

DEUX MOTS SUR L'HOMME

Alexis, Claude Clairaut, né à Paris le 13 mai 1713, est mort dans la même ville le 17 mai 1705. A quelques années près, il est de la même génération qu'Euler, son aîné, et d'Alembert, son cadet.

Son père était professeur de mathématiques ; il sut cultiver très tôt ses deux fils particulièrement doués mais le cadet mourut prématurément. Alexis fut un génie précoce ; ses Recherches sur les courbes à double courbure furent publiées en 1731 (double courbure ? On dit plutôt aujourd'hui courbes gauches ou courbes non planes). L'auteur avait dix-huit ans et il fallut obtenir du roi une dispense d'âge pour qu'il entre à l'Académie des Sciences comme ses membres le souhaitaient.

Même si nous ne voulons pas nous attarder sur les épisodes de la vie personnelle de Clairaut - puisque c'est l'oeuvre du savant qui nous intéresse, n'oublions pas qu'il est un savant du dix-huitième siècle et qu'il est au plein sens du terme un homme de son temps. Ami des Encyclopédistes, il fréquente Maupertuis, d'Alembert, les Bernoulli, Voltaire. Il connaît la Marquise du Châtelet et l'aide de près dans sa traduction des Principia de Newton. Il vit dans un pays et un climat de riche culture où les moeurs sont également très libres. Clairaut dont Diderot disait :

"Il était honnête homme, bon ami et du commerce le plus sûr. Il n'était pas sans ressource dans la société ; et une étude des sciences abstraites, commencée dès ses plus jeunes années, et continuée toute sa vie avec opiniâtreté, ne lui avait pas ôté sa sérénité. Il était vrai, il était gai et il avait bien son mot à lui dans la conversation. Il jouissait doucement de sa fortune avec ses amis, et une petite servante fort jolie qui avait soin de son ménage, à qui il avait appris assez de géométrie pour l'aider dans ses calculs et que sa mort laisse dans le veuvage."

L'EXPEDITION DE LAPONIE

Ce sont donc ses Recherches sur les courbes à double courbure, un travail de géométrie, qui ont ouvert à Clairaut les portes de l'Académie des Sciences. Il y retrouve Maupertuis qui publie en 1732 un Discours sur les différentes figures des astres et qui anime des réunions de savants intéressés par les idées de Newton. Clairaut qui avait étudié tout jeune l'Analyse des infiniments petits du Marquis de l'Hôpital était donc préparé pour discuter avec Maupertuis de la forme de la Terre.

On se rappelle que Richer avait transporté à Cayenne un pendule réglé à Paris pour battre la seconde et qu'à l'arrivée, il avait observé que son pendule retardait de 2 minutes 28 secondes de temps par jour. Newton avait aussitôt proposé une explication, le rayon équatorial de la Terre est plus grand que le rayon de la Terre à la latitude de Paris qui serait encore plus long que le rayon polaire, autrement dit la Terre est aplatie selon la ligne des pôles. De plus, à cet effet qui diminue la gravité à Cayenne, s'ajoute l'effet de la force centrifuge qui y est encore plus sensible à Cayenne qu'à Paris.

Jean-Dominique Cassini, le fondateur de l'Observatoire de Paris, n'était pas de cet avis. En 1683, il avait prolongé de Paris à Collioure la mesure de l'arc de méridien qui avait été mesuré par Picard en 1667 entre Amiens et Juvisy. En comparant ces deux mesures, il trouvait qu'un arc de un degré du méridien vers le Nord était plus court qu'un arc de un degré vers le Sud. Il en déduisait que le rayon polaire de la Terre devait être le plus long ainsi d'ailleurs que les Cartésiens prétendaient le déduire de leur théorie des tourbillons.

La polémique restait d'autant plus d'actualité en 1734 que Jacques Cassini, fils de Jean-Dominique et successeur de celui-ci à l'Observatoire de Paris, pensait trouver une confirmation de la thèse de son père en mesurant un arc du grand cercle de la sphère terrestre perpendiculaire au méridien de Paris. A quoi Clairaut objecta justement que la courbe orthogonale au méridien à Paris ne sera un grand cercle que si la

surface de la Terre est exactement une sphère. Or les mesures ont justement pour but d'établir que cette forme n'est pas sphérique, ce qui entraînerait pour la courbe orthogonale au méridien une forme non plane. Tirer une information de la mesure de cette ligne exigerait donc une analyse plus compliquée. Clairaut propose quatre méthodes qui sont délicates mais pourraient au moins donner un résultat qualitatif (oui ou non la Terre est-elle sphérique?). Les mesures effectuées par Jacques Cassini de Paris à St Malo puis de Paris à Strasbourg ne donnent pas des résultats convaincants, même si les Cassiniens y voient une confirmation de leur hypothèse, l'ellipsoïde allongé dans le sens de l'axe de rotation. Pour Clairaut, il n'y a qu'une méthode sûre pour trancher le débat, "la mesure de la Terre par plusieurs arcs de méridien pris à différentes latitudes" pour reprendre le titre du mémoire publié en 1736. Il est le fruit des discussions engagées ensemble avec Maupertuis pour convaincre l'Académie des Sciences d'organiser deux expéditions, l'une le plus au Nord possible, l'autre vers l'équateur.

