

FLUCTUATIONS DU LEVER ET DU COUCHER DE LA LUNE

Introduction

L'observateur attentif constate facilement que la Lune passe chaque jour au méridien avec un certain retard par rapport à la veille et que ce retard présente une certaine régularité. Par contre, la simple lecture d'un almanach des Postes montre que le lever et le coucher de la Lune sont beaucoup plus fantaisistes : à certaines époques, la Lune se lève (ou se couche) pratiquement à la même heure, tandis qu'à d'autres moments de l'année, l'écart de deux levers (ou de deux couchers) consécutifs atteint presque une heure et demie. L'explication de ces fluctuations est cependant relativement simple, à partir de quelques données numériques fournies par l'observation et de quelques formules d'usage courant en astronomie élémentaire.

1. Révolution synodique et passages au méridien

La révolution synodique de la Lune est l'intervalle moyen de deux conjonctions successives de la Lune et du Soleil (nouvelles Lunes). On peut calculer sa durée connaissant les époques d'éclipses de Soleil séparées par de très longs intervalles de temps. La valeur actuellement admise est la suivante :

$$\theta = 29,530\ 588\ 1 \text{ jours solaires moyens} = 29 \text{ j } 12 \text{ h } 44\text{m } 02,81 \text{ s}$$

C'est la lunaison, qui règle les phases de la Lune et le retour des éclipses et qui constitue le mois des anciens calendriers lunaires. La Lune s'écartant progressivement du Soleil vers l'Est, la durée du jour lunaire, intervalle de deux passages consécutifs de la Lune au méridien, est plus longue que celle du jour solaire. En d'autres termes, la Lune passe au méridien chaque jour sensiblement plus tard que la veille. Ce retard total atteignant un jour entier au bout d'une lunaison, un mois lunaire renferme un jour lunaire de moins qu'il ne compte de jours solaires ; autrement dit, 28,5305881 jours lunaires ont même durée que 29,5305881 jours solaires. Par suite :

$$1 \text{ jour lunaire} = \frac{29,5305881}{28,5305881} = 1,035\ 050\ 101 \text{ j} = 1 \text{ j } 0 \text{ h } 50 \text{ m } 28,32 \text{ s}$$

Le passage de la Lune au méridien se produit donc chaque jour avec un retard moyen de 50 minutes sur la veille ; mais l'ascension droite de la Lune ne croissant pas uniformément, le retard vrai peut différer de la valeur moyenne d'un quart d'heure en plus ou en moins.

Les heures du passage au méridien de Paris sont données, pour chaque jour de l'année par les Ephémérides du Bureau des Longitudes (elles ne figurent pas dans l'almanach des Postes) ; on peut en déduire très facilement les heures du passage au méridien d'un autre lieu, avec une assez bonne précision.

2. Lever et coucher de la Lune

Pour calculer l'instant du lever ou du coucher d'un astre dont on suppose connues les coordonnées équatoriales approchées et au moment du phénomène considéré, on peut estimer d'abord l'angle horaire H au moment du phénomène considéré par la formule simplifiée :

$$(1) \cos H = \operatorname{tg} \varphi \operatorname{tg} \delta, \text{ où } \varphi \text{ désigne la latitude géographique du lieu.}$$

Le temps sidéral approché est alors, pour le lever :

$$(2a) T = \alpha - H$$

et pour le coucher :

$$(2b) T = \alpha + H$$

A partir de là, on trouve l'instant du phénomène en temps universel (UT), comme on le montrera plus loin sur un exemple particulier.

Si l'on veut plus de précision, on utilisera la formule :

$$(3) \quad \cos H = \frac{\sin h_0 - \sin \varphi \sin \delta}{\cos \varphi \cos \delta}$$

Quand l'astre se déplace rapidement sur la sphère céleste, comme c'est le cas pour la Lune, on calcule pour l'instant trouvé des coordonnées équatoriales plus approchées en interpolant les tables, puis on calcule à nouveau H et T comme ci-dessus. D'où l'heure du phénomène en UT. Pour la Lune, il peut être nécessaire d'effectuer une itération supplémentaire, en raison de l'ampleur de son mouvement apparent. Signalons, en passant, que ce mouvement est facile à constater en prenant les étoiles comme repères. A la lunette, on voit littéralement la Lune se mouvoir devant elles, occultant celles qui se trouvent sur sa route. Elle se déplace de 30' environ en une heure dans le champ des étoiles alors que son diamètre apparent est de 31'. On ne peut donc pas négliger ce déplacement et traiter la Lune comme une étoile fixe dans les calculs dont il est question ici.

