

## ETUDE DES RETROGRADATIONS A L'AIDE D'UN GRAPHEUR

### Introduction:

Les logiciels traceurs de courbes - celui utilisé ici GRAPHIX est déjà ancien- sont des outils assez puissants d'une mise en œuvre **simple** et **directe**: ils permettent donc à l'élève de s'appuyer sur l'ordinateur de façon active et raisonnablement autonome, sans bases préalables pour résoudre des problèmes physiquement accessibles mais techniquement plus délicats.

La présente note donne un aperçu de leur utilisation dans le cadre de l'option SXP de 1<sup>ère</sup> lors de l'étude des rétrogradations. Il ne s'agit évidemment que d'un outil complémentaire, qui ne dispense en aucun cas d'« observations » (merci à D. Toussaint et au CLEA pour la série de diapos!), du travail sur calque(...) et de l'utilisation de logiciels plus spécifiques (CLEASTRO par exemple merci à J.P. Rosenthal) afin de **discuter les résultats obtenus**.

Hypothèses: Les trajectoires des planètes dans le référentiel héliocentrique  $\mathcal{R}_s$  seront supposées circulaires -centrées sur le Soleil-, coplanaires et parcourues uniformément ( période sidérale  $T_p$ , vitesse angulaire  $\omega_p$ ) dans le sens direct.

### 1-tracé des boucles de rétrogradation...

#### 1-1-mise en équation et tracé de la trajectoire de Mars dans le référentiel géocentrique $\mathcal{R}_g$ :

On supposera avoir à  $t=0$  la disposition de la figure 1 ( $T_0, M_0$ )

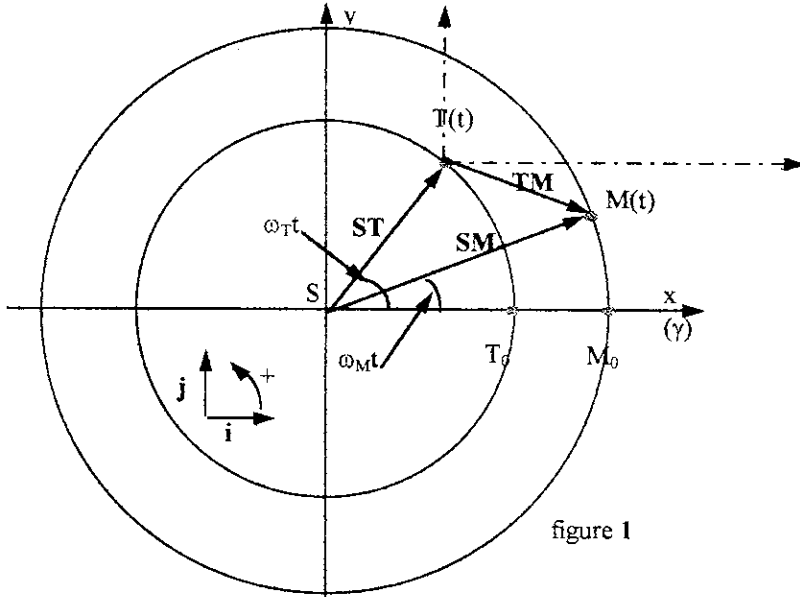


figure 1

Il vient dans  $\mathcal{R}_s$ :

$$\begin{aligned} \text{ST} \quad & \begin{cases} a_T \cos(\omega_T t) = a_T \cos\left(\frac{2\pi}{T_T} t\right) \\ a_T \sin(\omega_T t) = a_T \sin\left(\frac{2\pi}{T_T} t\right) \end{cases} \quad \|\text{ST}\| = a_T \\ \text{SM} \quad & \begin{cases} a_M \cos(\omega_M t) = a_M \cos\left(\frac{2\pi}{T_M} t\right) \\ a_M \sin(\omega_M t) = a_M \sin\left(\frac{2\pi}{T_M} t\right) \end{cases} \quad \|\text{SM}\| = a_M \end{aligned}$$

Par conséquent dans  $\mathcal{R}_g$  en remarquant que les vecteurs de base sont toujours  $\mathbf{i}$  et  $\mathbf{j}$ , il vient:

$$\text{TM} = \text{SM} - \text{ST} = \begin{cases} x_M = a_M \cos\left(\frac{2\pi}{T_M} t\right) - a_T \cos\left(\frac{2\pi}{T_T} t\right) \\ y_M = a_M \sin\left(\frac{2\pi}{T_M} t\right) - a_T \sin\left(\frac{2\pi}{T_T} t\right) \end{cases}$$

