# AVEC NOS ÉLEVÈS

# Calcul de la distance de la Lune par une mesure de parallaxe

Pierre Causeret, Académie de Dijon

**Résumé :** Voici deux photos de la Lune en croissant avec Mars à gauche. Elles ont été prises le même jour à la même heure depuis deux villes éloignées, la première en Bourgogne, la deuxième en Provence. On peut en déduire la distance de la Lune. Le calcul est un peu long mais peut être fait avec des élèves de collège (à partir de la 4ème) ou de lycée.



Photo Francis Berthomieu



Photo Pierre Causeret

#### Les données:

Ces deux photos ont été prises le 12 décembre 1999 à 18h TU, la première depuis Lorgues dans le Var et la deuxième depuis Esbarres en Côte d'Or.

La planète Mars est visible à gauche sur la photo.

Coordonnées de Lorgues : 6,32° Est ; 43,48° Nord

Coordonnées d'Esbarres : 5,22° Est ; 47,10° Nord

A 18h TU (au moment de la photo)

à Esbarres :

Hauteur de la Lune : 15° Azimut : 40° (à l'ouest du sud)

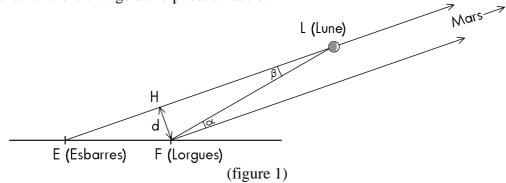
Diamètre apparent de la Lune :

0.5°

# Le principe :

Si vous placez votre pouce devant vous, bras tendu, et que vous l'observez avec l'oeil droit puis l'oeil gauche, vous le verrez se déplacer par rapport aux objets plus lointains. C'est le principe de la

vision en relief. En remplaçant le pouce par la Lune et en prenant Mars comme objet lointain, on retrouve la situation du problème ci-dessus et on comprend pourquoi les positions respectives de Mars et de la Lune ont changé d'une photo à l'autre.



Sur le schéma, on a placé Esbarres, la Lune et Mars parfaitement alignés pour simplifier, mais ce n'est pas obligatoire. Ce qui nous intéresse, c'est le déplacement de la Lune par rapport au fond du ciel lorsque l'on passe de E à F. La planète Mars est supposée très lointaine et indique la position du fond.

Si l'on veut passer au quantitatif et calculer la distance de la Lune, que faut-il connaître ? La distance d, que l'on peut définir comme la distance du point F à la droite (EL), ainsi que l'angle  $\beta$  qui est égal à  $\alpha$  si l'on suppose Mars à l'infini (ce jour-là, la planète Mars était à 260 millions de km soit 650 fois la distance de la Lune).

Étant donné le matériel utilisé et la faible distance de la base, on peut espérer trouver un bon ordre de grandeur et non une valeur précise. On pourra donc utiliser des méthodes approximatives.

#### Mesure de d

Coordonnées de Lorgues :  $6,32^{\circ}$  Est ;  $43,48^{\circ}$  Nord. Coordonnées d'Esbarres :  $5,22^{\circ}$  Est ;  $47,10^{\circ}$  Nord

Hauteur de la Lune : 15° Azimut : 40°

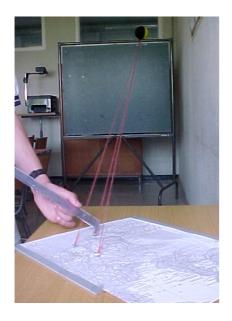
Ces données doivent permettre de calculer d. Pour simplifier, on peut considérer que la Terre est plate d'Esbarres à Lorgues, ce qui n'introduit pas une erreur énorme.

#### Première méthode (niveau collège)

Le plus simple est de réaliser une petite maquette permettant de mesurer directement la distance cherchée. C'est la méthode que les élèves de quatrième ont utilisée.

Sur une carte de France sur laquelle étaient notés quelques parallèles et méridiens, ils ont positionné Esbarres et Lorgues grâce à leurs coordonnées.





Ils ont ensuite placé la Lune avec un azimut de 40° et une hauteur de 15°. Il a suffi alors de mesurer la distance d.

La simple manipulation des échelles et des proportions n'a pas toujours été facile pour eux.

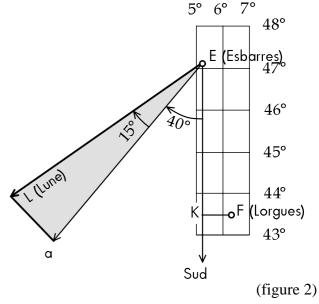
Ce groupe d'élèves a trouvé 290 km (valeur un peu faible comme on le verra plus loin).

On peut remarquer sur les photos trois lieux et trois brins de laine car nous avons aussi utilisé une photo prise depuis Tarrega à proximité de Barcelone. Malheureusement, la distance d obtenue entre Tarrega et Esbarres ou entre Tarrega et Lorgues est presque deux fois plus faible étant donnée la position de la Lune ce soir-là, ce qui fait perdre beaucoup de précision.

