L'effet de marée

Dans cet exposé, on se propose de faire comprendre pourquoi et dans quelles conditions se produit l'effet de marée, ceci en ayant recours au minimum de calculs pour mieux dégager les principes qui entrent en action dans le phénomène. L'étude complète des marées, même en se limitant aux océans terrestres, sort des limites de cet exposé.

Trois rappels préliminaires

1°) Dans les mouvements d'un corps, nous ne manquerons pas de bien distinguer mouvements de translation et mouvements de rotation. Par exemple, le mouvement annuel de la Terre autour du Soleil peut être assimilé à un mouvement de translation : la ligne des pôles terrestres Sud-Nord reste très approximativement parallèle à elle-même. Le mouvement diurne de la Terre est un mouvement de rotation autour de cet axe Sud-Nord.

2°) La loi de Newton exprime que deux masses m_1 et m_2 placées en des points distincts 1 et 2 interagissent par attraction mutuelle, la masse m_2 subissant par attraction de la masse m_1 la force $\vec{F}_{12}$ dirigée du point 2 vers le point 1, le module de cette force étant $F_{12} = G\ m_1 m_2 / r^2$ où r est la distance des points 1 et 2, où $G = 6{,}67.10^{-11}$ SI est la constante de la gravitation universelle. Dans l'espace, la masse ponctuelle m_1 crée un champ gravitationnel dont la valeur en 2 est $\vec{H}_1 = -G\ (m_1/r^2)\ \vec{u}$ où $\vec{u}$ est le vecteur unitaire de l'axe orienté de 1 vers 2 ; ce champ dérive vectoriellement du potentiel $- Gm_1/r$ (il est équivalent de dire que le champ est l'opposé du gradient de ce potentiel).

3°) La loi fondamentale de la dynamique exprime que, dans un référentiel galiléen, le corps de masse inertielle m soumis à la force F est animé d'une accélération $\vec{a}$ telle que $\vec{F} = m\ \vec{a}$.

Cet énoncé postule l'existence d'un tel référentiel galiléen. Dans ce référentiel, par définition, un point matériel isolé y serait animé d'un mouvement rectiligne et uniforme. En fait, les référentiels galiléens ne peuvent être définis qu'approximativement. Une très bonne approximation est réalisée par les axes de Copernic ayant pour origine le centre des masses du système solaire (pratiquement le centre du Soleil) et des axes invariables par rapport aux étoiles (voir à ce sujet la note de Jacques Dupré :"Repères galiléens et étoiles fixes" dans le n°14 des Cahiers Clairaut). Tout référentiel en translation rectiligne et uniforme par rapport aux axes de Copernic est galiléen. Par conséquent, le référentiel géocentrique ayant son origine au centre de la Terre et des axes parallèles aux axes de Copernic n'est pas strictement galiléen du fait du mouvement orbital de la Terre. A fortiori, le référentiel terrestre n'est pas non plus galiléen puisqu'il faut tenir compte, outre le mouvement orbital de la Terre, du mouvement de rotation propre de cette dernière. Le référentiel terrestre constitue toutefois encore une bonne approximation pour un référentiel galiléen.

Une loi extraordinaire : la chute des corps

Dans le vide, une bille de plomb et une plume tombent selon la même loi. Un point matériel de masse gravitationnelle m placé dans un champ gravitationnel $\vec{H}$ est soumis à la force $\vec{F}$ telle que $\vec{F} = m.\vec{H}$; placé dans un référentiel galiléen, il acquiert une accélération $\vec{a}$ telle que $\vec{F} = m'.\vec{a}$ où m' est la masse inertielle du point matériel.

L'expérience montre l'identité de la masse gravitationnelle et de la masse inertielle, m = m'. Par conséquent $\vec{F} = m.\vec{a} = m.\vec{H}$ soit $\vec{a} = \vec{H}$. Le facteur masse a disparu de l'égalité, l'accélération de la bille est la même que celle de la plume.

Une remarque pour justifier le qualificatif "estraordinaire" attribué à la loi de chute des corps : soit m la masse placées dans un champ électrostatique $\overline{E}$ où elle serait dotée d'une charge électrique q ; elle soumise à la force $\vec{F} = q.\vec{E}$; dans le même référentiel galiléenque plus haut, on aurait encore $\vec{F} = m.\vec{a}$; il en résulte $m.\vec{a} = q.\vec{E}$; la bille et la plume dotées de charges électriques et de masses différentes n'auront pas nécessairement la même accélération. Il en est de même pour tout autre type de force, excepté précisément les forces de gravitation.