Clairaut pose le problème en géomètre : "Etant donné une équation qui exprime la relation entre la latitude et le degré du méridien, ou le rayon de la développée. construire ce méridien ; ou, ce qui revient au même, trouver une courbe dont on ne connaît que la relation entre les arcs et les angles de contingence" (c'est à dire l'angle des tangentes aux extrémités des arcs). La méthode qu'il envisage s'apparente aux méthodes d'interpolation de Newton : "placer plusieurs points de manière que les perpendiculaires menées de ces points à une ligne donnée, expriment les degrés mesurés, et que les intervalles entre ces perpendiculaires expriment les latitudes de ces degrés."

Clairaut montre en outre qu'en raison de l'incertitude des premières mesures de Picard - étant donné la précarité des moyens optiques de l'époque (depuis, on avait fait de notables progrès) - les écarts entre Amiens et Ollioules sur la méridienne de France ne pouvaient avoir de portée quant à la sphéricité ou non-sphéricité de la Terre.

Bref, en 1735, le principe des expéditions de Laponie et du Pérou est adopté par l'Académie des Sciences. Celle du Pérou, dirigée par Bouguer et La Condamine, sort de notre sujet. Celle de Laponie comprendra, outre Maupertuis et Clairaut, l'horloger Camus, les astronomes Le Monnier et Outhier ainsi que le savant suédois Celsius qui devrait faciliter les relations des missionnaires avec les autorités locales. (1)

L'embarquement de l'expédition à Dunkerque eut lieu le 2 mai 1736. Après un court séjour à Stockholm, les savants s'établirent au fond du golfe de Botnie pour mesurer un arc de méridien entre Pello et Tornea. L'amplitude de l'arc mesuré fut évaluée par visée de l'étoile δ Draco depuis Pello le 11 octobre, depuis Tornea le 31. La mesure devait être reprise en mars 1737 par visée de l'étoile α Draco. Passons sur les péripéties de l'expédition, les moyens de transport et les conditions de climat expliquent la durée du voyage et les épreuves subies par les savants.

Le résultat dépassait les espérances de Clairaut : 57 437 toises pour un arc de 1° en Laponie, soit 377 toises de plus que l'arc de 1° mesuré par Picard à la latitude de Paris. Cela suffisait pour que soit définitivement établi le fait de l'aplatissement polaire de la Terre.

Quand l'expédition du Pérou apporta la résultat de ses mesures - soit 56 925 toises pour un arc de 1° , donc 512 toises de plus que pour l'arc de 1° en Laponie - Clairaut put donner cette première estimation sérieuse de l'aplatissement terrestre, $1/178$ (Huygens avait proposé $1/578$; la valeur aujourd'hui adoptée est $1/298$).

L'affaire était donc entendue, l'hypothèse de Newton était la bonne. La polémique sur le sujet ne cessèrent pas pour autant et excitèrent la verve de Maupertuis dont un libelle "Examen désintéressé des différents ouvrages qui ont été faits pour déterminer la figure de la Terre" parut en 1738 sans nom d'auteur. De même que la "Lettre d'un horloger anglais à un astronome de Pékin, traduite par M."

Clairaut reste à l'écart de ces débats. D'autant que les mesures d'amplitude des arcs et la visée des étoiles du Dragon l'ont mis en contact direct avec un des problèmes posés alors pour toutes les mesures de précision : comment tenir compte de l'aberration de la lumière et du mouvement de nutation qui avaient été découverts en 1728 et 1736 respectivement ? Clairaut publie un mémoire sur l'aberration le 11 décembre 1737, il revient que la question en 1739 : "Sur la manière la plus simple d'examiner si les étoiles fixes ont une parallaxe et de la déterminer exactement". On sait qu'il était trop tôt pour y parvenir, mais Clairaut appréciait déjà l'importance et la difficulté de l'opération.