Indiquons que le terme h_0 de la formule (3) est une expression complexe:

$$h_0 = P - R - 1/2 d - \eta_1 + \eta_2$$

où P est la parallaxe, que l'on prend égale à 57' pour la Lune, et R la réfraction à l'horizon à laquelle on attribue la valeur $R = 34'$ adoptée par la Marine. Le terme $1/2 d$ est le demi diamètre apparent de l'astre ($1/2 d = 16'$) ; on ne l'introduit dans le calcul que lorsqu'on veut connaître le lever ou le coucher du bord supérieur. Dans ce qui suit, comme d'ailleurs dans les almanachs et les Ephémérides, on ne s'intéresse qu'au centre de l'astre ; on négligera donc d. On ne tiendra pas davantage compte des termes η_1 et η_2 qui se réfèrent respectivement à l'altitude du lieu d'observation et à son éloignement de certains obstacles à l'horizon (collines, etc..)

En résumé, nous prendrons :

$$h_0 = P - R = 57' - 34' = 23'$$

Il existe des tables numériques qui donnent immédiatement les arcs semi-diurnes et les corrections de parallaxe et de réfraction (Cf A. Danjon in Astronomie générale) ; et ne parlons pas des calculatrices et des ordinateurs qui renseignent instantanément leurs utilisateurs sur la position de n'importe quel astre de la voûte céleste à chaque instant. Mais c'est la magie de l'électronique !

3. Fluctuations du lever et du coucher de la Lune

Les variations du retard du lever ou du coucher de la Lune résultent des variations de sa déclinaison. Lorsque celle-ci est rapidement croissante, on peut voir la Lune se lever, plusieurs jours de suite, presque à la même heure, avec un retard qui, sous nos latitudes, s'abaisse à quelques minutes seulement : c'est ce qu'on peut observer le soir, en août et en septembre, par exemple, entre la pleine lune et le premier quartier. Au contraire, aux époques où la déclinaison de la Lune est rapidement décroissante, son lever peut retarder, d'un jour à l'autre d'environ une heure et demie. Voici quelques exemples extraits des Ephémérides pour 1985 :

	Lever (UT)		Différence	Déclinaison (à 0hUT)
	h	mn		
(14 janvier	0	25	1h 21 mn	- 6° 51'
(15 " "	1	46	1h 22 mn	- 12° 45'
(16 " "	3	08		- 17° 53'
(12 juin	1	08	14 MN	+ 0° 40'
(13 " "	1	22	15 mn	+ 6° 02'
(14 " "	1	37		+ 11° 12'
(3 août	21	04	15 mn	- 13° 34'
(4 " "	21	19	14 mn	- 8° 13'
(5 " "	21	33		- 2° 39'
(1 septembre	19	38	14 mn	- 4° 24'
(2 " "	19	52	15 mn	+ 1° 14'
(3 " "	20	07		+ 6° 45'

Pendant la première période (janvier), la déclinaison décroît rapidement tandis que pendant les autres périodes citées en exemple elle croît rapidement.

4. Un exemple : calcul du lever de la Lune à Paris le 03/10/85

Les données numériques utiles sont empruntées aux Ephémérides du Bureau des Longitudes pour 1985. Les calculs sont exécutés à la machine (TI 59), l'usage des tables de logarithmes est d'une autre époque !

Formules

$$\cos H = \frac{\sin h_0 - \sin \varphi \sin \delta'}{\cos \varphi \cos \delta'}$$

$$h_0 = P - R = 57' - 34' = 23'$$

$T = \alpha - H$ (temps sidéral local)
 $T_\lambda = T + \lambda$ (temps sidéral correspondant, à Greenwich)
 $T_t = T_\lambda - T_0$ (T_0 temps sidéral de Greenwich à 0 h UT)

Données

$\varphi = 48^\circ 50'$; $\lambda = 9 \text{ m } 21 \text{ s}$ (Paris)
 $\alpha = 3 \text{ h } 22 \text{ m } 22 \text{ s}$) coordonnées équatoriales de la Lune
 $\delta' = 19^\circ 50'$) à 0 h UT e le 03/10/85
 $T_0 = 0 \text{ h } 46 \text{ m } 34 \text{ s}$ Temps sidéral de Greenwich à 0hUT le 03/10/85