Vous pouvez refaire simplement la mesure de d à partir de ce plan simplifié (avec des méridiens parallèles). Pour trouver l'échelle, on sait qu'un écart de 1° en latitude correspond à 111 km (40 000 / 360)

On découpe les deux côtés épais de la partie grisée, on plie suivant [Ea) et on obtient la direction de la Lune observée depuis Esbarres. Il suffit ensuite de mesurer la distance d de F à (EL).

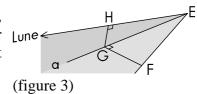
On obtient environ 320 km.



#### Deuxième méthode (niveau lycée)

On suppose toujours la Terre plate au moins dans la région qui nous intéresse mais on fait des calculs au lieu de mesurer.

On part de la même maquette que ci-dessus sur laquelle on a rajouté G, le projeté orthogonal de F sur (Ea) et H le projeté orthogonal de G sur Lune (EL). Une fois la maquette pliée, le plan horizontal (EFG) est perpendiculaire au plan vertical (EHG).



(GF) est perpendiculaire au plan (EGH) donc à (EH).

La droite (EH) est perpendiculaire à (GF) et à (GH) (donnée), elle est donc perpendiculaire au plan GFH et donc à (HF). Le triangle EFH est alors rectangle en H (on retrouve le théorème des trois perpendiculaires).

Calculs (voir figures 2 et 3):

On prend 111 km par degré de latitude (40 000 km/360) et 78 km par degré de longitude (111.cos45°), ce qui est une moyenne (la mesure d'un degré de longitude est plus grande à l'équateur que vers les pôles).

On peut calculer EF avec le théorème de Pythagore dans EKF (411 km), puis déterminer les angles KEF (12°), FEG (40°+12°=52°), EG (EF.cos(FEG)  $\approx$  253), EH (EG.cos(GEH)  $\approx$  244) et enfin HF avec le théorème de Pythagore dans HEF. On trouve environ 330 km.

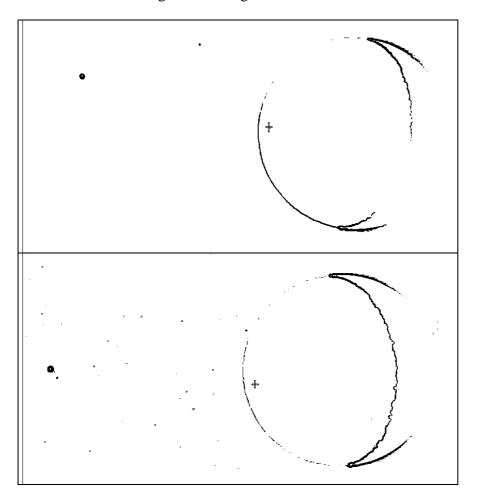
#### Troisième méthode

Il est possible de faire ces calculs en tenant compte de la sphéricité de la Terre mais la difficulté est nettement plus importante...

#### Mesure de $\alpha$

Observée depuis Esbarres puis Lorgues, on voit la Lune se déplacer par rapport à Mars. On peut tout aussi bien dire que Mars se déplace par rapport à la Lune.

Pour vérifier ce déplacement, il suffit de superposer les deux photos. Mais il n'est pas évident d'orienter la Lune. Heureusement, quelques détails sont visibles sur le côté de la Lune dans la nuit. On a marqué d'une croix le cratère Grimaldi, sorte de cuvette sombre de 200 km de diamètre puis on a détouré la Lune grâce à un logiciel de dessin.



On décalque la première photo et on pose le calque sur la deuxième en essayant de faire coïncider le mieux possible la Lune et Grimaldi. On mesure ensuite le déplacement de Mars et on trouve

environ le dixième du diamètre de la Lune. On sait que le diamètre apparent de la Lune est  $0.5^{\circ}$ , le déplacement de Mars est donc de  $0.05^{\circ}$ .

### La distance de la Lune

On effectue les calculs avec d = 330 km et  $\alpha = 0.05^{\circ}$ .

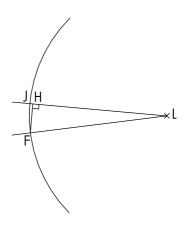
# Première méthode (niveau collège et sans trigo)

On trace le cercle de centre L passant par F. Il coupe (LH) en J. La longueur de l'arc FJ est très proche de celle du segment [FH].  $0.05^{\circ} \rightarrow \text{Arc FJ de } 330 \text{ km}$ 

 $360^{\circ} \rightarrow \text{Cercle complet}: 360/0,05x330 \approx 2\ 376\ 000$ 

On trouve ensuite le rayon du cercle

 $2\,376\,000\,/\,2\pi \approx 380\,000\,\mathrm{km}$ 



#### Deuxième méthode

Avec le sinus de l'angle FLH, on trouve le même résultat.

## Troisième méthode (analogue à la première)

On transforme l'angle en radians et l'on a ensuite directement FL

# Conclusion

Les éphémérides donnaient comme distance de la Lune 400 000 km le 12 décembre. On trouve ici 380 000 km. C'est un bon ordre de grandeur.



C'est beau! Dommage que ce soit si loin!