Ah! les couchers de Soleil ...

Cette étude porte sur les instants de lever et de coucher du Soleil en différents points de la métropole. Mais faisons d'abord un détour par le cliché épistolaire du disque solaire déformé.

I. Déformation du Soleil à l'horizon

Ce phénomène bien connu est dû à la courbure des rayons lumineux traversant l'atmosphère: *la réfraction remonte les astres vers le zénith*, et ce d'autant plus qu'ils sont plus proches de l'horizon (fig.1).

L'horizon astronomique est le plan horizontal du lieu d'observation M. Les rayons du Soleil traversant l'atmosphère s'incurvent vers M. Le Soleil semble donc être vu à la hauteur (apparente) h' alors que sa hauteur réelle est h. La différence $h' - h$ est la réfraction R. D'où: $\boxed{h = h' - R}$

Des formules permettent de calculer R en fonction de h mais aucune n'est valable au voisinage de l'horizon (cf *Astronomie Générale* de Danjon). Les Ephémérides publient une table de réfraction établie par des mesures très précises. Un extrait de cette table est présenté en fig.2 (colonnes 1 et 2). Des valeurs négatives de h' s'observent par exemple du sommet d'un phare ou d'une falaise, par suite de la rotondité de la Terre.

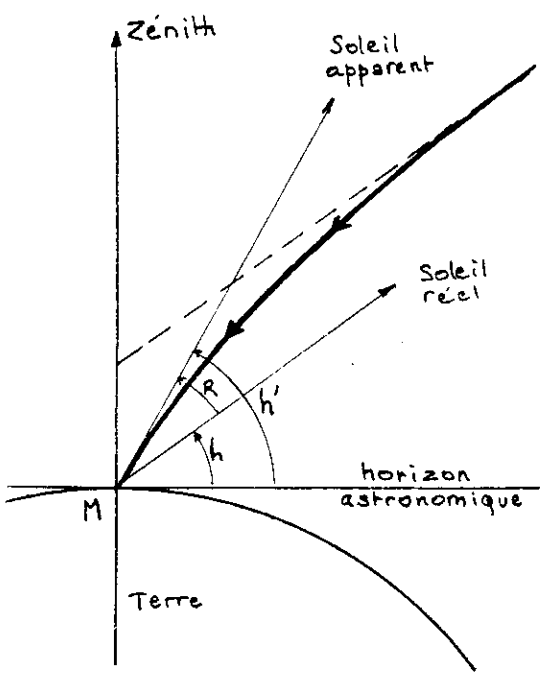


Fig.1 -La réfraction "remonte" les astres vers le zénith.

hauteur apparente h'	réfraction R	hauteur réelle $h=h'-R$
-60'	56'28"	-116'28"
-50'	52'14"	-102'14"
-40'	48'26"	- 88'26"
-30'	45'00"	- 75'00"
-20'	41'55"	- 61'55"
-10'	39'07"	- 49'07"
0	36'36"	- 36'36"
+10'	34'19"	- 24'19"
+20'	32'14"	- 12'14"
+30'	30'21"	- 0'21"
+40'	28'38"	+ 11'22"
+50'	27'03"	+ 22'57"
+60'	25'37"	+ 34'23"
+70'	24'18"	+ 45'42"
---	---	---
+11°	5'	+ 10° 55'
+45°	1'	+ 44° 59'
+90°	0	+ 90°

Fig.2 -Table de réfraction (extraite des Ephémerides)

La 3è colonne de la table donne les valeurs de h calculées par $h = h' - R$. La relation est presque linéaire comme le montre le graphique (fig.3).

Une approximation au 1er degré (h et h' en minutes d'arc): $h=1,241.h'-37,58$ est correcte à 3,5% (cette valeur représente la moyenne des valeurs absolues des écarts relatifs avec les valeurs expérimentales).

Une meilleure approximation, hélas au 3è degré, est représentée par:

$$h = 4,494.x^3 - 12,38.x^2 + 124,1.x - 36,59 \quad \text{où } x=h'/100.$$

Dans ce cas, l'approximation est correcte à 0,11%.

En fait, le graphique (fig.3) est largement suffisant pour nos besoins.

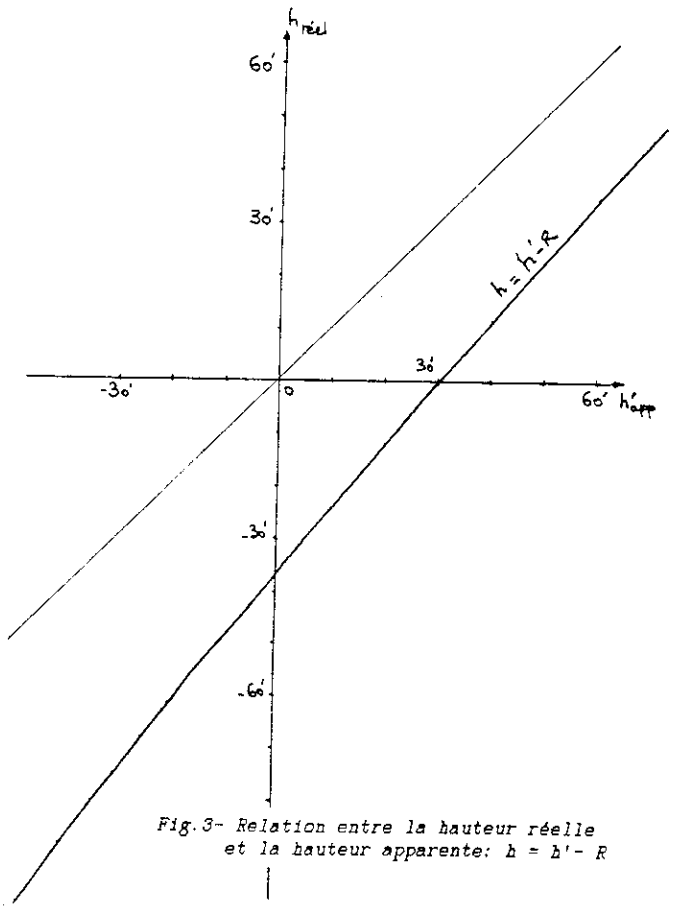


Fig.3- Relation entre la hauteur réelle et la hauteur apparente: h = h'- R

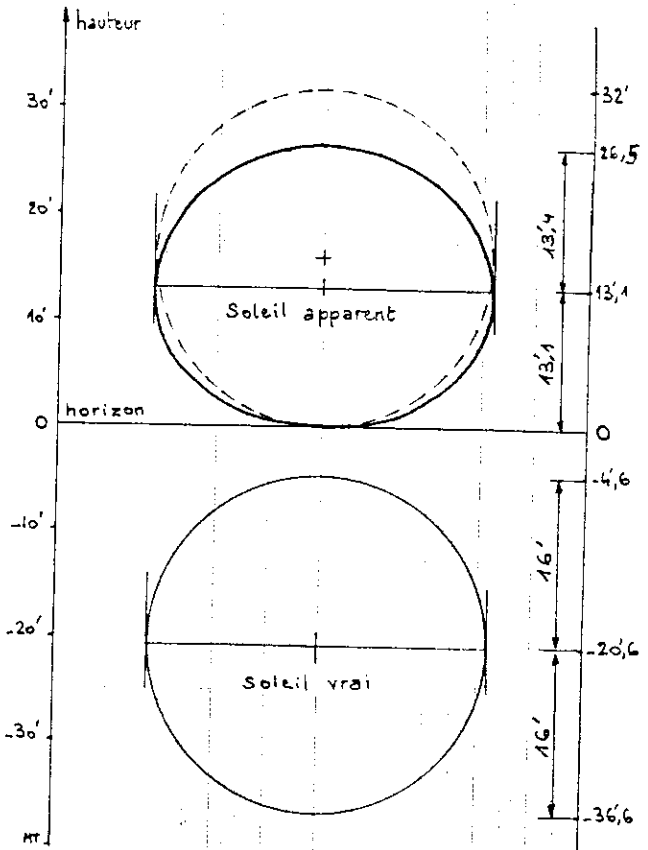


Fig.4- Déformation du Soleil à l'horizon.