Conséquence remarquable de l'égalité $\vec{a} = \vec{H}$ dans un champ seulement gravitationnel : tous les éléments d'un corps subissent la même accélération, le corps ne se disloque pas, à condition que dans l'étendue du corps considéré le champ gravitationnel soit pratiquement uniforme. C'est le cas pour la Terre dans le champ gravitationnel du Soleil, elle ne se disloque pas mais elle se déforme un peu ... car le champ gravitationnel du Soleil n'est pas exactement uniforme : on touche là du doigt le phénomène des marées.

Soit un champ gravitationnel $\vec{H}$ non uniforme et deux points 1 et 2 dans un référentiel galiléen. En 1, égalité de l'accélération $\overline{a_1}$ et du champ $\overline{H_1}$; de même en 2, $\vec{a_2} = \vec{H_2}$. On en déduit la formule différentielle de base, vraie dans tout référentiel galiléen $\vec{a_2} - \vec{a_1} = \vec{H_2} - \vec{H_1}$. Elle restera vraie dans tout référentiel en translation quelconque par rapport à un référentiel galiléen en raison de la loi de composition des accélérations. Ainsi elle sera vraie dans le référentiel géocentrique mais elle sera inexacte, en toute rigueur, dans le référentiel terrestre du fait de la rotation de la Terre.

L'effet dislocateur

Etudions ce qui se passe dans une cage d'ascenseur en chute libre dans le vide. L'égalité $\vec{a} = \vec{H}$ exprime que la cage et les billes qu'elle est supposée contenir sont soumises à la même accélération et elles descendent donc ensemble.

Ce serait tout à fait vrai si le champ gravitationnel était uniforme mais il ne l'est pas. Soit J le centre d'inertie de la cage supposée rigide; $\vec{a}$, accélération de la cage, est très sensiblement égale au champ $\vec{H}_J$. Le champ n'étant pas uniforme, la bille 1 en haut de la cage subit l'attraction $\vec{H}_1$ ($H_1 < H_J$); la bille 2 placée en bas de la cage subit l'attraction $\vec{H}_2$ ($H_2 > H_J$). Par rapport à la cage, la bille 1 subit l'attraction différentielle $\vec{H}_1 - \vec{H}_J = \vec{a}_1 - \vec{a}$ qui la repousse vers le plafond alors que la bille 2 subit l'attraction différentielle $\vec{H}_2 - \vec{H}_J = \vec{a}_2 - \vec{a}$ qui l'applique sur le plancher (fig 1). L'attraction différentielle d'un champ gravitationnel non uniforme provoque cet effet dislocateur qui est l'effet de marée.

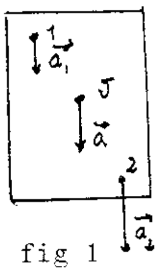

fig 1

En résumé, il n'y a effet de marée que dans un champ gravitationnel non uniforme ; cet effet est dislocateur. Nous allons passer en revue plusieurs appliactions significatives de ce résultat.

L'effet de marée de la Lune sur la Terre

Dans le référentiel géocentrique, comparons le champ gravitationnel de la Lune en deux points 1 et 2 situés à la surface de la Terre; pour simplifier prenons ces deux points diamétralement opposés sur l'axe TL qui joint les centres de la Terre et de la Lune à l'instant considéré (D distance TL, R rayon de la Terre, M masse de la Lune, $\vec{u}$ vecteur unitaire de l'axe orienté de T vers L ; cf fig 2).

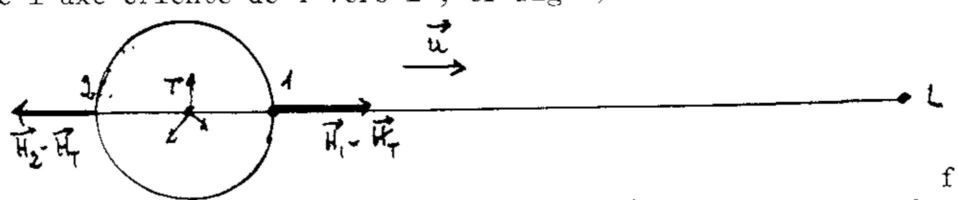

fig 2

Champ gravitationnel de la Lune en 1 : $\vec{H}_1 = G\ (M/(D-R)^2).\vec{u}$

Champs en 2 et en T : $\vec{H}_2 = G(M/(D+R)^2).\vec{u}$; $\vec{H}_T = G\ (M/D^2).\vec{u}$

Le champ gravitationnel de la Lune n'est pas uniforme, donc il y a effet de marée. En 2, par rapport à la Terre, il est donné par

$\vec{H}_2 - \vec{H}_T = G.M\ (1/(D+R)^2 - 1/D^2)\ \vec{u} \simeq G(M/D^2)(-2R/D)\ \vec{u}$

l'approximation étant valable si on considère R petit devant D ; on peut écrire plus simplement $\vec{H}_2 - \vec{H}_T \simeq \vec{H}_T(-2R/D)$ et on trouverait de même $\vec{H}_1 - \vec{H}_T \simeq \vec{H}_T(+2R/D)$. Le facteur "réducteur 2R/D traduit l'effet différentiel.

