ARTICLE DE FOND

Le pendule de Foucault : la physique du phénomène, en images

G. Paturel, Observatoire de Lyon

Dans un article précédent (CC 98) nous avons vu la réalisation d'un pendule de Foucault, entretenu électriquement par la méthode du Pr. Charron. Nous allons aujourd'hui nous intéresser à la physique du phénomène, et ce, en images. La rotation du plan d'oscillation du pendule s'explique par l'accélération dite de Coriolis. L'origine de cette accélération a la réputation d'être difficile à comprendre sans le secours d'équations compliquées. Nous espérons montrer que le phénomène peut être compris assez simplement, en quelques images. Nous sacrifierons donc un peu la rigueur mathématique, mais essayerons de ne pas dénaturer la physique du phénomène.

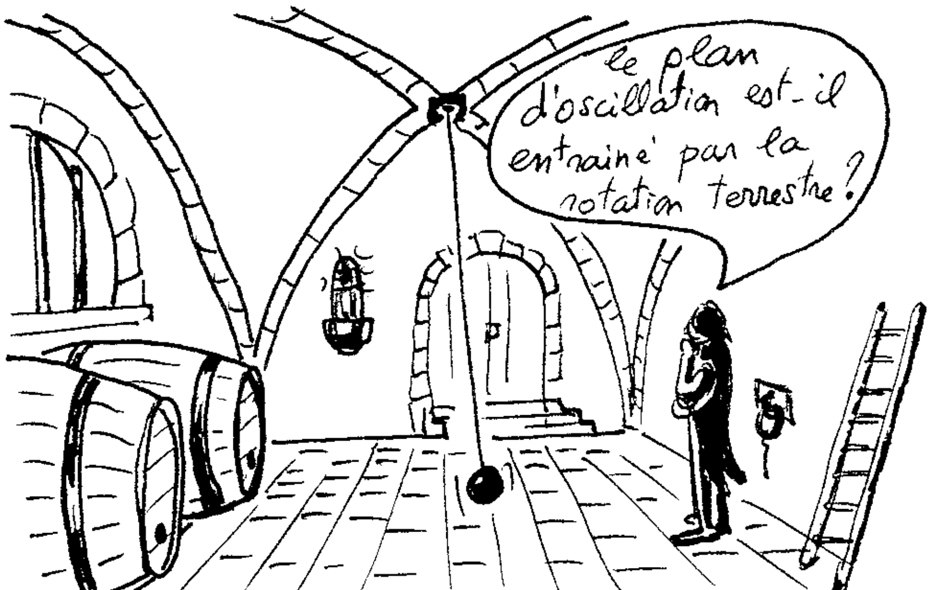


IMAGE 1 : Foucault a réalisé la première expérience de son pendule, dans sa cave, en 1851. Son pendule n'avait que deux mètres de haut (une belle cave, tout de même !). La masse pendulaire était une sphère de 5 kilogrammes. Je reproduis une partie du texte original. Vous allez voir que ce texte ne manque pas d'une certaine saveur surannée.

Puis pour l'écarter [la sphère] de sa position d'équilibre, on l'embrasse dans une anse de fil organique dont l'extrémité libre est attachée à un point fixe pris sur la muraille, à une faible hauteur au-dessus du sol. ...Puis,... on brûle le fil organique en quelque point de sa longueur ; sa ténacité venant alors à faire défaut, il se rompt, l'anse qui circons - crivait la sphère tombe à terre, et le pendule, obéissant à la seule force de la gravité, entre en marche et fournit une longue suite d'oscillations dont le plan ne tarde pas à éprou - ver un déplacement sensible....

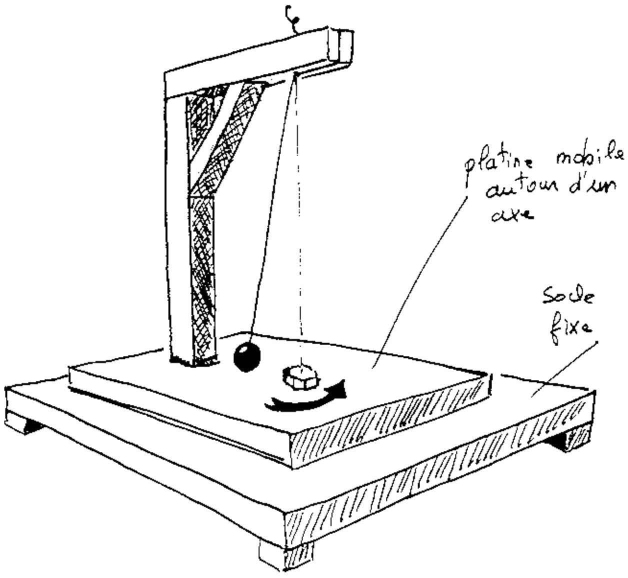


IMAGE 2 : Avant de faire la théorie, je vous conseille de réaliser le petit instrument décrit dans cette figure. C'est très simple et je vous garantis un effet très spectaculaire. Un petit pendule simple est tenu par une potence montée sur une platine mobile autour d'un axe, aligné avec le fil du pendule au repos. Lancez le pendule et faites tourner la platine autour de son axe. Vous verrez que le pendule oscille toujours dans le même plan.