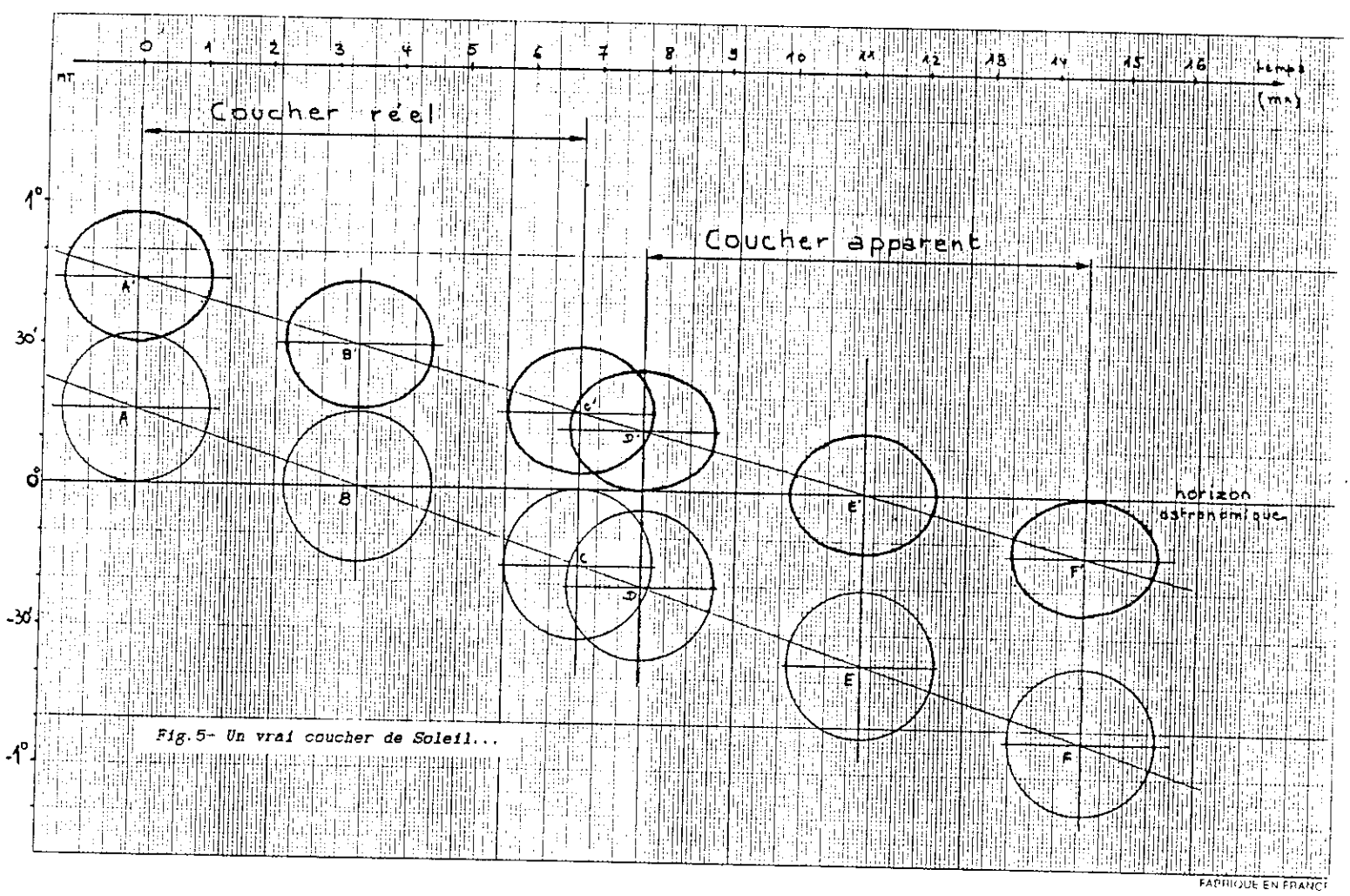


Fig.5- Un vrai coucher de Soleil...

FABRIQUE EN FRANCE

Quelle est la forme apparente du Soleil à l'horizon?

Supposons pour simplifier que le Soleil soit vu depuis la Terre sous la forme d'un disque de diamètre angulaire 32'. Cette valeur varie en fait de 32',5 en janvier à 31',5 en juillet selon la position de la Terre sur son orbite. (On négligera l'aplatissement réel du Soleil, variable et de l'ordre de 2/1000).

Sur papier millimétré de préférence, on place le cercle "réel" par rapport à l'horizon, puis on le transforme point par point par la relation $h' = h + R$.

Remarque: la réfraction ne modifie pratiquement pas l'azimut. Le diamètre horizontal du Soleil diminue de moins de 1" quelle que soit sa hauteur (cf. Danjon, p.156).

Le disque semble toucher l'horizon (fig.4) quand son bord inférieur est à une hauteur h'=0. Le bord inférieur réel est donc *sous l'horizon* à h=-36',6, le centre du cercle à h=-36',6+16' soit -20',6, et le bord supérieur à -36',6+32' soit -4',6. D'après le graphe de h=f(h'), on tire les valeurs correspondantes de h': 0; +13',1 et +26',5 (en minutes d'arc).

La déformation est dissymétrique (13',1 et 13',5), la partie située près de l'horizon semblant plus "écrasée" que la partie supérieure du disque. Afin de mieux apprécier cette déformation, la fig.4 comporte en pointillés un cercle de 32' de diamètre, tangent à l'horizon.

II. Et mon coucher de Soleil?

Nous y voilà. D'ailleurs tout ce qui se rapporte au coucher concerne également le lever: il suffit d'inverser les variations.

En laissant le temps passer, le Soleil s'abaisse peu à peu sur l'horizon par suite de la rotation de la Terre (mouvement diurne). Par rapport à un point de l'horizon, le Soleil réel décrit un arc de cercle qui se confond avec une droite dans la petite région considérée. Cette droite fait l'angle u avec l'horizontale, et appelons-le *angle au coucher (au lever)*. Attention, cet angle *n'est pas* celui de l'Ecliptique avec l'horizon comme on le verra plus loin.

Sur la fig.5, l'angle u vaut environ -18° ($\mathrm{tg}\,u = -1/3$). Traçons quelques positions intéressantes repérées par les centres des disques (réel et apparent):

- A (D'): le Soleil vrai (apparent) est au ras de l'horizon,
- B (E'): le centre du Soleil vrai (apparent) est à l'horizon,
- C (F'): le Soleil vrai (apparent) est sous l'horizon.

Les hauteurs des centres du Soleil vrai à ces différents instants sont alors: h(A)=16', h(B)=0, h(C)=-16', h(D)=-36',6+16', h(E)=-36',6 et h(F)=-36',6-16'.

Il suffit de placer ces centres sur la droite de pente $\mathrm{tg}\,u$, d'y tracer les cercles de diamètre 32' et de dessiner, comme pour la fig.4, les transformés par réfraction: $h' = h + R$.