L'effet de marée produit donc un bourrelet aussi important en 2 qu'en 1, l'effet différentiel est peu intense et symétrique. Peu intense puisque le facteur réducteur du champ en T étant en valeur absolue de 2R/D soit environ 1/30.

Le calcul précédent permet aussi de comparer les effets de marée du Soleil et de la Lune. Du fait de sa masse et malgré sa grande distance, l'intensité du champ gravitationnel du Soleil sur la Terre est environ 175 fois celle du champ de la Lune. Mais le facteur réducteur qui figure dans la formule de l'effet de marée est $3{,}3 \times 10^{-2}$ dans le cas de la Lune et $8{,}5 \times 10^{-5}$ dans le cas du Soleil. Si bien que l'intensité de l'effet de marée dû à la Lune est plus de deux fois celle de l'effet dû au Soleil.

On peut, de la même façon, comparer l'effet de marée de la Lune sur la Terre (coefficient réducteur du champ gravitationnel de la Lune $f_L \simeq 2R/D$) et l'effet de marée de la Terre sur la Lune (coeffcient réducteur du champ terrestre $f_T \simeq 2r/D$, r étant le rayon de la Lune). Le champ gravitationnel de la Terre sur la Lune est 80 fois plus grand que celui de la Lune sur la Terre (rapport de leurs masses respectives) mais du fait que le rayon de la Lune est environ le quart du rayon terrestre, l'intensité de l'effet de marée de la Terre sur la Lune est seulement 80/4 = 20 fois celle de l'effet de marée de la Lune sur la Terre. Cet effet de marée est quand même important et il provoque des effets de déformation de notre satellite ; les mesures effectuées par la mission Apollo 12 ont montré que l'effet de marée est à l'origine de séismes lunaires, en particulier lorsque la Lune est à son périgée.

Stabilisation d'un satellite par gradient de gravité

Soit un satellite en orbite circulaire autour de la Terre ; le problème posé est de le stabiliser pour que, dans son mouvement, il reste toujours orienté de la même façon par rapport au rayon TA qui joint le centre de la Terre au centre d'inertie A du satellite (fig 3 ; on peut dire que le satellite doit tourner toujours la même face vers la Terre, que son mouvement autour de la Terre est alors un mouvement de rotation). Pour cela on fixe

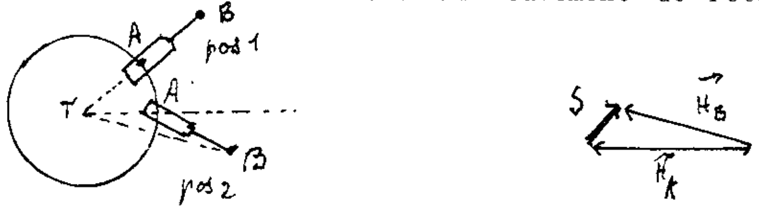

fig 3

à l'extrémité du satellite la plus éloignée de la Terre une petite masse B au bout d'un long bras (fig 3, position 1). Si le satellite s'écarte de la posion souhaitée (fig 3, position 2), la différence des champs de gravité en B et en A produit un effet différentiel, un "effet de marée" $\vec{S} = \vec{H}_B - \vec{H}_A$ qui tend à ramener le satellite dans la position souhaitée.

La théorie catastrophique de la formation des planètes

Buffon, en 1749, émit l'hypothèse que le Soleil aurait été heurté par une comète laquelle lui aurait arraché des globules de matière à partir desquels se seraient formées les planètes. Buffon ignorait alors que la masse d'une comète est trop faible pour provoquer une telle "catastrophe". L'idée a été reprise par Jeans et Jeffreys au début du XX ème siècle : ils imaginaient le choc d'une étoile. La théorie est pourtant généralement abandonnée aujourd'hui car il est facile de montrer qu'un globule de gaz arraché au Soleil subirait un effet dislocateur considérable.

