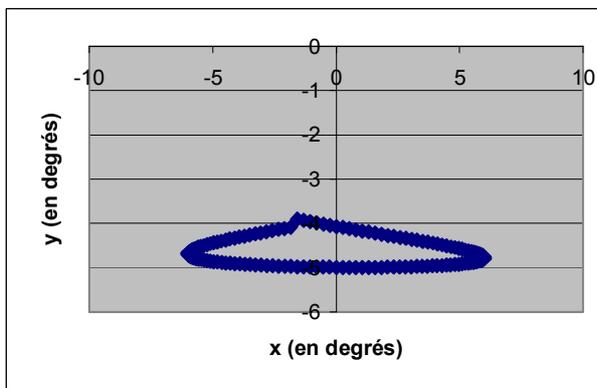


Figure 7 : Trajectoire de Mars sur le ciel lors d'une rétrogradation.

Reste une dernière chose à faire. C'est d'appliquer la méthode à la rétrogradation observée pour voir si nous reproduisons à peu près ce que nous avons observé grâce aux magnifiques photos du CLEA (et de J.M. Vienney en particulier). Si nous consultons le tableau des données nous constatons que le nœud ascendant (cas où la latitude de Mars passe de valeurs négatives à des valeurs

positives) se situe très près de la date de l'opposition, entre le 11 et le 17 novembre 2005, soit 5 jours environ après la date de l'opposition. Nous prendrons donc $\varphi_y=70$ jours. La représentation de la trajectoire de Mars est alors la suivante (Fig. 8) :

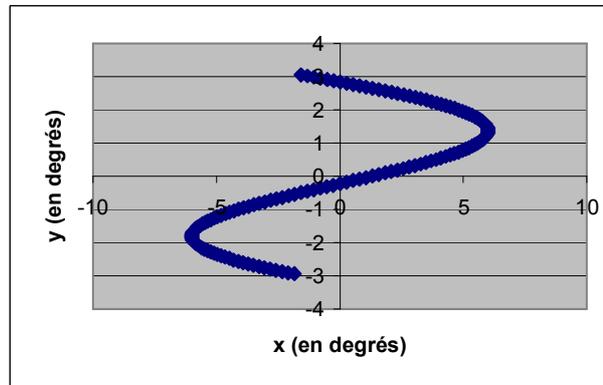


Figure 8 : Trajectoire de Mars sur le ciel lors de la rétrogradation observée.

Ce qui est assez conforme à ce que nous avons observé (la courbe est décrite de bas en haut).

Réponse à la question piège :

Pourquoi la latitude héliocentrique de la Terre n'est pas exactement zéro ?

La réponse est donnée dans la note au bas de la page précédente.

■

École d'Été d'Astronomie du CLEA en 2007

Ce TP sur la rétrogradation de Mars a été présenté lors de la dernière école d'été du CLEA. A ce propos, pensez à réserver dans votre agenda les dates de la prochaine École d'Été :

du 17 au 24 août 2007.

Sur notre site :

<http://clea-astro.eu>

vous trouverez les informations pour vous inscrire.