Le résultat est la fig.5: de gauche à droite, c'est un coucher de Soleil et de droite à gauche, un lever!

Le coucher *réel* se déroule de A à C, tandis que le coucher *apparent* dure de D' à F'. La réfraction fait durer le jour plus longtemps (2 fois la durée CF): le Soleil se lève plus tôt et se couche plus tard.

L'unanimité n'est pas faite sur la définition de l'instant du coucher et on doit à chaque fois préciser s'il s'agit du centre à l'horizon (cas des Ephémérides), ou du bord supérieur, ou du bord inférieur du disque solaire (apparent). On dira ici que le Soleil *commence* à se coucher en D' et finit en F': le spectacle est terminé!

Les points ABCDEF sont alignés. Mais A'B'C'D'E'F' *ne le sont pas* car la relation h=f(h') n'est pas du premier degré en h'.

Remarquons que les durées AC et D'F' sont *égales*: dans les deux cas, le centre du Soleil *vrai* s'abaisse de 32'. Le retard CD est tel que le centre vrai baisse de -16' à -20',6. Ce décalage est dans la proportion de 4,6/32 (environ 1/7) du coucher AC. On suppose naturellement que le mouvement de rotation de la Terre est uniforme et on néglige la variation de la déclinaison du Soleil pendant le parcours AF.

Avant de calculer ces durées, revenons sur l'angle au coucher.

Sur la sphère céleste (fig.6), les axes OZ de l'horizon et OP de l'Equateur céleste font l'angle 90-φ (où φ est la latitude du lieu).

Lors du mouvement diurne, un astre de déclinaison δ va suivre un parallèle céleste: il se lève en L et se couche en C, intersections de ce parallèle avec l'horizon. L'angle *u* cherché est celui du parallèle et de l'horizon.

La trigonométrie sphérique permet de le calculer en appliquant la relation fondamentale au triangle sphérique PZC avec $\widehat{CP}$=90-δ, $\widehat{PZ}$=90-φ et $\widehat{CZ}$=90°:

cos a = cos b.cos c - sin b.sin c.cos A

donne ici: cos(90-φ)=cos(90-δ).cos(90)+ sin(90-δ).sin(90).cos u

d'où la relation $\boxed{\sin\varphi = \cos\delta . \cos u}$

avec la condition $|\sin\varphi| \leqslant |\cos\delta|$ ou encore $\boxed{|\delta| \leqslant 90-|\varphi|}$ qui détermine les limites de δ pour qu'un astre se lève ou se couche en un lieu de latitude φ (cas du Soleil de "minuit" ou de la nuit de "midi" au-delà des cercles polaires).

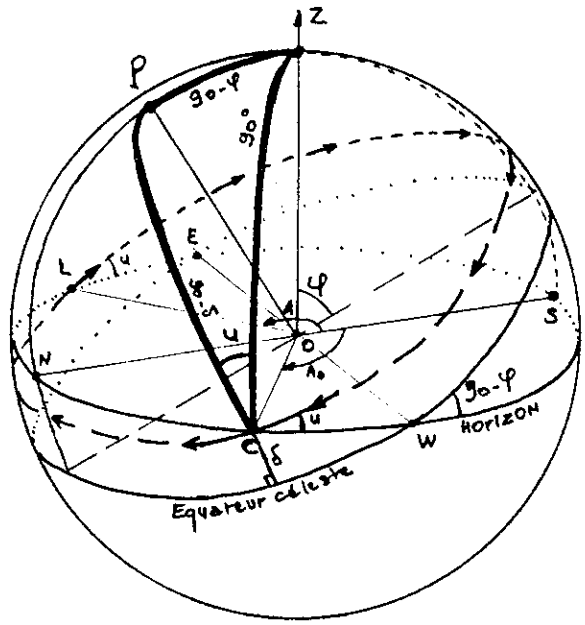


Fig.6- Calcul de l'angle au coucher

Pour tous les astres, à l'Equateur terrestre (φ=0), on a u=90°: les astres sortent ou plongent "verticalement" sur l'horizon.

D'autre part, dans le cas du Soleil, on a u=90-φ quand δ=0 : il est alors sur l'Equateur céleste (aux équinoxes).

Comme δ varie de -23°44 à +23°44, on déduit les limites de u: à Paris par exemple, φ=48°8 et u varie de 34°9 (équinoxes) à 41°2 (solstices).

Remarque: l'angle f entre l'Ecliptique et l'horizon à un instant donné se calcule par la relation $\cos f = \cos\varepsilon . \sin\varphi - \sin\varepsilon . \cos\varphi . \sin TS$ où TS est le *temps sidéral local* et ε désigne l'*obliquité de l'Ecliptique* (23°44). Cet angle f varie avec le temps pour un lieu donné mais ne dépend pas de l'astre, au contraire de u (par l'intermédiaire de δ).

La longueur AC (fig.5) vaut L'=32/sin u. Le Soleil décrivant un grand cercle en 24 h, la durée d'un coucher (ou d'un lever) de Soleil est t=86400.L'/360/60 soit $\boxed{t = 128/\sin u \text{ (en s)}}$. D'où l'étalonnage de la fig.5.

Ainsi, à la latitude de Paris, un coucher de Soleil dure de 194s (solstices) à 224s (équinoxes) soit en moyenne 3mn30s. Le jour est prolongé de 2.CF ou 2x146,4/sin u (en s): environ 8 mn pour Paris et 5 mn à l'Equateur.

Au Cercle polaire nord, le Soleil de minuit n'est théoriquement visible que le jour du solstice. En réalité, on peut voir un morceau de Soleil du 5 juin au 6 juillet (la déclinaison du Soleil vaut alors 23°44-52',6).

Au-delà des Cercles polaires, la réfraction prolonge le "jour polaire" et raccourcit la longue "nuit polaire": aux pôles-mêmes, leurs durées sont respectivement de 189j et 176j (Pôle Nord), 182j et 183j (Pôle Sud). Il n'y a pas "égalité" entre les Pôles à cause de l'inégalite des durées des saisons résultant de l'excentricité orbitale de la Terre.

En faisant intervenir l'azimut du Soleil, on pourra déterminer les instants de lever et de coucher en différents points de la Terre.

III. Le terminateur

Nous avons vu que le mouvement apparent du Soleil à l'horizon résulte de la rotation de la Terre. Qu'en est-il tout au long de l'année? La Terre effectue une *translation* annuelle autour du Soleil: son axe polaire, incliné de **66°34'** sur le plan orbital, reste *parallèle à lui-même*. (On ne tiendra pas compte ici du mouvement de précession, de période "trop" longue 25800 ans). L'inclinaison de cet axe est responsable de l'inégale durée des jours et des nuits et est la cause principale du contraste des *saisons*. Une autre cause, de moindre importance, est la forme elliptique de l'orbite terrestre.

La ligne de séparation de la partie éclairée de la Terre et de la moitié plongée dans l'ombre s'appelle le *terminateur*. C'est un grand cercle, situé dans un plan passant par le centre de la Terre, et dont l'axe pointe vers le Soleil. Quand nous sommes sur cette ligne, nous voyons le Soleil à l'horizon: suivant le sens jour-nuit, c'est un coucher ou un lever de Soleil (cf.Fig.7).