RECHERCHES THEORIQUES

Clairaut retourne donc bien vite aux calmes méditations de sa table de travail. L'expédition de Laponie aura été son aventure de jeunesse. Il retrouve vite le plaisir de discuter avec les mathématiciens de son temps qui affinent la notion de fonction. Avec Euler, il introduit la notation $f(x)$ qui nous est familière - que ferions-nous sans elle, même si nous l'écrivons plutôt $f : x \mapsto f(x)$

En 1741, Clairaut a publié ses Elémens de Géométrie sur lesquels pédagogues et didacticiens n'ont pas fini de débattre, ouvrage de médiocre vulgarisation pour les uns, initiative pédagogiques hardie et féconde pour les autres (chut! j'en suis).

En 1743, il publie sa Théorie de la figure de la Terre tirée des principes de l'hydrostatique dont Joseph Bertrand écrit qu'elle vaut plus, à elle seule, que l'expédition en Laponie toute entière. Il y établit la condition générale d'équilibre d'une masse fluide, la forme la plus utile étant celle d'un canal de Clairaut : "Afin qu'une masse fluide puisse être en équilibre, il faut que les efforts de toutes les parties du fluide renfermées dans un canal quelconque rentrant en lui-même (c'est à dire fermé sur lui-même) se détruisent mutuellement". Il en déduit une évaluation de l'aplatissement terrestre soit 1/300, plus faible que celui supposé par Newton et bien proche de celui adopté aujourd'hui.

La même année, Clairaut publie un mémoire sur "Le système du monde dans les principes de la gravitation universelle". C'est tout à fait dans le grand courant des problèmes de l'époque, soit pour les mathématiciens le préoccupant problème des trois corps. Le mouvement newtonien d'une planète isolée devant le Soleil est en effet parfaitement résolu, alors que la présence d'un troisième corps vient compliquer le problème mathématique de façon abrupte. Les recherches du XVIII^{ème} siècle aboutiront à bien poser le problème, à montrer comment en donner pratiquement des solutions approchées, non des solutions parfaites (on sait qu'il fallut attendre 1889 et Henri Poincaré pour démontrer l'impossibilité de cette solution parfaite et ouvrir ainsi la porte à la théorie moderne du chaos). Pour en revenir au temps de Clairaut, ce dernier justement aura à traiter deux sujets bien distincts :

- celui des perturbations subies par un objet (une planète ou une comète) soumis à l'attraction principale du Soleil et à l'attraction secondaire d'une ou plusieurs grosses planètes - et il en aura l'application avec le calcul de la date du passage de la Comète de Halley à son périhélie;

- celui des mouvements de la Lune, astre soumis à l'attraction principale de la Terre mais forcément perturbé par l'attraction du Soleil plus de trois cent mille fois plus massif que la Terre.

Cette dernière étude conduira Clairaut à formuler une hypothèse malheureuse qui aboutira à une polémique avec Buffon dans laquelle, pour une fois, Clairaut n'aura pas le meilleur rôle. Selon ses propres calculs, il avait trouvé pour le mouvement de l'apogée de l'orbite lunaire une période de 18 années au lieu des 9 années données par l'observation. Il avait alors formulé l'hypothèse que dans le cas de la Lune, plus proche de la Terre que tout autre astre, à la loi d'attraction en $1/r^2$ il faudrait ajouter un terme en $1/r^4$. Buffon lui objecta qu'avant de tout bouleverser par l'introduction d'une formule nouvelle plus compliquée que la précédente, il fallait chercher si d'autres forces, par exemple d'origine magnétique, n'intervenaient pas. Débat intéressant parce qu'il tourne autour de l'idée de simplicité des lois naturelles. Au fond, pour les savants, le principe est définitivement adopté que, comme l'avait dit Galilée, la nature s'exprime en termes mathématiques. D'où les formules les plus fréquentes de proportionnalité, primauté absolue du linéaire. Quitte, quand on ne peut faire autrement, à puiser dans le stock des bonnes fonctions usuelles, puissances, exponentielles ou sinusoïdales et fonctions réciproques.

Clairaut devait être gêné d'avoir introduit ce terme en $1/r^4$ qui ne se trouve pas chez Newton. Il recommença ses calculs et le 17 mai 1749 il retrouva la bonne période de 9 années en restant dans la théorie classique. Selon Lalande, "le moyen que Clairaut employa pour reconnaître son erreur consiste à chercher la valeur du petit terme qu'il avait soupçonné devoir être ajouté à l'expression de la force centrale en raison inverse du carré de la distance ; comme ce terme devait être petit, il fallait mettre dans le calcul une précision singulière, et y faire entrer des inégalités qu'il avait jusqu'alors négligées ; avec ces attentions, il parvint à un résultat qui donnait zéro pour le terme additionnel, et cela lui apprit ce qu'il avait eu tort de négliger."

Belle leçon de rigueur scientifique et en même temps rappel des grandes difficultés de la théorie de la Lune. D'Alembert, Euler y travailleront aussi et toutes ces études ne seront pas pour rien dans les progrès de la mécanique céleste aboutissant au traité de Laplace.