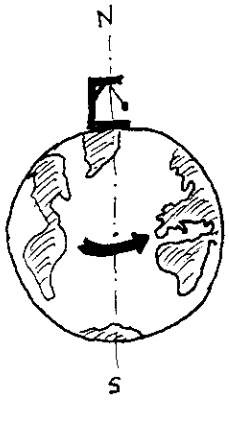


IMAGE 3 : Nous avons reproduit ainsi ce que nous aurions obtenu à un pôle terrestre, avec un pendule classique, la platine mobile étant constituée par la Terre elle-même.

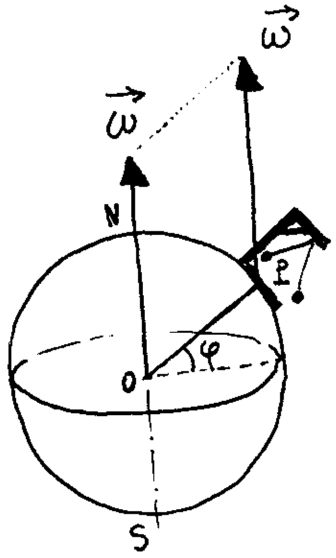


IMAGE 4 : En dehors du pôle le phénomène se complique. Supposons que nous installions notre pendule en un lieu (point P) de latitude φ. La rotation de la Terre peut se représenter par un vecteur **ω**. (nous adoptons pour le texte la notation anglo-saxonne qui veut que les vecteurs soient écrits en caractères gras).

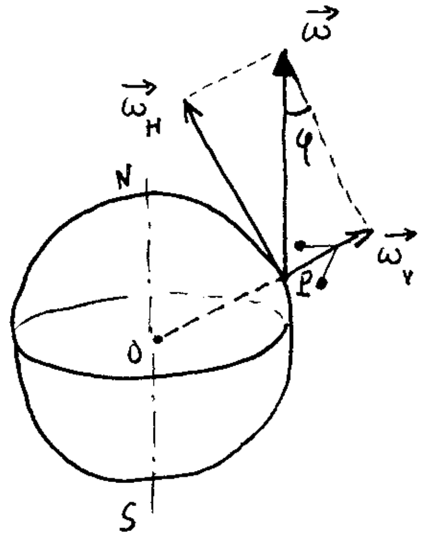


IMAGE 5 : En P le vecteur **ω** peut être vu comme la somme de deux vecteurs $\boldsymbol{\omega}_H$ et $\boldsymbol{\omega}_V$. Le pendule voit donc deux rotations. Quels sont les effets de ces deux rotations ?

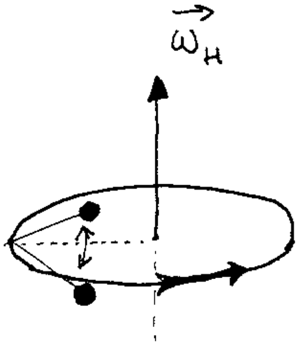


IMAGE 6 : La rotation dont le vecteur est horizontal peut affecter quelque peu la période d'oscillation, mais elle n'affecte pas la direction des oscillations.

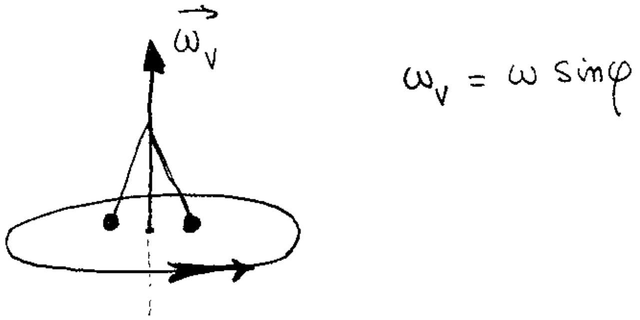
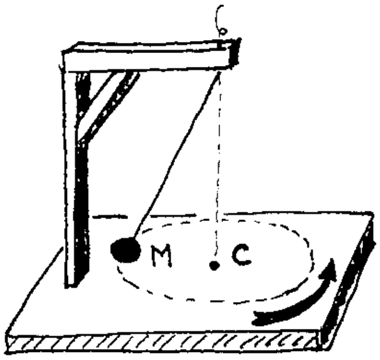


