Un circuit olympique

Paul Perbost (Nice)

1 - Question d'un astronaute

On apprend que le projet *Arès*, dévoilé par **Les Cahiers Clairaut** (n°64, p.40) est en cours de réalisation. En effet sur la couverture du n°65, humoristiquement dessinée, on voit deux scaphandriers, probablement déposés depuis peu sur Mars, lever les bras au ciel, en signe d'accueil vers les nouveaux arrivants encapsulés dans une navette spatiale crachant le feu de toutes ses rétrofusées avant l'atterrissage sur l'aréodrome local. Affrètée par le CLEA dont elle porte fièrement la marque, elle amène sur la planète rouge une pléïade d'ingénieurs pacifiques de premier plan. Et depuis le "rebord escarpé" où il se tient, l'un des deux observateurs, à l'extrême droite du dessin, est particulièrement heureux de cette arrivée, car il sait qu'on lui apporte la solution d'un problème qui l'obsède. En effet, ce maniaque de géométrie demande, depuis plusieurs jours martiens, que la station de contrôle de la mission du CLEA veuille bien lui programmer un circuit spécial autour d'Olympus Mons, tel que seule la caldeira sommitale du gigantesque volcan, le plus grand de la planète, y émerge de l'horizon, dans la mesure du possible. On ne tiendra évidemment aucun compte de la réfraction en ces lieux où la pression atmosphérique au sol n'excède pas 6 millibars. Et pour témoigner sa reconnaissance anticipée aux membres de la mission, l'heureux géomètre a demandé au représentant martien de l'U.A.I. (Union Aréonomique Interplanétaire), la faveur de nommer l'éperon rocheux sur lequel il se tient, CLEALIS RUPES. Le petit homme vert, de l'Académie Martienne, a gentiment acquiescé, d'un geste de sa main fleurie. Il est d'ailleurs présent à l'atterrissage du vaisseau, à l'extrême gauche du dessin, pour l'accueil officiel.

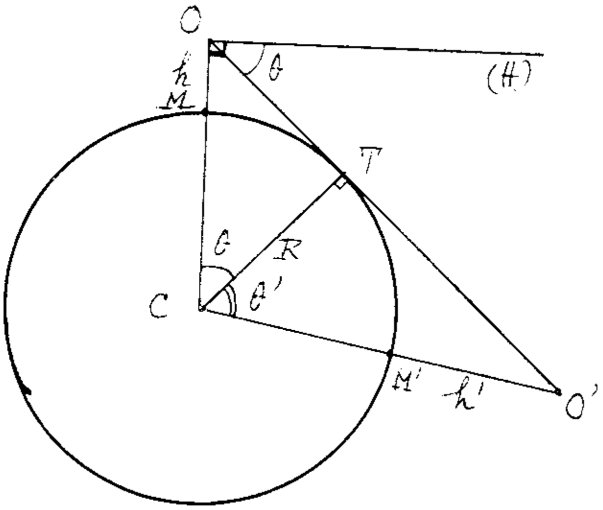
Pour résoudre son problème pointu, il connaît le rayon de Mars, que l'on peut arrondir à 3400 km, ce qui est normal pour un astre censé sphérique. De plus, il sait que l'altitude de CLEALIS RUPES est estimée à 200 m, tandis que celle de la colossale fournaise éteinte depuis deux cents millions de lustres culmine vertigineusement à 26 000 m (trois fois l'Himalaya !). Enfin, il se fie aux indications inscrites en "martien littéraire" sur le panneau fléché planté à sa gauche par une équipe d'aréodésiens experts, rompus à la technique du rayon vert, dont ces petits êtres détiennent le secret. Venant du grec *Arès*, Mars, et *daiein*, diviser, le mot aréodésien désigne ce que sur Terre nous appelons géodésiens. D'ailleurs, dans les lignes qui précèdent, on aura rencontré plusieurs néologismes sur ce nom de dieu. Les aréodésiens, donc, estiment à 440 km terrestres la distance de CLEALIS RUPES au sommet d'OLYMPUS MONS.

En essayant de reconstituer les calculs élaborés par quelque membre éminent de l'aréopage de la station de contrôle, non divulgués par la presse, l'auteur de ce bref compte-rendu ose croire que ses sens n'ont pas été par quelque mirage abusés. Qui sait, d'ailleurs, si malgré la ténuité de son atmosphère, Mars n'offre pas de telles fantasmagories aux hardis navigateurs qui osent s'aventurer dans son ciel éthéré ? Mais c'est une autre affaire. Revenons à la question du stationaute aréomètre. Il aura bien le temps, une fois sa mission accomplie, d'y réfléchir lui-même, dès son retour à sa base de départ, près de l'aéroport.

2. Réponse de la station de contrôle

a) Principe de la méthode - La question s'apparente à celle du calcul de la correction qu'il faut apporter à la mesure de la hauteur d'un astre lorsqu'on l'observe, par exemple du pont d'un navire avec un sextant : c'est la dépression, θ, des marins. Un traitement trigonométrique approprié, associé aux vertus des petits angles, en vient aisément à bout.

b) Etablissement de la formule générale - La figure représente la section de la sphère martienne, déterminée par les points C, M et M' désignant respectivement le centre de la planète et les pieds des verticales du spationaute O et du sommet du volcan O', d'altitudes h et h'.



La droite OTO' est tangente en T au grand cercle ainsi défini, de rayon R. Dans ces conditions, le sommet du volcan émerge exactement à l'horizon sensible de l'observateur, dans la direction de (OT), tandis que (H) est son horizon astronomique.