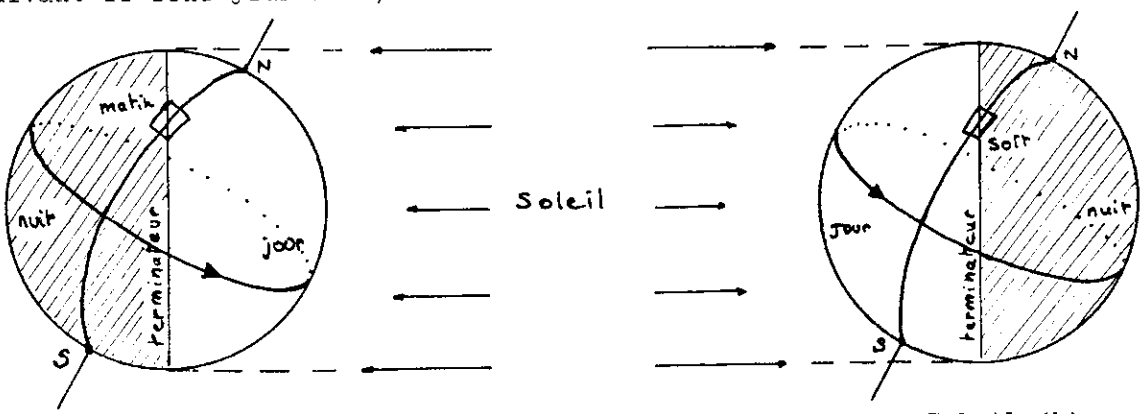


Fig.7 Le terminateur au lever (a) et au coucher du Soleil (b).

Pour tous les points du terminateur, le Soleil est à l'horizon au même instant: c'est donc l'image des points ayant même heure de coucher (lever) du Soleil. Par suite de la rotation de la Terre, le terminateur balaye la sphère, et l'ombre se déplace au sol: ce phénomène est visible en haute montagne, lors d'un bivouac en paroi...

Comment évolue annuellement la position du terminateur par rapport au sol? Reportons-nous fig.8 où la Terre est située sur son orbite aux moments des équinoxes et des solstices (la France métropolitaine est surlignée sans chauvinisme). La Terre est pivotée de façon que le terminateur passe par Paris (aux soltices) ou en soit "distant" de 1 heure (aux équinoxes). On verra plus loin les raisons du choix de Paris.

A cause de la constance de l'inclinaison de l'axe polaire, le terminateur fait un angle variable avec le méridien du lieu: cet angle est lié à l'azimut A_o du Soleil à l'horizon (fig.9). L'azimut d'un astre est l'angle entre le méridien de l'astre et le méridien Sud, compté de -180° à +180° parallèlememt à l'horizon, les valeurs négatives étant du côté Est. L'azimut d'un astre *à son coucher* est donc positif.

Remarque: pour les marins, l'origine des azimuts est le méridien Nord.

Sur la fig.6, où S est le point Sud de l'horizon, l'azimut du Soleil à son coucher est l'arc $\overset{\frown}{SC}$ (et $\overset{\frown}{SL}$ au lever). De plus $\overset{\frown}{PS}=180-\varphi$, $\overset{\frown}{PC}=90-\delta$ et l'angle PSC est droit. Le triangle sphérique PSC

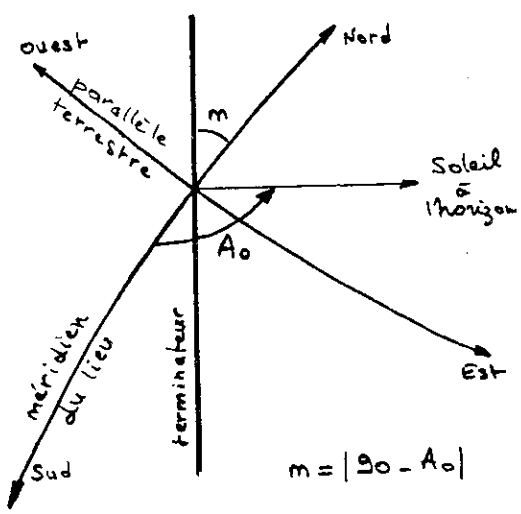


Fig.9- Lien entre l'azimut A_o et l'angle terminateur-méridien.

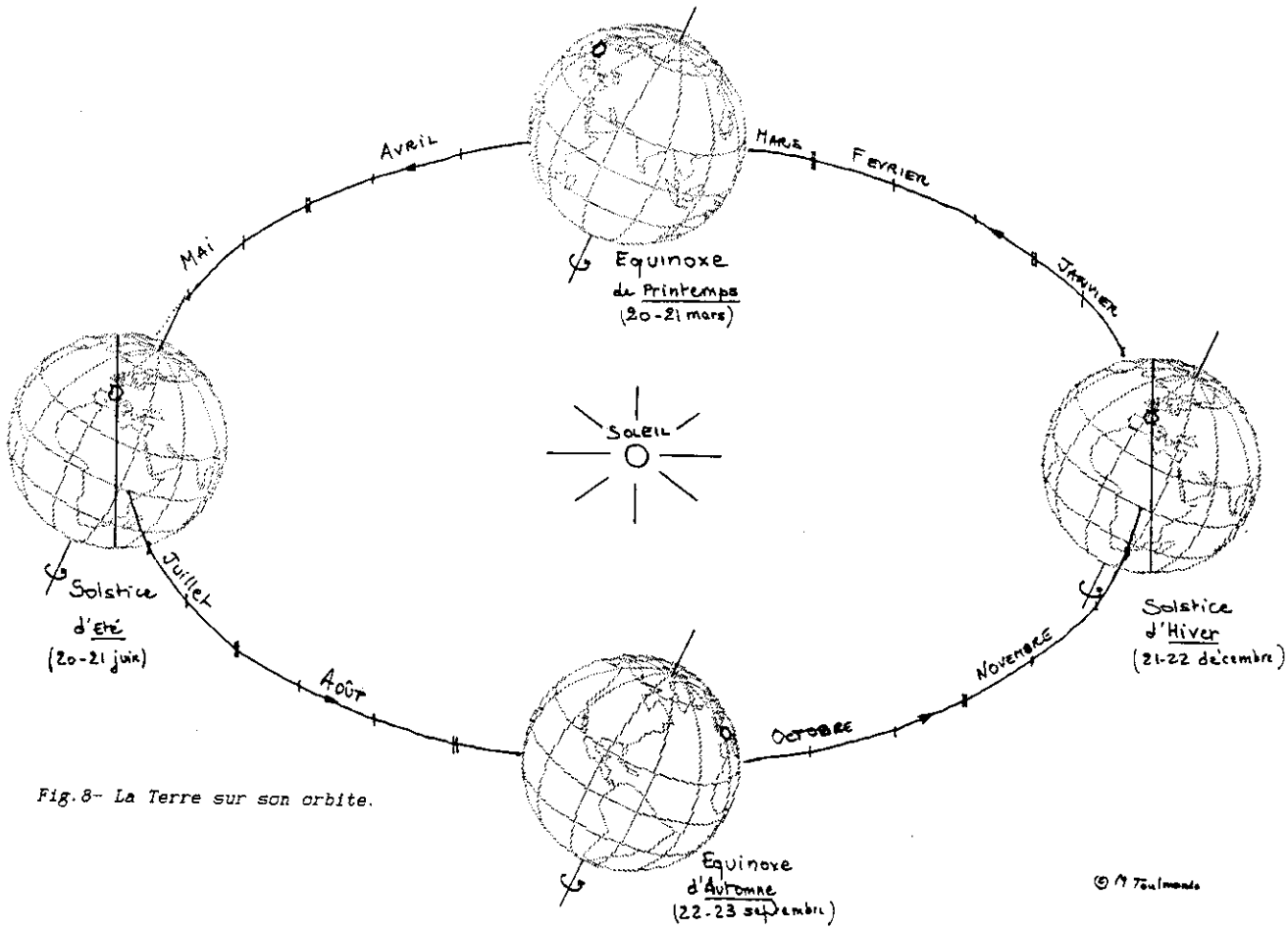


Fig. 8- La Terre sur son orbite.