IMAGE 7 : La rotation de vecteur vertical est similaire à la rotation que verrait un pendule placé à un pôle terrestre, mais elle est plus faible puisque nous avons :
$|\boldsymbol{\omega}_V| = |\boldsymbol{\omega}| \sin\varphi$

La période de rotation étant reliée à la vitesse angulaire de rotation par $T = 2\pi / \omega$, on déduit aisément que la rotation du plan d'oscillation en P se fait en 24 h / $\sin\varphi$, soit environ 32 heures à Paris ($\varphi = 48{,}8°$).



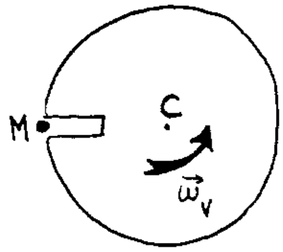


IMAGE 8 : L'étude du pendule au point P se ramène donc à l'étude au pôle, mais avec une vitesse de rotation plus lente. Pour aller plus avant dans la compréhension du phénomène, nous pouvons remarquer que le mouvement de la masse pendulaire (la sphère, quoi !) est celui d'un corps libre M attiré par un centre C, dans un système en rotation. Il serait équivalent d'étudier une masse M tombant dans un puits, sous l'effet de l'attraction de la Terre en rotation $\boldsymbol{\omega}_V$.

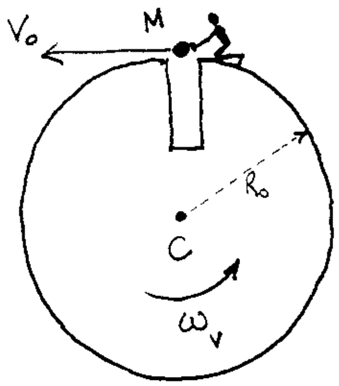


IMAGE 9 : Avant de laisser tomber la masse dans le puits, l'opérateur la maintient. Cette masse est donc assujettie à garder la même vitesse ($\mathbf{V_0}$) que la margelle du puits.

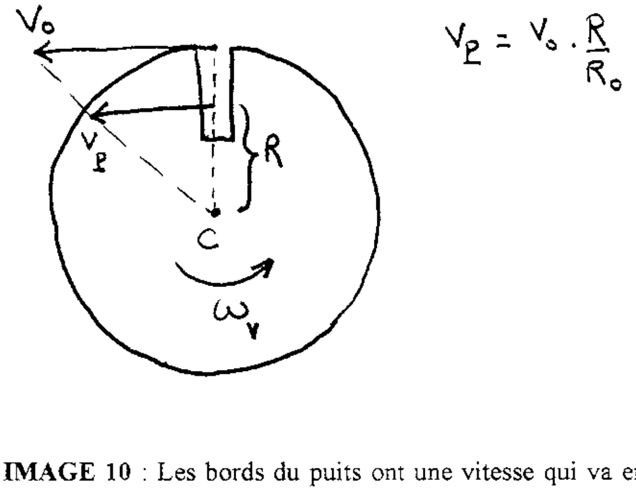


IMAGE 10 : Les bords du puits ont une vitesse qui va en diminuant au fur et à mesure que l'on se rapproche du centre

de la Terre. En effet, la vitesse angulaire est constante mais la distance au centre varie. La vitesse en un point quelconque P, à la distance R du centre, serait $V_P = V_0 \, R / R_0$. (R_0 étant le rayon de la Terre à l'équateur).
Donc, même si la masse M gardait la même vitesse horizontale Vo lors de sa chute, elle se déplacerait par rapport aux bords du puits et ne tomberait donc pas rigoureusement à la verticale. Mais est-ce que la masse en chute libre garde la même vitesse horizontale $\mathbf{V_0}$?