On voudrait connaître la distance OO'. Or celle-ci est peu différente de la longueur de l'arc MM', car les altitudes h et h' sont faibles relativement à R. Il suffit donc d'évaluer les angles au centre θ et θ' qui sont évidemment petits. Nous effectuons cette détermination par deux méthodes sensiblement indentiques sur le fond, sinon sur la forme.

1ère méthode - Le triangle TOC, rectangle en T, donne

$$CT = CO \cos\theta \text{ , ou } R = (R + h)\cos\theta \quad \text{d'où}$$

$$(1) \quad \cos\theta = \frac{R}{R+h} = \frac{1}{1 + h/R}$$

On en connaît les développements en série suivants :

$$\cos\theta = 1 - \frac{\theta^2}{2!} + \frac{\theta^4}{4!} + \ldots\ldots + (-1)^p\, \theta^{2p}/(2p)! + \cdots \quad (\theta \text{ en radians})$$

$$\frac{1}{1+x} = 1 - x + x^2 + \ldots + (-1)^p\, x^n + \ldots\ldots \quad (\text{valable pour } -1 < x < 1)$$

De telle sorte qu'en négligeant les puissances supérieures de θ et de h/R, de faibles valeurs, on puisse écrire avec une précision suffisante la relation (1) :

$$1 - \theta^2/2 = 1 - h/R$$

On en tire

(2) $\theta = \sqrt{(2h/R)}$ (θ en radians)

et de même pour θ'

2ème méthode - Reprenant l'égalité $R = (R + h) \cos \theta$, on trouve aisément

$$R = R + h - 2R \sin^2\theta/2 - 2h \sin^2\theta/2$$

Mais comme h est petit devant R, θ est lui-même petit et se confond avec $\sin \theta$; ainsi on peut négliger le dernier terme et il reste $h = 2R (\theta/2)^2$ qui redonne le résultat (2).

Finalement, on obtient la formule générale qui résout la question :

(3) $\text{arc } MM' = \theta + \theta' = \sqrt{(2h/R)} (\sqrt{h} + \sqrt{h'})$ (θ et θ' en radians)

c) Application à la question du spationaute - Rappelons les données du problème :

$R = 3\ 400\ 000$ m ; $h = 200$ m ; $h' = 26\ 000$ m

et traduisons le coefficient $\sqrt{(2/R)}$ en minutes de degré, soit $\sqrt{(2/R)} = 2',636631414...$

Or un angle au centre de 1' intercepte sur tout grand cercle de Mars un arc de longueur 989,0199095...m C'est le mille martien, défini comme le mille marin par nos navigateurs. En arrondissant ces flots de décimales inutiles, sortis tout droit d'une calculette généreuse mais bornée, on aura la longueur de l'arc MM' avec toute la précision souhaitable, en limitant la formule à sa partie utile, par exemple comme suit :

$\text{arc } MM' = 2,6366 (\sqrt{h} + \sqrt{h'}) \times 989,02$ (en mètres)

Ainsi à partir des données on trouve :

$$\text{arc } MM' = 457\ 348,6915 \text{ m}$$

et nous retiendrons pour réponse MM' = 457 km

3. Conclusion

Pour le scaphandrier, juché sur Clealis Rupes comme sur la passerelle d'un navire, la dépression de l'horizon en l'absence de réfraction a pour valeur $\theta = 2',6366 \sqrt{200} = 37',28$ donc son horizon sensible, c'est à dire la distance de visibilité d'un objet qui "flotterait" à l'altitude zéro sur quelque mer martienne environnante, s'étend à 37,2 milles martiens ce qui représente $d = 37,2 \times 0,989 = 36,7$ km.

D'autre part, il résulte de la formule générale que pour MM' = 440 km; la distance marquée sur le panneau fléché, et pour h = 200 m, la hauteur h' de la montagne cachée sous l'horizon vaudrait environ 23900 m, soit une différence de 2100 m avec l'altitude réelle du sommet de l'Olympe. Par conséquent, depuis son rocher initial, le scaphandrier apercevrait une bonne partie des zones élevées du volcan, mais certainement pas la totalité du massif. A ce point de vue, le dessin de la couverture, où l'on voit à gauche "les bords de la caldeira du volcan Olympus Mons, dépassant à peine de l'horizon", est donc tout à fait plausible.

Enfin, si l'astronaute obsédé de géométrie, s'obstinait à vouloir passer par tous les points de vue d'où il pourrait apercevoir juste le sommet du volcan, en conservant cependant l'altitude de son site d'atterrissage et si la réalisation de son idée devenait un point de fixation mentale, la station de contrôle ayant déjà pris la mesure de sa dépression, l'autoriserait évidemment à transférer sa cabine sur l'orbite adéquate. Mais il devrait y naviguer en jouant à saute mouton avec le relief, à 200 m au-dessus du sol et à 457 km du sommet visé. L'ensemble des points de vue répondant à sa demande serait alors la réunion des parties circulaires isohypses de sa trajectoire, situées exactement à l'altitude de 200 m relativement au niveau de référence de la planète. Naturellement, au cours de ce périple moutonnant, son vaisseau serait maintenu en piste à la manière d'un toboggan, sous l'action conjuguée d'altimètres stabilisateurs de haute précision à écho radar et de télémètres raffinés à faisceau laser, asservis à un système d'ordinateurs vigilants.

Et au terme de cette partie de montagnes russes, il ne resterait plus au scaphandrier, sain de corps et sauf d'esprit, qu'à revenir sur Terre, heureux d'avoir bouclé le circuit olympique de ses rêves.

P.-S. - Du sommet du volcan, la dépression de l'horizon atteindrait la valeur $\theta' = 7°05'$ et la distance de visibilité s'étendrait à 420 km à la ronde.