

REMUE MENINGES

Sommes nous sûrs de nos connaissances en mathématiques ?

Attention la lecture de cet article peut se révéler dangereuse. Nous vous recommandons la plus grande attention. Les connaissances mathématiques requises sont du niveau de terminale S, voire un peu au-delà. Mais vous allez voir qu'il y a de quoi ébranler les certitudes des plus savants.

Rappelons tout d'abord les expressions qui font entrer les plus belles constantes mathématiques (i étant le nombre imaginaire tel que $i^2 = -1$):

$$e^{i\pi} = -1, \text{ et de même } e^{2i\pi} = 1.$$

(Pour que l'expression soit encore plus belle on l'écrit parfois : $e^{i\pi} + 1 = 0$, dite formule d'Euler).

On se demande alors à quoi est égale la forme plus générale : e^{ix} ? Voici une démonstration en trompe l'œil fort troublante :

$$\begin{aligned} e^{ix} &= e^{2i\pi x/2\pi} \\ e^{ix} &= (e^{2i\pi})^{x/2\pi} \\ e^{ix} &= (1)^{x/2\pi} \end{aligned}$$

d'où : $e^{ix} = 1$, pour toute valeur de x .

Ce résultat semble contredire la première relation que nous donnions en introduction (et qui est correcte). Où est donc l'erreur ? La solution de cette énigme est donnée au bas de la dernière page de ce numéro.

Pour vous consoler si vous ne trouvez pas, voici une approximation facile à vérifier avec une calculatrice et qui est correcte au milliardième près :

$$\pi \approx \sqrt[4]{\frac{2143}{22}}$$

G. et Ph. Paturel, B. Rutily

■

LECTURE POUR LA MARQUISE

L'univers exploré, peu à peu expliqué

Jean-Claude Pecker, éd. Odile Jacob, sciences, ISBN 2-7381-1188-2

Jean-Claude Pecker, membre de l'Institut et professeur honoraire au Collège de France est aussi un vulgarisateur remarquable. Le propos de ce nouveau livre se veut modeste ; il ne l'est pas. Au contraire il fourmille de références précises et de réflexions pertinentes sur la lente élaboration du savoir sur l'Univers. Le premier chapitre s'intitule l'Univers contemplé par quarante siècles. Tout au long de l'ouvrage on découvre comment l'homme est passé du mythe à l'explication rationnelle et scientifique, guidée par les faits. Cette partie, développée dans les six premiers chapitres, enchantera à la fois les historiens et les philosophes et les scientifiques passionnés d'épistémologie astronomique et astrophysique.

Les trois derniers chapitres présentent la cosmologie moderne, née réellement avec les théories relativistes. Jean-Claude Pecker, avec son ouverture d'esprit habituelle, s'attache à prendre du recul sur la théorie standard. Il présente les idées les plus originales et jette un œil critique sur le "Big-Bang" classique, sans sortir du cadre rationnel que la science vraie impose. Cette dernière partie devrait alimenter les réflexions des étudiants, des chercheurs et de tous les hommes cultivés qui souhaitent réfléchir sagement à ce qu'est notre univers, sans subir la pression de dogmatismes toujours vivaces.

Ce livre pourrait servir de préambule au livre de J.V. Narlikar, présenté ci-après. Rappelons que J.C Pecker, en invitant J.V. Narlikar au Collège de France, a organisé en 2004 une série de conférences, qui s'est conclue par un stimulant colloque, "Facts and Problems".

G.P.