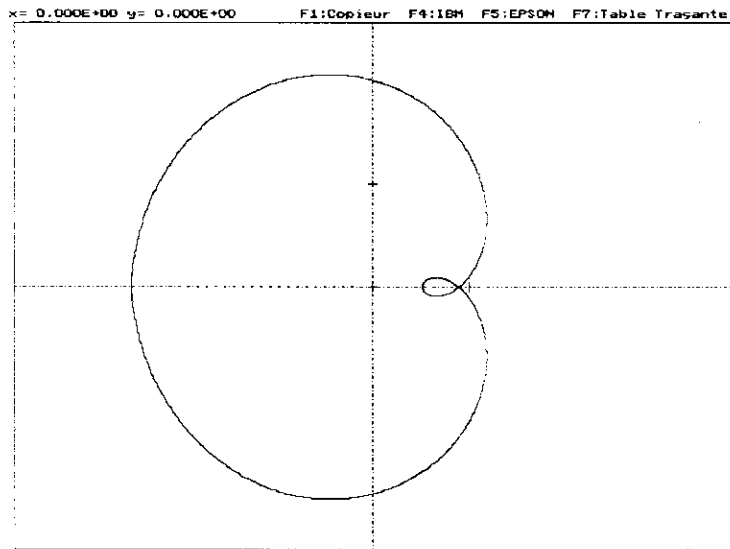
Il ne reste plus alors qu'à faire tracer la trajectoire par le traceur GRAPHIX.

remarque: on obtiendra facilement le tracé des trajectoires dans le référentiel héliocentrique; Ce peut-être une première étape intéressante pour les élèves...

aperçu de l'écran d'entrée des données ...figurent en gras les informations à fournir et les paramètres modifiables.

Courbe numéro: 1	18/26	C/B	Insertion	<b>Coordonnées Paramétriques</b>
Ensemble d'étude: [-360,+360]				
x(t)= 1.52*cos(2*pi*t/687)-cos(2*pi*t/365.25)				
y(t)= 1.52*sin(2*pi*t/687)-sin(2*pi*t/365.25)				
unités(cm)	Ox:3.5	Oy:3.5	couleur:1	trait:1 hachure:0 pas:1
Position de l'origine en cm à partir du coin en bas à gauche: xo= 13 yo=9				
Longueur des axes en cm: xpositif= 13 xnégatif= 13 ypositif= 9 ynégatif= 9				

et copie de l'écran graphique



**1-2-...et applications diverses:**

La méthode ayant été exposée on peut proposer le menu d'activité suivant ( à titre indicatif):

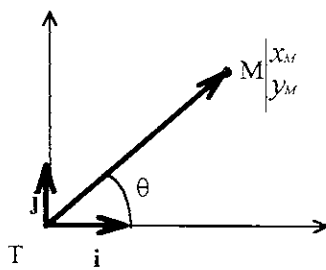
- 1- Les rétrogradations se reproduisent-t-elles toujours dans une même constellation?
- 2- Au bout de combien de temps une rétrogradation se produit-elle sensiblement au même «endroit»?

Interpréter la citation suivante :« Mars, Jupiter et Saturne ont le plus d'éclat lors de leur mouvement rétrograde, alors qu'elles sont en opposition avec le Soleil. **Toutefois, leur éclat maximum varie au cours de plusieurs années.** Cette variation d'éclat est la plus marquée chez Mars; la planète est plus brillante quand elle est en opposition avec le Soleil soit en août ou en septembre. » (Les mouvements célestes, série HPP) ( on sera amené à discuter les hypothèses de départ pour justifier de la variation d'éclat)

- 3- Examiner le cas d'une planète inférieure, Vénus par exemple
- 4- Où et quand se produira la prochaine rétrogradation?

**2- Détermination de la durée de la boucle de rétrogradation, des stations...**

**2-1 évaluation de la durée de la boucle de rétrogradation:**



Les hypothèses sont les mêmes qu'au 1.

On appelle  $\theta$  l'angle ( $i$ ,  $TM$ ).

Il vient alors pour  $\theta$  compris entre  $-90^\circ$  et  $+90^\circ(\dots)$ :

$$\tan(\theta) = \frac{y_M(t)}{x_M(t)} \text{ puis } (\dots) \quad \theta(t)(\text{en}^\circ) = (360/2\pi) \cdot \arctan\left(\frac{y_M(t)}{x_M(t)}\right)$$

Le tracé de  $\theta(t)$  se fait à l'aide de GRAPHIX et l'on interprète ...