Calculs

Première approximation : à partir des données indiquées, on trouve :

$$H = 113^\circ 40' 59'' = 7 \text{ h } 34 \text{ m } 44 \text{ s} \quad T = 19 \text{ h } 47 \text{ m } 38 \text{ s}$$

$$T_\lambda = 19 \text{ h } 38 \text{ m } 17 \text{ s} \quad T_t = 18 \text{ h } 05 \text{ m } 43 \text{ s}$$

En convertissant cette valeur en temps moyen, on obtient enfin :

$$t = 18 \text{ h } 48 \text{ m } 37 \text{ s} \text{ (UT)}$$

(Remarque : mesure en temps moyen = mesure en temps sidéral x 0,9972696)

Deuxième approximation : on calcule par interpolation les valeurs de α , δ' et T_0 à l'instant t déterminé ci-dessus, à partir du tableau fourni par les Ephémérides :

à 0h (UT)	$\alpha = 3 \text{ h } 22 \text{ m } 22 \text{ s}$	$\delta' = 19^\circ 50'$	$T_0 = 0 \text{ h } 46 \text{ m } 34 \text{ s}$	le 03/10
	$\alpha = 4 \text{ h } 10 \text{ m } 55 \text{ s}$	$\delta' = 23^\circ 24'$	$T_0 = 0 \text{ h } 50 \text{ m } 31 \text{ s}$	le 04/10

On trouve : $\alpha = 4h 00m 25s$; $\delta = 22^\circ 37'$; $T = 0h 49m 39s$; d'où comme pour la première approximation :

$$H = 118^\circ 29' 17'' = 7h 53m 57s \quad T = 20h 06m 28s$$

$$T_\lambda = 19h 57m 07s \quad T_t = 19h 07m 28s$$

et enfin

$$t = 19h 04m 20s \text{ (UT)}$$

Troisième approximation : en interpolant à nouveau, à partir de $t = 19h$, on obtient :

$$\alpha = 4h 00m 48s \quad ; \quad \delta = 22^\circ 39' \quad ; \quad T_o = 0h 49m 39s$$

D'où : $H = 117^\circ 47' 17'' = 7h 51m 09s \quad T = 20h 09m 39s$

$$T_\lambda = 20h 00m 18s \quad T_t = 19h 10m 39s$$

Soit enfin $t = 19h 07m 30s \approx 19h 08m \text{ (UT)}$

Or, la valeur donnée par les Ephémérides est $t = 19h 09m$. Comme la valeur exacte du phénomène ne peut être connue avec une précision supérieure à une minute, en raison de la difficulté d'appréciation de la réfraction à l'horizon, on peut considérer que le résultat du calcul est tout à fait correct. C'est la magie du calcul !

Nice, le 3 octobre 1985

Paul Perbost

mettez votre planétaire à jour

Longitudes héliocentriques moyennes des planètes au premier janvier 1987 :

Mercure $258^\circ,7$ - Vénus $134^\circ,1$ - Mars $35^\circ,9$ - Jupiter $358^\circ,1$

Saturne $253^\circ,0$ - Uranus $262^\circ,8$ - Neptune $275^\circ,6$

LISEZ BIEN VOTRE CALENDRIER

Le premier janvier 1987 grégorien (qui s'écrit aussi 19870101 correspond au 19 décembre 1986 julien, au 29 Rabi'-out-Tani 1407 musulman, au 30 Kislev 5747 israélite, au 23 Keihak 1703 copte. Vous n'oubliez certainement pas que le 1 Vendémiaire 196 aura lieu le 23 septembre 1987.

Notre ami Maurice Carmagnole vous fait remarquer :

$$1987 = 5^2 + 21^2 + 29^2 = 3^2 + 4^2 + 21^2 + 39^2 = 9^2 + 12^2 + 15^2 + 24^2 + 31^2 = \dots$$

ce qui lui paraît banal ; il a aussi trouvé, ce qui l'est moins, 1987 comme somme de 19 nombres premiers consécutifs :

$$1987 = 61 + 67 + 71 + 73 + 79 + 83 + 89 + 97 + 101 + 103 + 107 + 109 + 113 + 127 + 131 + 137 + 139 + 149 + 151$$

Enfin il a été surpris de constater que 1, 9, 8 et 7 sont les racines d'un polynome :

$$x^4 - 25x^3 + 215x^2 - 695x + 504$$

qui admet un minimum pour $x = 2,71806\dots$ soit le nombre e au millième près ; ce qui conduit Maurice à cette conclusion : "1987, l'année qui faillit être transcendante !"