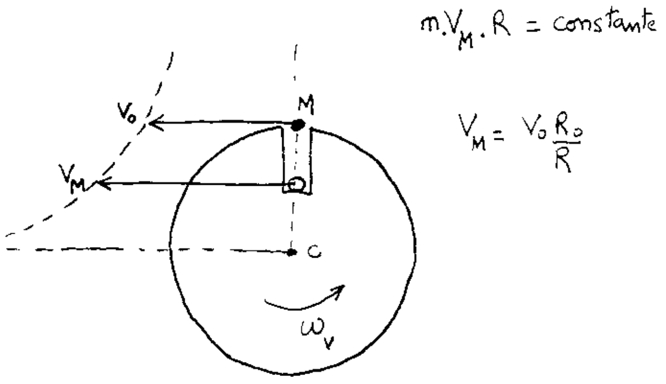


IMAGE 11 : La réponse est NON. Plus la masse s'approche du centre plus sa vitesse horizontale augmente.
C'est le résultat du principe de conservation du moment cinétique, qui dit que pour un corps en rotation la quantité $m \cdot \omega \cdot R^2 = m \cdot V \cdot R$ est constante.
C'est l'histoire du patineur qui se met à tourner plus vite quand il serre ses bras le long de son corps (m . R diminue donc V augmente pour maintenir m . V . R constant).
La vitesse horizontale de la masse M à une distance R du centre est $V_M = (V_0 \cdot R_0) / R$ (car $m \cdot V_M \cdot R = m \cdot V_0 \cdot R_0$)

"ENCADRE SAVANT" : On peut calculer la vitesse relative de la masse M par rapport aux bords du puits à une profondeur donnée R.
Cette vitesse est simplement : $\Delta V = V_M - V_P$

$$\Delta V = V_M - V_P = V_0 \left(\frac{R_0}{R} - \frac{R}{R_0}\right)$$

d'où l'accélération

$$|\gamma| = \left|\frac{\Delta V}{\Delta t}\right| = \left|\frac{\Delta V}{\Delta R} \times \frac{\Delta R}{\Delta t}\right| = V_0 \left(\frac{R_0}{R^2} + \frac{1}{R_0}\right) \cdot V_{chute}$$

$$|\gamma| = \left(\frac{R_0^2}{R^2} + 1\right) \cdot \frac{V_0}{R_0} \cdot V_{chute} = \left(\frac{R_0^2}{R^2} + 1\right) \cdot \omega_V \cdot V_{chute}$$

- quand $R = R_0$ alors $\gamma = \gamma_{coriolis} = 2 \cdot \omega_V \cdot V_{chute}$
- quand $R \sim R_0$ alors $\gamma \sim \gamma_{coriolis}$ (expérience du puits)
- Dans le cas du pendule de Foucault, on a $R \leq R_0$, il y a donc un excès ou un défaut d'accélération par rapport à $\gamma_{coriolis}$, selon le signe de V_{chute}. Il en résulte que M décrit une ellipse.

Les extrémités du grand axe de cette ellipse correspondent à $R = R_0$. Ce grand axe tourne donc bien sous l'effet d'une force de Coriolis
$F_C = M \cdot \gamma_{coriolis} = 2 \cdot M \cdot \omega_V \cdot V_{chute}$

N.B. : quand r tend vers 0, V_{chute} tend aussi vers 0 ; l'accélération ne devient pas infinie.

Le calcul fait dans l'encadré dit savant ci-dessus montre que l'accélération qui résulte de cette vitesse est :

$$\gamma = 2(\omega \wedge \mathbf{V_{chute}}).$$

C'est la fameuse accélération de Coriolis.

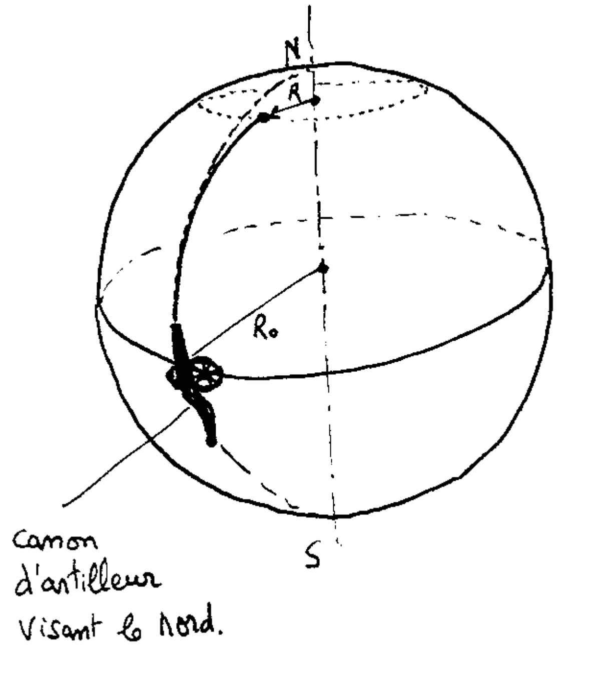


IMAGE 12 : Les conséquences de cette accélération étaient connues depuis longtemps. Les artilleurs avaient noté qu'un boulet de canon tiré vers le nord (dans l'hémisphère nord) déviait vers l'est. Ce phénomène s'explique si on réalise que le boulet, en montant vers le nord se rapproche de l'axe de rotation terrestre.