Suivant la période de l'année on peut aussi tracer la fonction dérivée pour affiner l'évaluation des dates correspondant au maximum et au minimum de  $\theta(t)$ .

aperçu de l'écran d'entrée des données: tracé de  $\theta(t)$

remarque:  $x1 = x(t)$ ;  $y1 = y(t)$  (courbe 1 c.f. 1-1)

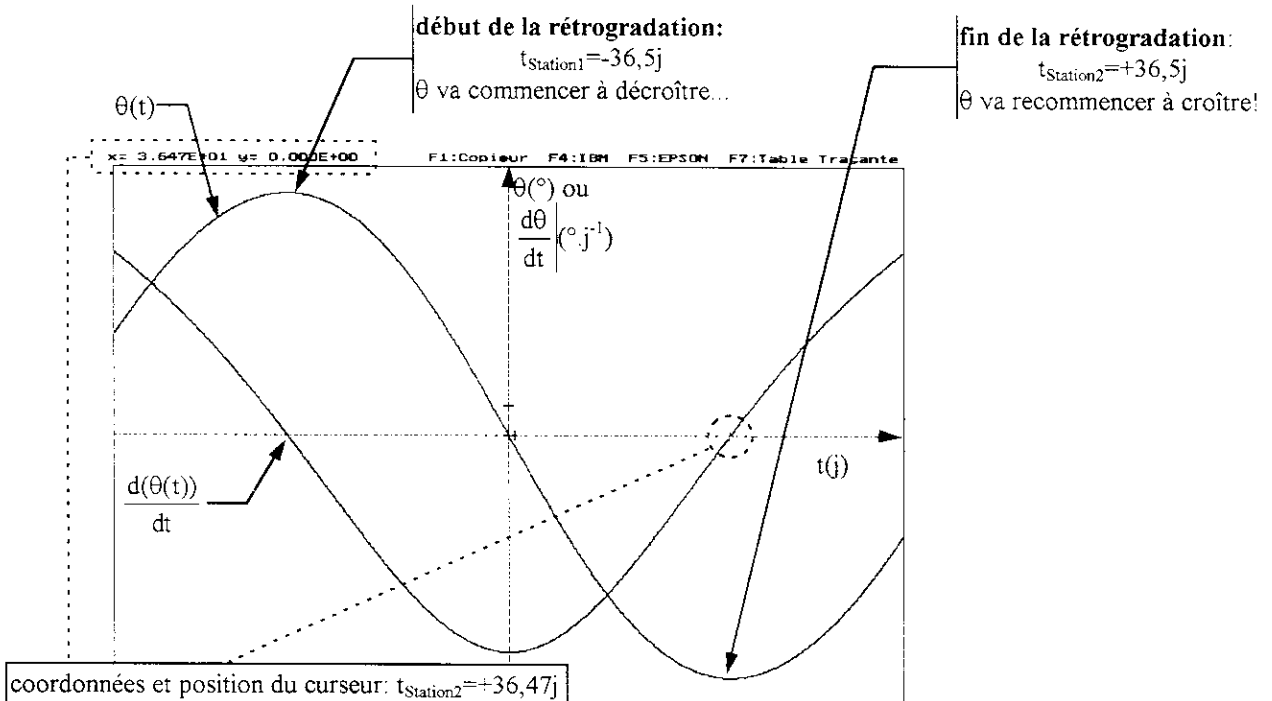
Courbe numéro: 2	18/26	C/B	Insertion	<b>Coordonnées Cartésiennes</b>
Ensemble d'étude: [-70,+70]				
y(t)= arctan(y1/x1)*360/(2*π)				

aperçu de l'écran d'entrée des données: tracé de  $\frac{d\theta}{dt}$

remarque:  $y_2 = y(t)$  (courbe 2 ci-dessus)

Courbe numéro: 3	18/26	C/B	Insertion	Coordonnées Cartésiennes
Ensemble d'étude: [-70,+70]				
$y(t) = \text{der}(y_2)$				

et commentaire de la copie d'écran obtenue lors du tracé



## 2-2 ...et applications diverses:

Comme précédemment on peut proposer un menu d'activité, par exemple:

- a- étude de la variation de la durée de rétrogradation d'une planète en fonction de son éloignement du Soleil
- b- adaptation à la situation de la rétrogradation de Mars dans le Taureau (hiver 1990-1991) (diapos CLEA)

présentation succincte du traitement du a

aperçu des écrans d'entrée des données:

Courbe numéro: 1	18/26	C/B	Insertion	Coordonnées Paramétriques
Ensemble d'étude: [-100,+100]				
$x(t) = (k/365)^{2/3} \cos(2\pi t/k) - \cos(2\pi t/365)$				
$y(t) = (k/365)^{2/3} \sin(2\pi t/k) - \sin(2\pi t/365)$				