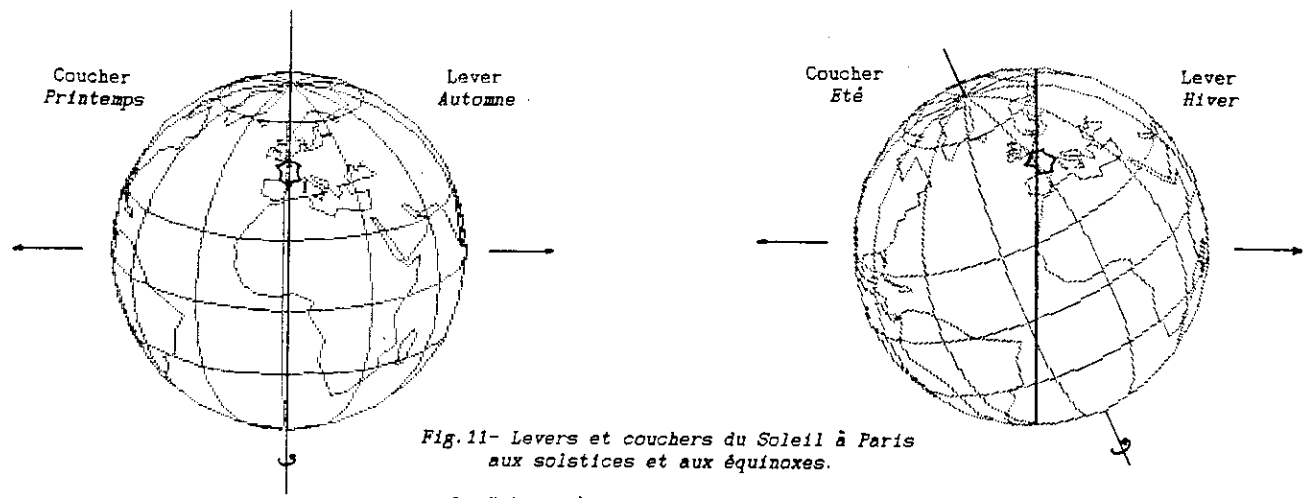
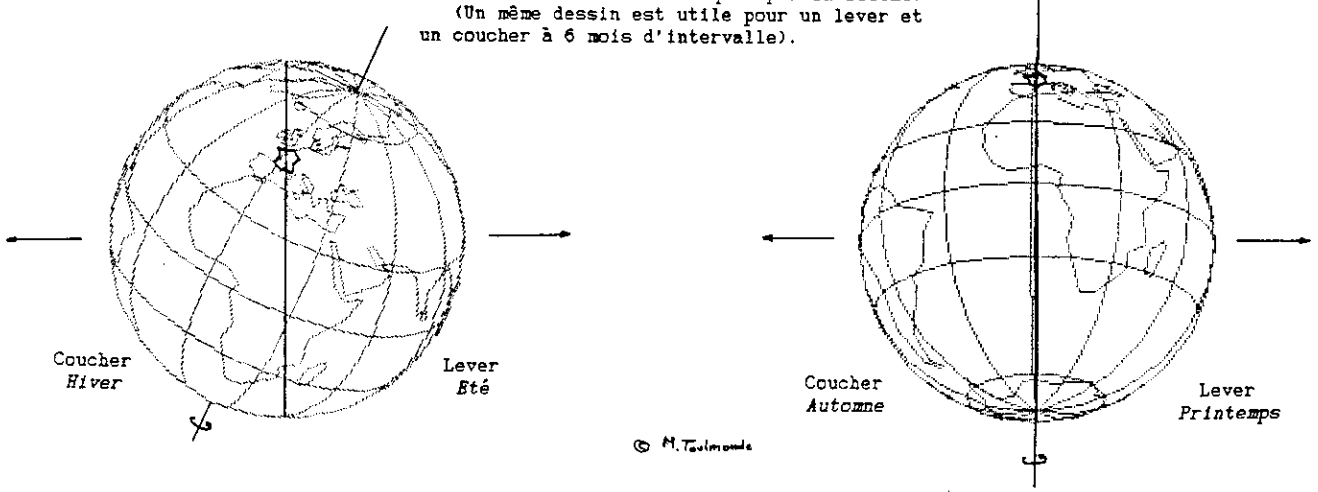


Fig. 11- Levers et couchers du Soleil à Paris aux solstices et aux équinoxes.

Le Soleil, à 800 m dans le plan de figure, est dans la direction indiquée par la flèche. (Un même dessin est utile pour un lever et un coucher à 6 mois d'intervalle).



est donc rectangle en S. La relation fondamentale nous permet de calculer cet azimut: $\cos(90-\delta) = \cos(180-\varphi).\cos A_o + \sin(180-\varphi).\sin A_o.\cos(90)$ c'est à dire $\boxed{\cos A_o = -\sin\delta/\cos\varphi}$.

Cette équation en A_o a 2 solutions de signes opposés, correspondant au lever (-) et au coucher (+). On retrouve naturellement la condition sur δ et φ pour le lever-coucher des astres: $|\varphi| \leqslant 90-|\delta|$.

Cette équation montre également que l'Equateur céleste ($\delta=0$) passe *toujours* par les points Est et Ouest de l'horizon ($A_o=90°$).

La déclinaison δ du Soleil variant de -23°,44 à +23°,44, la fig.10 illustre les variations de A_o avec δ pour diverses latitudes. (Le signe de φ n'intervient pas à cause de $\cos\varphi$). Ainsi à l'Equateur, A_o varie de 66°,56 (solstice d'hiver) à 113°,44 (solstice d'été). Pour la latitude de Paris, les extrêmes sont 52°,85 (presque au Sud-Ouest à 45°) et 127°,15 soit une amplitude de 74° environ: il est donc tout à fait incorrect de dire que le Soleil se couche *à l'Ouest*! Un net progrès sera fait en disant *vers* l'Ouest.

A la latitude 56° par exemple, l'amplitude atteint le Sud-Ouest et le Nord-Ouest (Copenhague, Glasgow, Moscou, Cap Horn).

Si on ne tient pas compte de la réfraction, le Soleil se couche à l'Ouest aux équinoxes sous toutes les latitudes, ce qui correspond à 12 h de jour et 12 h de nuit. En réalité pour la latitude de Paris, le coucher du bord supérieur apparent se fera à l'Ouest 2 à 3 jours *avant* l'équinoxe de printemps, et 2 à 3 j apres celle d'automne.