IMAGE 13 : Notez la finesse de la réflexion de l'artilleur qui cherche à se disculper en attribuant la faute au boulet.

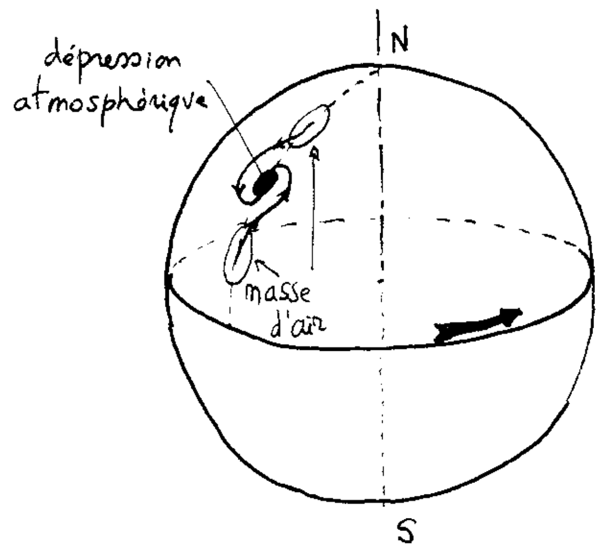


IMAGE 14 : Une dépression atmosphérique va attirer les masses d'air environnantes. Les masses venues du sud et montant vers le nord (toujours en se plaçant dans l'hémisphère nord) vont dévier vers l'est. En revanche les masses d'air qui descendent du nord vont dévier vers l'ouest. Les masses d'air vont donc toujours manquer leur but et s'enrouler en spirale.

Nous pouvons comprendre que les cyclones tournent dans le sens des aiguilles d'une montre dans l'hémisphère nord. Si vous avez compris le raisonnement, trouvez dans quel sens ils tournent dans l'hémisphère sud.

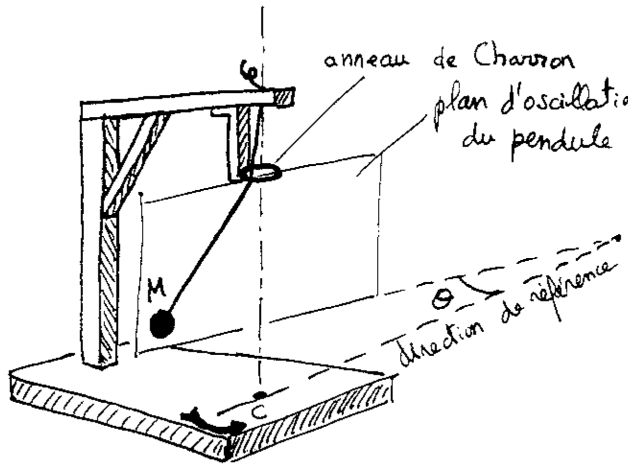


IMAGE 15 : Revenons sur le pendule de Foucault-Charron entretenu électriquement. L'anneau, que nous avions appelé l'anneau de Charron du nom de son inventeur, servait essentiellement à établir un contact électrique quand le pendule était hors de sa position d'équilibre. Un électro-aimant était alors excité qui ramenait le pendule vers le centre avec un petit surcroît d'énergie compensant les pertes dues, pour l'essentiel, à la résistance de l'air.

L'anneau de Charron joue aussi un rôle de stabilisation : les mouvements non radiaux disparaissent car le fil de suspension est freiné lors de son contact avec l'anneau. Les oscillations en forme d'ellipse, quasiment inévitables avec un petit pendule, deviennent de belles oscillations bien planes. Mais… , car il y a un Mais, quand le fil est en contact avec l'anneau, fût-ce une fraction de seconde, le pendule est alors solidaire de la Terre, et la rotation du plan d'oscillation est arrêtée pendant cette fraction de seconde (si le fil restait constamment solidaire de l'anneau, lui-même solidaire de la Terre, il n'y aurait pas de rotation du plan des oscillations). La rotation est donc ralentie. C'est bien ce que nous avons observé.

Le calcul de la fraction du temps où le pendule est réellement libre est très difficile à évaluer.

Pour pallier cet inconvénient nous avons réalisé un pendule, entretenu, mais complètement libre. Nous le décrirons dans un prochain article si les résultats sont satisfaisants.

■