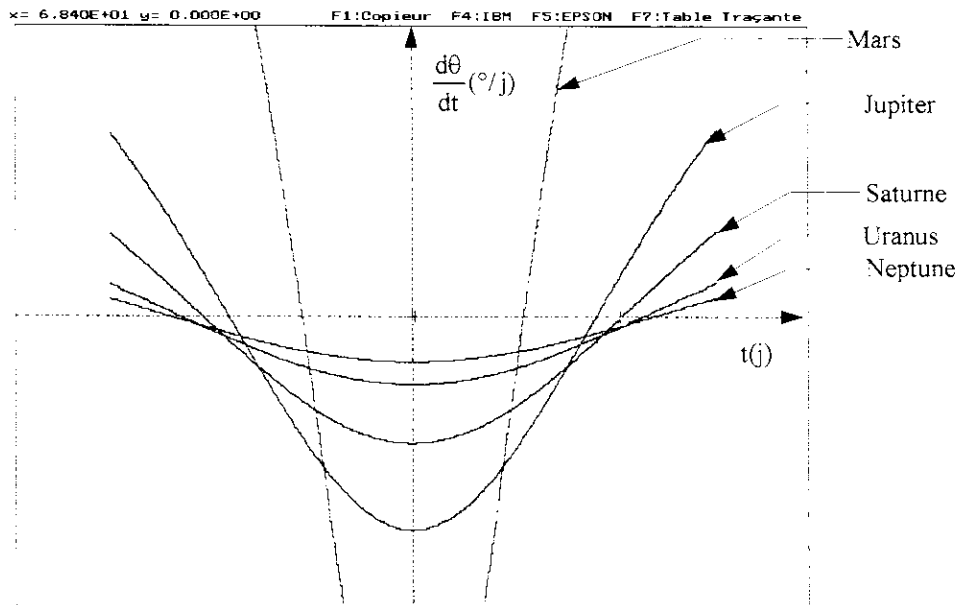
k 0= 687	k 5=	k 10=	k 15=	k 20=
k 1= 4330	k 6=	k 11=	k 16=	k 21=
k 2= 10735	k 7=	k 12=	k 17=	k 22=
k 3= 30667	k 8=	k 13=	k 18=	k 23=
k 4= 60148	k 9=	k 14=	k 19=	k 24=

les écrans relatifs aux courbes 2 et 3 sont identiques à ceux présentés au 2-1 ( Ensemble d'étude: [-100,+100])

commentaires: le paramètre k est la période de révolution sidérale en jour, liée au rayon de l'orbite en U.A. par Képler 3

écrite sous la forme  $\frac{a_p^3}{(T_p/365)^2} = \frac{(1U.A.)^3}{(1an)^2}$ ; On reconnaîtra dans l'ordre les périodes de révolution sidérale de Mars,

Jupiter, Saturne, Uranus, et Neptune (...). Les tracés de  $\frac{d\theta}{dt}$  conduisent à des durées de rétrogradation de 73j;121j;138j;153j;160j environ. La copie d'écran (courbe 3) est donnée ci-dessous:



**3- Complément: rétrogradation et composition des vecteurs-vitesses:**

Cette question abordée récemment dans les Cahiers (n°75- p 33 article de J.P. Rosenthiel) ne sera donc reprise en détail ici.

Pour Mars (par exemple), la composition des vecteurs-vitesses conduit à  $\mathbf{v}_M|_{R_G} = \mathbf{v}_M|_{R_S} + \underbrace{\mathbf{v}_{R_S R_G}}_{\text{i.e. } -\mathbf{v}_T|_{R_S}} \quad (1)$

Il est intéressant d'appliquer (1) lors d'une station, les résultats du 2-1 permettant de positionner les planètes sur leurs orbites:  $(\mathbf{i}, \mathbf{ST}) = \omega_T \cdot t_{\text{station1}}$  avec  $t_{\text{station1}} = -36,5j$ .

$$(\mathbf{i}, \mathbf{SM}) = \omega_M \cdot t_{\text{station1}}$$

La construction de  $\mathbf{v}_M(t_{\text{station1}})|_{R_G}$  montre que le vecteur-vitesse est radial (donc suivant la ligne de visée)... ce qui se traduit par un « arrêt » de la planète sur la voûte céleste. On pourra compléter cette étude par la construction de  $\mathbf{v}_M(t)|_{R_G}$  avant la première station puis après: la décomposition en composante radiale et orthoradiale étant également instructive...

Frédéric Besson