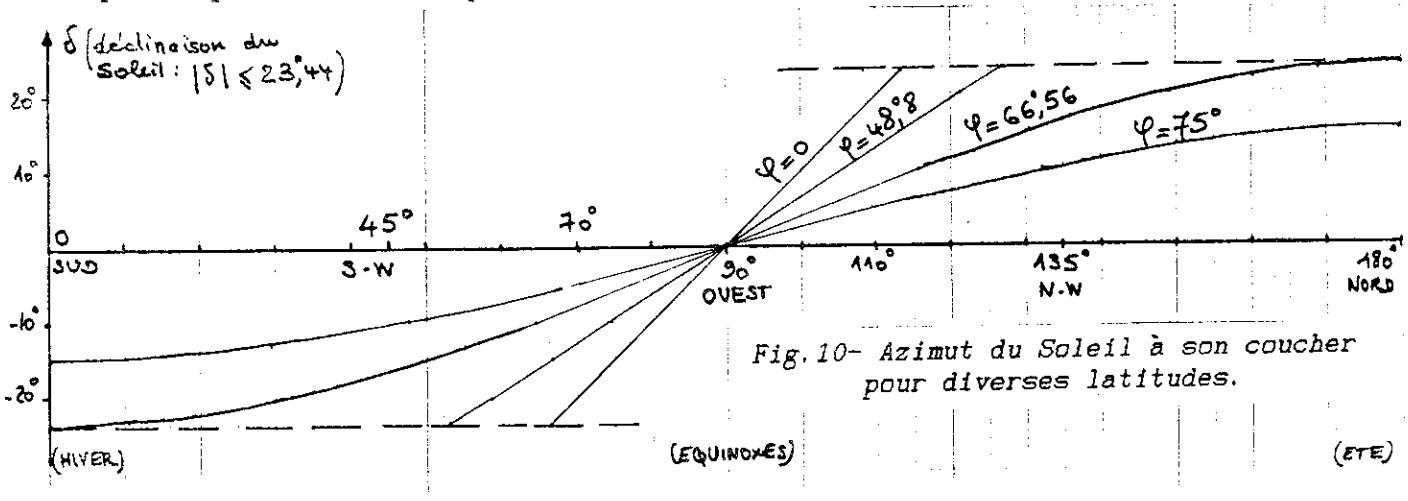


Fig.10- Azimut du Soleil à son coucher pour diverses latitudes.

IV. Lever et coucher du Soleil dans le monde et en France.

En se repérant sur la fig.8, dessinons la Terre aux équinoxes et soltices, perpendiculairement à l'axe du terminateur passant par Paris (fig.11). Le Soleil est dans le plan de figure des quatre globes (à 800 m à cette échelle), très loin à gauche (pour le coucher) ou à droite (pour le lever). Notre regard est donc dans le plan du terminateur: un oeil est éclairé et l'autre est dans la nuit. A chacune des configurations correspondent un lever et un coucher du Soleil, à 6 mois d'intervalle.

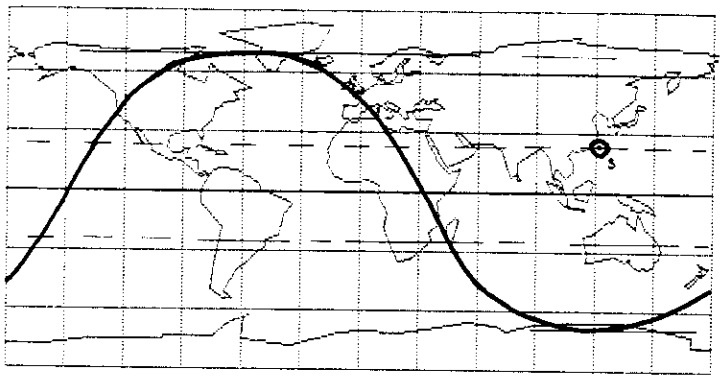
On voit bien comment varie tout au long de l'année l'angle m entre le terminateur et le méridien de Paris,. Considérons par exemple les couchers:

-aux deux équinoxes: m= 0°, le terminateur se confond avec le méridien,
-au solstice d'été: m=37°,15, le terminateur passe par Paris et Royan,
-au solstice d'hiver: m=37°,15, le terminateur passe par Paris et Nice.

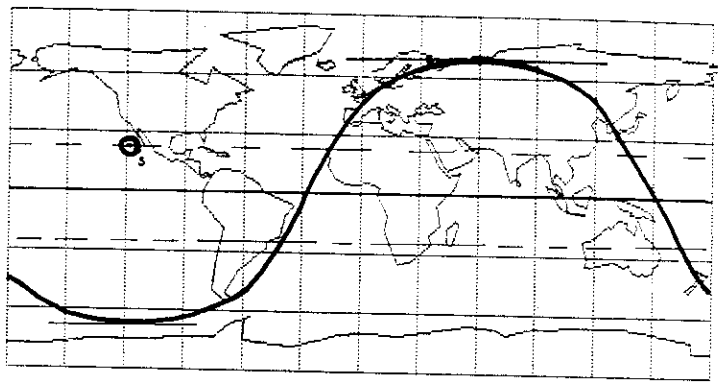
Pour les levers, les saisons sont à decaler de 6 mois.

Dans une autre représentation de la Terre, le terminateur a une forme "sinusoidale" (fig.12). Pour le tracer, on utilise le fait que deux points de coordonnées géographiques (λ,φ) et (λ',φ') sur le terminateur sont tels que:

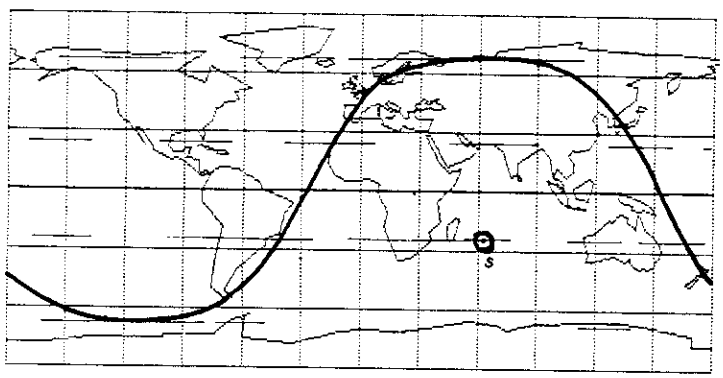
$\cos H/\mathrm{tg}\,\varphi = \cos H'/\mathrm{tg}\,\varphi' = -\mathrm{tg}\,\delta = \text{Cste}$ avec $H'-H = \pm(\lambda'-\lambda)$ où H designe, pour le lieu (λ,φ), l'angle horaire du Soleil de déclinaison δ.