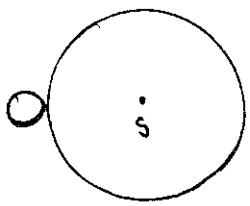

fig 4

Soit D le rayon du Soleil et R celui du globule qui s'en détacherait ; M la masse du Soleil, m celle du globule. L'effet de marée du Soleil sur le globule a pour intensité $G(M/D^2)(2R/D)$ où R est très petit par rapport à D. A la surface du globule, il y a l'effet "collapse" qui tend à faire s'afaisser le globule sur lui-même du fait de son propre champ gravitationnel, soit Gm/R^2. Pour qu'une planète puisse se former à partir du globule, il faudrait que l'effet collapse l'emporte sur l'effet de marée, soit : $m/R^2 > 2(M/D^2)(R/D)$ ou $m/R^3 > 2M/D^3$

Autrement dit, il faudrait que la masse volumique moyenne du globule soit au moins le double de la masse volumique moyenne du Soleil. C'est impossible, le globule ne pouvant se détacher que des couches supérieures du Soleil qui sont évidemment de densité inférieure à la densité moyenne de l'astre entier. Pour le globule, l'effet dislocateur l'emporte sur l'effet collapse.

De la même façon, au voisinage d'une planète très massive, un satellite ne peut résister aux effets de marée, il se disloque, ce qui explique la formation d'anneaux autour de ces planètes.

Le trio Soleil, Terre, Lune

Dans le système solaire, le champ gravitationnel du Soleil est prépondérant. Ainsi l'attractiondu Soleil sur la Lune est-elle environ double de l'attraction de la Terre sur son satellite. Alors comment se fait-il que la Lune reste au voisinage de la Terre ?

Le couple Terre Lune, dans le champ gravitationnel non uniforme du Soleil subit l'effet dislocateur de l'effet de marée :

$|\overrightarrow{a_{TS}} - \overrightarrow{a_{LS}}| \simeq G(M/D^2)(2R/D)$

$\overrightarrow{a_{TS}}$ et $\overrightarrow{a_{LS}}$ étant les accélérations (dans le référentiel de Copernic) correspondant aux attractions du Soleil sur la Terre et sur la Lune respectivement; M la masse du Soleil, D la distance du Soleil, R la distance Terre Lune.

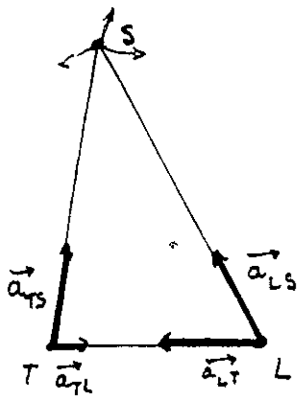

fig 5

La Terre et la Lune par leur attraction mutuelle subissent un effet attracteur ou effet collapse qui se traduit par la différence $\overrightarrow{a_{TL}} - \overrightarrow{a_{LT}}$ entre les accélérations dues à l'attraction de la Terre sur la Lune et à l'attraction de la Lune sur la Terre ; a_{LT} vaut environ 80 fois a_{TL} , donc l'effet collapse est d'environ $Gm_T/R^2 = a_{LT}$. Puisque la Lune reste près de la Terre, c'est que l'effet collapse l'emporte sur l'effet dislocateur soit

$Gm_T/R^2 > G(M/D^2)(2R/D)$ ou encore $R^3 > 1/2\ (D^3)m_T/M$

Autrement dit, la Lune restera au voisinage de la Terre tant que sa distance R à la Terre restera inférieure à $D(m_T/2M)^{1/3}$ soit environ 1 700 000 km. On notera l'analogie de ce calcul avec celui du paragraphe précédent.

Hubert Gié

* *

LA COMETE - 1759

Il avait dit:- tel jour cet astre reviendra-.
Quelle huée!...

Trente ans passèrent.
On vivait. Que faisait la foule? Est-ce qu'on sait?
Et depuis bien longtemps personne ne pensait
au pauvre vieux rêveur enseveli sous l'herbe.
Soudain, un soir, on vit la nuit noire et superbe,
à l'heure où sous le grand suaire tout se tait,
blêmir confusément, puis blanchir, et c'était
dans l'année annoncée et prédite, et la cime
des monts eut un reflet étrange de l'abîme
comme lorsqu'un flambeau rode derrière un mur,
et la blancheur devint lumière, et dans l'azur
la clarté devint pourpre, et l'on vit poindre, éclore
et croître on ne sait quelle inexprimable aurore
qui se mit à monter dans le haut firmament
par degrés et sans hâte et formidablement;
les herbes des lieux noirs que les vivants vénèrent
et sous lesquelles sont les tombeaux, frissonnèrent;
et soudain, comme un spectre entre en une maison,
apparut, par-dessus le farouche horizon,
une flamme emplissant des milliers de lieues,
monstrueuse lueur des immensités bleues,
splendide au fond du ciel brusquement éclairci;
et l'astre effrayant dit aux hommes :"me voici!".

Extrait de la Légende des Siècles - V.Hugo (4 Sept. 1874)