LE RETOUR DE LA COMETE

Dès 1742, Maupertuis avait attiré l'attention de Clairaut sur l'intérêt du calcul des retours des comètes périodiques. Halley avait calculé que la comète de 1682 devait revenir à son périhélie en 1759. Dès 1757, Clairaut entreprit de calculer avec précision la perturbation que Jupiter pouvait apporter dans ce retour.

Pour mener à bien tous les calculs de cette affaire, Clairaut embaucha le jeune Lalande. Ils n'étaient pas trop de deux et ils eurent aussi l'aide précieuse de Hortense Lepaute : il aurait fallu, en principe, calculer les distances de la Comète à Jupiter au cours des deux dernières révolutions complètes de la comète et disposer, bien sûr, d'une assez bonne évaluation de la masse de Jupiter. Toutes données dont ils ne disposaient pas et cela explique une certaine imprécision du résultat, l'annonce que la comète passerait à son périhélie vers le milieu d'avril 1759. "On sent, disait Clairaut, avec quels ménagements je présente une telle annonce puisque tant de petites quantités négligées nécessairement par les méthodes d'approximation, pourraient bien altérer le terme d'un mois."

Effectivement, le passage eut lieu au milieu de mars ce qui confirmait pleinement la prévision de Clairaut. Succès indéniable et dans la concurrence avec d'Alembert et Euler sur le problème des trois corps, c'est, au bénéfice de Clairaut, un succès presque populaire, compréhensible en tout cas par beaucoup de personnes cultivées. Seul Le Verrier, presque un siècle plus tard, connaîtra un succès populaire plus grand... car entre temps, la grande presse sera née et se sera développée.

Deux mots pour conclure... Vers les années 1760, Clairaut reprit une idée d'Euler et fit la théorie des objectifs achromatiques composés de plusieurs matières différemment réfringentes. Quant à sa théorie de la Lune, elle ne marque qu'une étape dans cette théorie difficile ; Euler, qui était connaisseur, fit attribuer à Clairaut le prix de l'Académie de St Pétersbourg sur ce sujet.

L'oeuvre astronomique de Clairaut est donc marquée par les préoccupations de son temps. Dominée par l'oeuvre de Newton, la pensée de Clairaut passe aisément de la théorie aux applications et retourne avec délices à la théorie, le seul portrait qu'on est de lui le représente à sa table de travail. Les historiens des sciences lui rendent un hommage discret qui convient assez à son aimable personnalité, mais je me demande si le meilleur hommage est celui que nous lui rendons chaque trimestre en publiant ces Cahiers pour promouvoir l'enseignement élémentaire de l'astronomie (2).

K.Mizar

Notes

(1) - Anders Celsius (1701-1744), né et mort à Upsala, avait publié en 1733 plus de trois cents observations d'aurores polaires effectuées entre 1716 et 1732. Il est évidemment mieux connu pour avoir introduit en 1742 l'échelle thermométrique centigrade qui porte aujourd'hui son nom. Quelle chance que Centigrade et Celsius aient la même initiale !

(2) - Bibliographie 1) Histoire Générale des Sciences par R.Taton et autres, tome II ; 2) La vie et l'oeuvre de Clairaut par Pierre Brunet (éd PUF 1952)
3) A History of Astronomy par A.Pannekoek (éd Allen and Unwin 1961)

DE QUI EST-CE ?

L'énigme proposée aux lecteurs dans le Cahier 54 est restée sans réponse. C'est vrai qu'il était difficile de deviner que l'auteur de la citation était le baron d'Holbach (1723-1789), ami de Diderot et collaborateur de l'Encyclopédie. J'avais, par hasard, relevé cette citation page 138 du tome 2 de "L'église et la science" par Georges Minois (éd Fayard).

Je propose aux lecteurs une nouvelle énigme qui me semble plus facile. Dans un sens, la réponse est dans ce propre numéro des Cahiers.
De qui est-ce ?

"C'est un vrai miracle que l'entreprise éducative moderne n'ait pas encore complètement étouffé la curiosité sacrée propre à l'esprit de la recherche. Car cette petite plante fragile a besoin d'encouragement et surtout de liberté, sinon elle dépérit. C'est une grave erreur de croire que le plaisir d'observer et de chercher puisse être induit par la contrainte ou par le sentiment du devoir. Je pense que l'on peut même priver une bête de proie en bonne santé de sa voracité, en la forçant à manger sous la menace perpétuelle d'un fouet alors qu'elle n'a pas faim - surtout si l'on choisit en conséquence la nourriture qu'on la force à ingurgiter..."