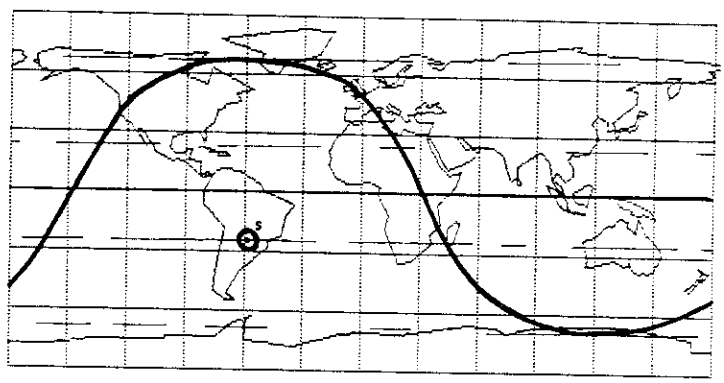
Lever au solstice d'Eté



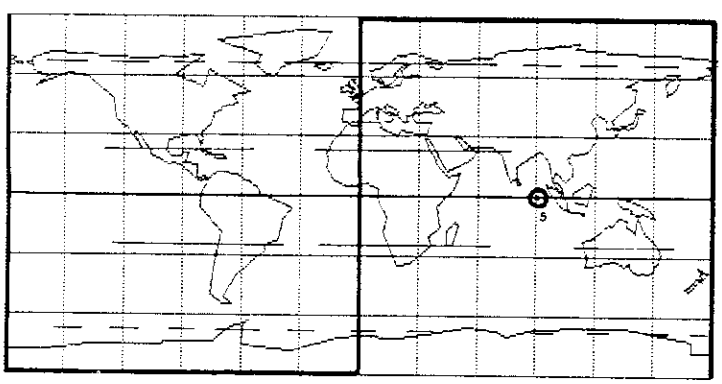
Coucher au solstice d'Eté



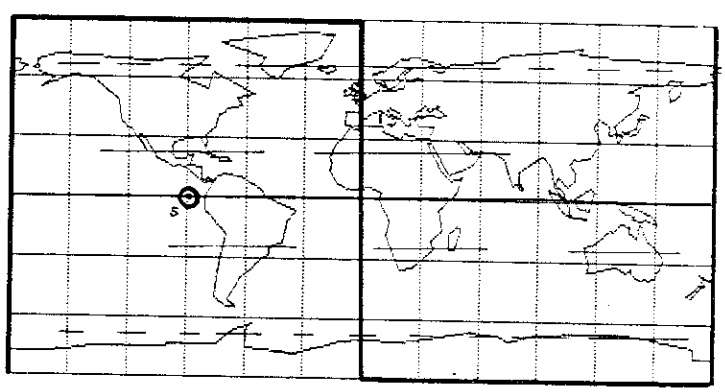
Lever au solstice d'Hiver



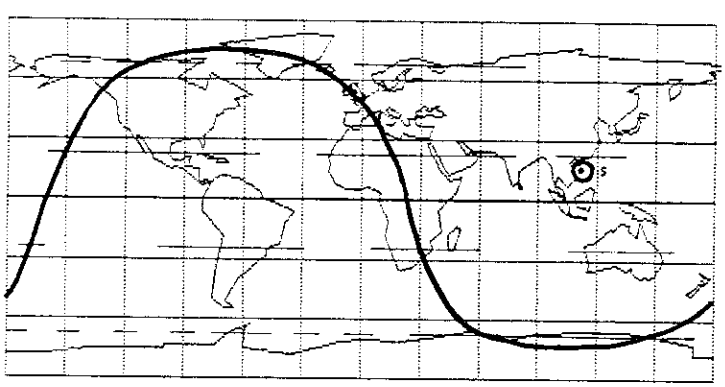
Coucher au solstice d'Hiver



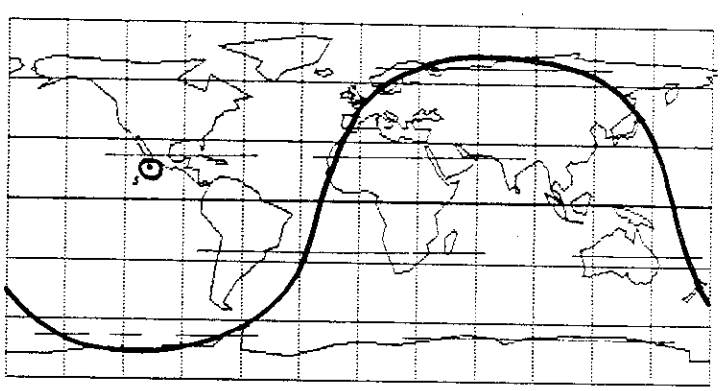
Lever aux équinoxes



Coucher aux équinoxes



Lever début mai



Coucher début mai

© Michel TOULMONDE

Fig. 12- Positions du terminateur de Paris à différentes époques.
Le Soleil est au zénith du point S (pied du Soleil)

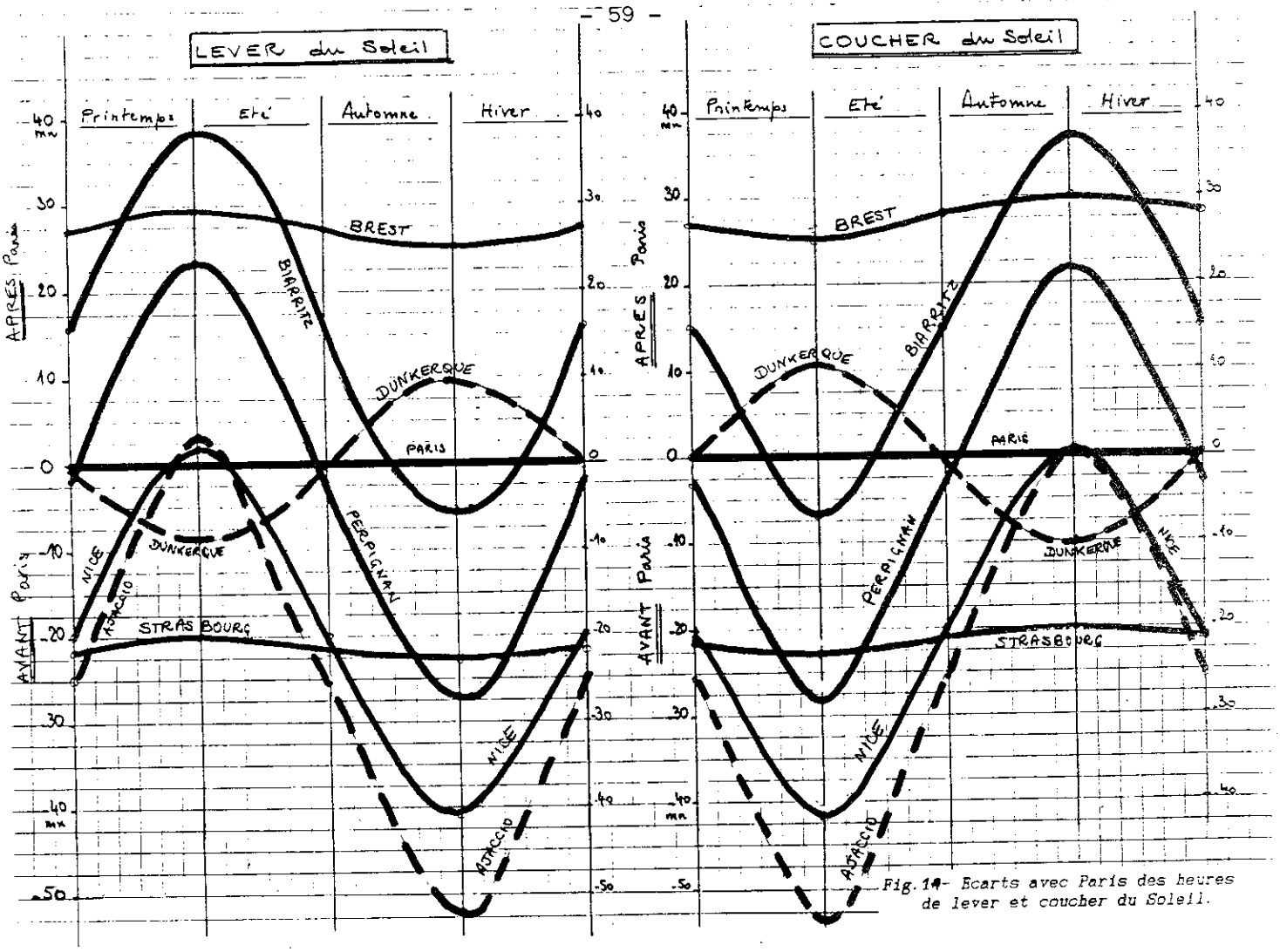


Fig. 14- Ecarts avec Paris des heures de lever et coucher du Soleil.

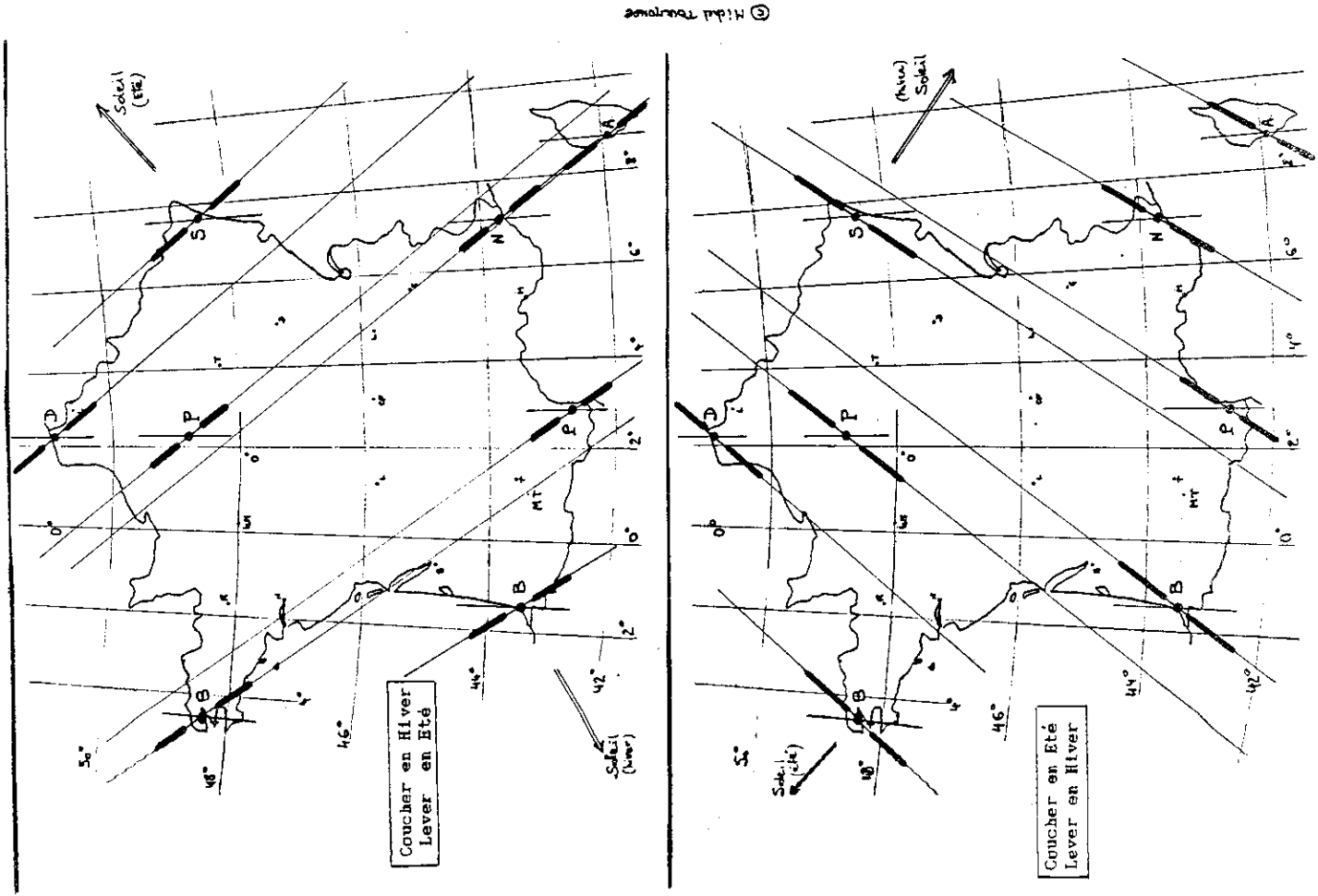


Fig. 15- Positions du terminateur aux solstices.

Sur ces graphiques, la moitié éclairée du globe contient le *pied* du Soleil (point du globe ayant le Soleil au zénith). Une date intermédiaire a été ajoutée aux moments des solstices et des équinoxes.

La conséquence de tout ceci est que, contrairement aux informations que peuvent laisser croire les médias, les heures de lever et coucher du Soleil, données généralement *pour Paris*, ne sont valables ... *que pour Paris!*

Déterminons les écarts engendrés pour 7 villes de France, placées sur le "pourtour" de l'Hexagone: Dunkerque, Brest, Biarritz, Perpignan, Nice, Ajaccio et Strasbourg. A l'aide d'un ordinateur et d'un programme d'éphémérides, on calcule les instants de lever et coucher du Soleil pour ces villes aux solstices et équinoxes. Les résultats (fig.13), indiqués en Temps Universel (TU), correspondent ici au bord supérieur apparent du Soleil à l'horizon: la hauteur réelle du centre du Soleil est alors -52',6 compte tenu de la réfraction. L'incertitude sur ces instants est de l'ordre de la minute.

Villes	lat.	long.	S 21/3/87 *printemps*		D 21/6/87 *été*		M 23/9/87 *automne*		m 22/12/87 *hiver*	
Paris	48°,8	-2°,3	5.53	18.04	3.47	19.58	5.38	17.48	7.42	15.56
Strasbourg	48°,6	-7°,7	5.31	17.42	3.26	19.35	5.16	17.27	7.19	15.36
Dunkerque	51°,0	-2°,4	5.52	18.04	3.35	20.09	5.37	17.48	7.51	15.46
Brest	48°,4	+4°,5	6.20	18.31	4.16	20.23	6.05	18.15	8.07	16.26
Biarritz	43°,5	+1°,6	6.09	18.19	4.25	19.51	5.54	18.03	7.36	16.33
Perpignan	42°,7	-2°,9	5.51	18.01	4.10	19.30	5.36	17.45	7.15	16.18
Nice	43°,7	-7°,3	5.33	17.43	3.49	19.16	5.18	17.28	7.01	15.57
Ajaccio	41°,9	-8°,7	5.28	17.38	3.50	19.04	5.13	17.22	6.50	15.57

Fig.13- Heures (TU) de lever et coucher du Soleil en France.

Il ne reste plus qu'à calculer les *écarts avec Paris*, et à en faire une représentation graphique (fig.14). On comprend aisément la symétrie des courbes pour le lever et le coucher.

Le plus grand écart (en métropole) apparaît pour Nice et Brest entre-elles: **66 minutes** séparent les levers au solstice d'hiver (ou les couchers au solstice d'été), mais seulement 28 mn six mois plus tard (couchers d'hiver ou levers d'été). Pour l'autre "diagonale" Strasbourg-Biarritz, ces écarts sont à peu près d'une heure, puis d'un quart d'heure.

Le cas de Brest ou de Strasbourg se justifie facilement: les latitudes sont presque les mêmes que celle de Paris. De même pour Biarritz, Perpignan et Nice entre elles. Pour Dunkerque et Perpignan, c'est la latitude seule qui les distingue de Paris. Quant à Nice, Biarritz et Ajaccio, par rapport à Paris, l'influence des deux coordonnées se fait sentir.

Après avoir calculé l'angle m pour chaque ville (avec δ=23°,44, il varie de 32°,3 à 39°,2), on reporte sur une carte de France les positions du terminateur passant par ces villes aux solstices (fig.15). A l'aide d'une règle, on visualise le bord de l'ombre qui recouvre (ou découvre) progressivement notre pays, et les écarts ci-dessus prennent leur signification.

On peut ainsi vérifier que la vitesse *moyenne* de déplacement du terminateur sur le sol correspond à 360° (le long d'un parallèle) en 24 h, soit 1° de longitude en 4 mn. Pour les latitudes métropolitaines, cette vitesse est voisine de celle du son, 340 m/s (mais ce n'est pas celui de la nuit qui tombe!).

Michel TOULMONDE